

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Band:** 103/104 (1934)  
**Heft:** 18

**Artikel:** Ein neues Verfahren zur Bemessung auf Biegung beanspruchter Holzstäbe  
**Autor:** Prager, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-83327>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 22.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Ein neues Verfahren zur Bemessung auf Biegung beanspruchter Holzstäbe. — Umbau des Genfersee-Salonschiffes „Genève“ auf Diesel-elektrischen Antrieb. — Wettbewerb für einen allgem. Erweiterungsplan der Stadt Bern und ihrer Vororte. — Die Tätigkeit der Internat. Talsperren-Kommission. — Mitteilungen: Versuchsanlage zur Gewinnung der Wärmeenergie des Meeres. Die Bilanz des neuen Bauens. Eidg. Kunststipendien. Freizeitkurs für Ingenieure und Techniker. Statische

und dynamische Stabilität von elektrischen Netzkuppelleitungen zwischen Netzen und zwischen Kraftwerken. Heissluftballon mit Oelfeuerung. Weiterentwicklung des Lichtbogenventils. Albert Friedr. His-Stiftung in Basel. Eine völlig geschweisste Bogerbrücke in Pilsen. Die Kunsteisbahn Basel. — Nekrologe: Carl Sulzer-Schmid. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 104

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 18

### Ein neues Verfahren zur Bemessung auf Biegung beanspruchter Holzstäbe.

Von Dr. Ing. W. PRAGER, Professor an der Universität Istanbul.

Es wird ein Verfahren zur Bestimmung des Bruchbiegemomentes von Holzstäben entwickelt, das Rücksicht nimmt auf das verschiedenartige Verhalten von Holz gegenüber Zug- und Druckbeanspruchung.

Bei der Bemessung auf Biegung beanspruchter Stäbe verwendet man gewöhnlich Formeln, die eine lineare Verteilung der Spannungen über den Stabquerschnitt voraussetzen. Man wählt die Abmessungen des Stabes so, dass die grösste auf Grund dieser Formeln ermittelte Spannung eine als zulässig angesehene Spannung gerade erreicht. Das Verhältnis der Materialfestigkeit zu dieser zulässigen Spannung wird häufig als Sicherheit bezeichnet. Bei einem Material, das dem Hooke'schen Gesetz nicht bis zum Bruch gehorcht, ist jedoch dieses Verhältnis verschieden von dem allein als Sicherheit zu bezeichnenden Verhältnis des Bruchbiegemomentes zu dem grössten im Betrieb auftretenden Biegemoment. Die Bestimmung der Sicherheit erfordert somit die Ermittlung des Bruchbiegemomentes für die gewählte Querschnittsform. Im folgenden soll ein Verfahren zur Berechnung des Bruchbiegemomentes eines Holzstabes bei gegebenen Werten von Zugfestigkeit  $K_Z$  und Druckfestigkeit  $K_D$  des Holzes mitgeteilt werden.

Abb. 1 zeigt ein typisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Holzes. Bei Zugbeanspruchung ist der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung fast bis zum Bruch linear. Bei Druckbeanspruchung dagegen liegt ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Zusammendrückung nur bis zu einer gewissen Beanspruchung vor. Wird diese Beanspruchung überschritten, so wächst die Zusammendrückung schon bei einer kleinen Steigerung der Druckspannung ausserordentlich stark.

auf der Druckseite die Zusammendrückung ein gewisses gefährliches Mass erreicht. Da nämlich mit der Steigerung des Biegemomentes die Nulllinie der Spannungsverteilung sich nach der Zugseite hin verschiebt, wächst die grösste Zusammendrückung rascher als die grösste Dehnung und kann einen gefährlichen Wert erreichen, noch ehe die grösste Zugspannung die Zugfestigkeit des Materials erreicht.

Wir beschäftigen uns zunächst mit der ersten Art des Bruchs, bei der auf der Zugseite gerade die Zugfestigkeit des Materials erreicht wird. Wir setzen voraus, dass der Stabquerschnitt eine Symmetrieaxe besitze, und dass die Ebene des Biegemomentes zusammenfalle mit der durch Symmetrieaxe und Stabaxe bestimmten Ebene. Die Nulllinie der Spannungsverteilung steht dann senkrecht zur Symmetrieaxe. Da die beiden Randspannungen im Augenblick des Bruchs die bekannten Werte  $K_Z$  und  $K_D$  annehmen, ist die Spannungsverteilung bereits durch Angabe der Lage des Knickpunktes  $E$  eindeutig bestimmt. Wir bezeichnen den Abstand dieses Knickpunktes von der äussersten Zugfaser  $b-b$  mit  $x_0$  (Abb. 4). Die Spannungsverteilung der Abb. 4 lässt sich zusammensetzen aus der dreieckigen Spannungsverteilung  $EFD$  und der rechteckigen Spannungsverteilung  $ABCD$ . Die Spannung im Abstände  $x$  von der Faser  $b-b$  ist daher gegeben durch

$$\sigma(x) = (K_Z + K_D) \frac{x_0 - x}{x_0} - K_D \quad \dots (1)$$

Diese Spannungen müssen mit dem Biegemoment  $M$  im Gleichgewicht stehen. Es ist also

$$\int \sigma(x) dF = 0 \quad \text{und} \quad \int x \sigma(x) dF = M, \quad \dots (2)$$

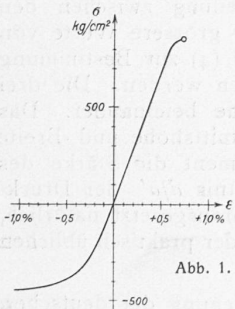


Abb. 1.

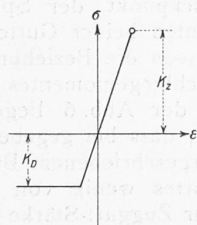


Abb. 2.

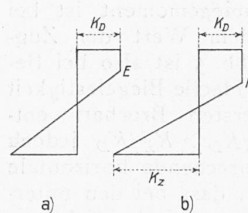


Abb. 3.

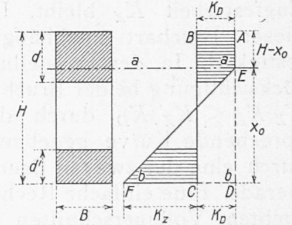


Abb. 4.

Abb. 2 zeigt ein diesen Verhältnissen entsprechendes idealisiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm, das wir unsern Überlegungen zu Grunde legen wollen. Wir untersuchen das Verhalten eines auf Biegung beanspruchten Stabes aus einem Material mit dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm der Abb. 2 unter der Voraussetzung, dass senkrecht zur Stabaxe verlaufende ebene Querschnitte bei der Biegung des Stabes eben bleiben. Bei allmählich wachsendem Biegemoment entspricht dieser linearen Verteilung der Dehnungen über den Stabquerschnitt zunächst auch eine lineare Verteilung der Spannungen, bis in der am meisten auf Druck beanspruchten Faser die Grenzspannung  $K_D$  erreicht wird. Bei weiterer Steigerung des Biegemomentes ergibt sich eine Spannungsverteilung nach Abb. 3a. Bei Vergrößerung des Biegemomentes verschiebt sich der Knickpunkt  $E$  der Spannungsverteilung nach der Zugseite hin und die grösste Zugspannung wächst. Der Bruch tritt schliesslich ein, entweder wenn auf der Zugseite die Zugfestigkeit  $K_Z$  des Materials erreicht wird (Abb. 3b), oder wenn

worin  $dF$  das Flächenelement des Stabquerschnitts bedeutet und die Integration sich über den ganzen Querschnitt erstreckt. Bezeichnet  $F$  die Fläche des Stabquerschnitts und  $F_0$  die Fläche des Querschnittsteiles, für den  $0 \leq x \leq x_0$  ist, ferner, in Bezug auf die Axe  $b-b$ ,  $S$  das statische Moment des Querschnitts,  $S_0$  das statische Moment des Querschnittsteiles  $0 \leq x \leq x_0$  und  $J_0$  das Trägheitsmoment des Querschnittsteiles  $0 \leq x \leq x_0$ , so ergeben sich aus den Gl. (2) die Beziehungen

$$\frac{K_Z}{K_D} = \frac{F}{F_0 - \frac{S_0}{x_0}} - 1 \quad \dots (3)$$

und

$$\frac{M}{K_D} = S_0 - \left(1 + \frac{K_Z}{K_D}\right) \left(S_0 - \frac{J_0}{x_0}\right) \quad \dots (4)$$

Diese Beziehungen wurden ausgewertet für den vollen Rechteckquerschnitt, für den über Eck stehenden quadratischen Querschnitt (Nulllinie parallel zu einer Diagonale) und für einen zweigurtigen Querschnitt (Abb. 4) mit  $d = d' = \frac{3}{20} H$ . Um die Darstellung der Abb. 5 dimensionslos

zu machen und gleichzeitig einen Vergleich mit der üblichen Bestimmung der Biegespannungen zu ermöglichen, wurde aus dem Bruchbiegemoment  $M$  eine ideelle Biegefestigkeit nach der Formel

$$K_B = \frac{M}{W} \quad (W = \text{Widerstandsmoment des Stabquerschnitts}) \quad (5)$$

berechnet und das Verhältnis  $K_B/K_D$  über  $K_Z/K_D$  aufgetragen. Den gewöhnlich vorliegenden Werten  $K_Z/K_D = 1,8$  bis  $2,0$  entsprechen für den vollen Rechteckquerschnitt (Abb. 5, Kurve b) in Uebereinstimmung mit den Versuchsergebnissen die Werte  $K_B/K_D = 1,57$  bis  $1,67$ . Für den über Eck stehenden quadratischen Querschnitt (Kurve a) ergeben sich etwas höhere, für den untersuchten zweigurtigen Querschnitt (Kurve c) wesentlich geringere Werte der ideellen Biegefestigkeit. Will man also zur Bestimmung des Bruchbiegemomentes die Formel (5) verwenden, so muss man entweder jeder Querschnittsform eine besondere ideelle Biegefestigkeit zuschreiben oder besser bei festem Wert der Biegefestigkeit an Stelle des Widerstandsmomentes  $W$  ein ideales Widerstandsmoment  $W_i = cW$  einführen, wie das J. A. Newlin und G. W. Trayer<sup>1)</sup> getan haben. Der „Formfaktor“  $c$  hängt allerdings nicht nur von der Querschnittsform, sondern auch vom Verhältnis  $K_Z/K_D$  ab.

Man erkennt weiter aus Abb. 5, dass sich die beiden Vollquerschnitte ganz anders verhalten als der zweigurtige Querschnitt. Bei diesem wird das Bruchbiegemoment durch eine Aenderung des Wertes  $K_Z/K_D$  innerhalb des praktisch wichtigen Bereichs  $1,8 \leq K_Z/K_D \leq 2,0$  kaum beeinflusst.

Wir wenden uns nun der zweiten Art des Bruches zu, bei der auf der Druckseite ein gefährlicher Wert der Zusammendrückung erreicht wird, während die Spannung  $K'_Z$  der äussersten Zugfaser noch unterhalb der Zugfestigkeit  $K_Z$  bleibt. Das Bruchbiegemoment ist bei dieser Bruchart unabhängig von dem Wert der Zugfestigkeit. In der Darstellung der Abb. 5 ist also bei Berücksichtigung beider Brucharten die ideelle Biegefestigkeit  $K_Z/K_D \leq K'_Z/K_D$  durch die der ersten Bruchart entsprechende Kurve gegeben, für  $K_Z/K_D \geq K'_Z/K_D$  jedoch durch eine der zweiten Bruchart entsprechende horizontale Gerade. Eine einfache Rechnung zeigt, dass bei den untersuchten Vollquerschnitten und den praktisch wichtigen Werten des Verhältnisses  $K_Z/K_D$  die Nulllinie im Augenblick des Bruches erster Art noch fast in der Mitte der Querschnittshöhe liegt. Für diese Querschnittsformen ist also im Augenblick des Bruches erster Art der Betrag der grössten Zusammendrückung nur wenig grösser als der Betrag der grössten Dehnung. Da der gefährliche Betrag der Zusammendrückung jedenfalls den Betrag der Bruchdehnung beim Zerreiassversuch beträchtlich übersteigt, kommt also für die untersuchten Vollquerschnitte ein Bruch zweiter Art nicht in Betracht.

Anders liegen die Verhältnisse bei zweigurtigen Querschnitten. Aus Gleichgewichtsgründen muss die Resultierende der Druckspannungen dem Betrage nach gleich der Resultierenden der Zugspannungen sein. Bei gleicher Höhe von Zug- und Druckgurt muss also die mittlere Spannung im Zuggurt gleich der in allen Punkten des Druckgurtes herrschenden Spannung  $K_D$  sein. Für  $K_Z/K_D = 2$  ist daher die mittlere Spannung  $K_D$  im Zuggurt gleich der Hälfte der grössten Spannung  $K_Z$ , die Verteilung der Spannungen über den Zuggurt wird also durch ein Dreieck dargestellt und die Nulllinie der Spannungsverteilung fällt

mit der Innenkante des Zuggurtes zusammen. Da das Verhältnis der grössten Zusammendrückung zur grössten Dehnung gegeben ist durch das Verhältnis der Abstände der Nulllinie von äusserster Druckfaser und äusserster Zugfaser, kann also bei dem untersuchten zweigurtigen Querschnitt sehr wohl ein Bruch zweiter Art in Frage kommen. Nun weicht aber die unter Voraussetzung eines Bruches erster Art bestimmte Kurve c der Abb. 5 nur wenig von einer horizontalen Geraden ab. Infolgedessen macht es wenig aus, welche Bruchart man bei der Bestimmung des Bruchbiegemomentes zugrunde legt.

Im Flugzeugbau wird als Holmquerschnitt vielfach ein zweigurtiger Querschnitt mit ungleich starken Gurten (Abb. 4) verwendet. A. v. Baranoff<sup>2)</sup> hat, ausgehend von den Newlin-Trayer'schen Versuchsergebnissen, sich mit der Dimensionierung eines solchen Querschnitts befasst. Wir wollen die gleiche Aufgabe unter Verwendung der hier

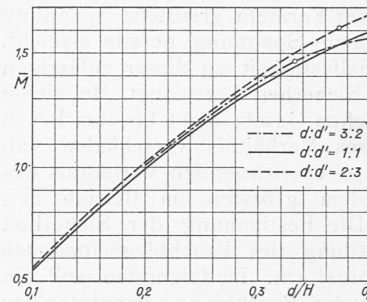


Abb. 6.

entwickelten Beziehungen behandeln. Bei der Dimensionierung der Gurte wird man Höhe  $H$  und Breite  $B$  des Querschnitts als gegeben ansehen können. Wir machen daher das Bruchbiegemoment  $M$  zweckmässigerweise dimensionslos durch Division mit dem Produkt aus dem Widerstandsmoment des Rechtecks von der Höhe  $H$  und der Breite  $B$  und der Druckfestigkeit  $K_D$  des Holzes:

$$\bar{M} = \frac{M}{\frac{B H^2}{6} K_D} \quad (6)$$

Abb. 6 zeigt für verschiedene Verhältnisse  $d/d'$  dieses dimensionslose Bruchbiegemoment  $\bar{M}$  in Abhängigkeit von der dimensionslos gemachten Druckgurtstärke  $d/H$ . Die Ringlein auf den Kurven der Abb. 6 kennzeichnen die Gültigkeitsgrenze einer früher veröffentlichten einfachen Formel für das Bruchbiegemoment, die voraussetzt, dass der Knickpunkt der Spannungsverteilung zwischen den Innenkanten beider Gurte liegt.<sup>3)</sup> Für grössere Werte von  $d/H$  müssen die Beziehungen (3) und (4) zur Bestimmung des Bruchbiegemomentes herangezogen werden. Die drei Kurven der Abb. 6 liegen sehr nahe beieinander. Das bedeutet, dass bei gegebener Querschnittshöhe und -Breite und vorgeschriebenem Bruchbiegemoment die Stärke des Druckgurtes wenig von dem Verhältnis  $d/d'$  der Druckgurt- zur Zuggurt-Stärke abhängt, vorausgesetzt natürlich, dass dieses Verhältnis sich innerhalb der praktisch üblichen Grenzen bewegt.

Nun entsprechen bei Zugrundelegung der deutschen Vorschriften für die Festigkeit von Flugzeugen die beiden Grenzwerte des Biegemomentes in der Regel den Belastungsfällen A (Abfangen) und E (Abfangen aus dem Rückenflug), wobei das Biegemoment des A-Falles das absolut grössere ist. Infolge der oben festgestellten Unempfindlichkeit der Druckgurtstärke gegenüber dem Wert des Verhältnisses  $d/d'$  kann man also den Holmobergurt als Druckgurt des A-falles dimensionieren an Hand der Abb. 6, wobei man die drei Kurven durch eine mittlere ersetzt. Sodann dimensioniert man in gleicher Weise den Holmuntergurt als Druckgurt des E-Falles. Auf Grund des so sich ergebenden Verhältnisses  $d/d'$  könnte man die Rechnung unter Verwendung von diesem Verhältnis entsprechend in Abb. 6 zu interpolierenden Kurven wiederholen, doch erweist sich eine solche Verbesserung meist als unnötig.

<sup>2)</sup> A. v. Baranoff, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt Nr. 18 (1927) S. 81.

<sup>3)</sup> W. Prager, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt Nr. 24 (1933), S. 521.

<sup>1)</sup> Nat. Advis. Comm. Aeronautics Rep. 181 (1924).