

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 103/104 (1934)  
**Heft:** 23

**Artikel:** Die Verwendung von Luft als Untersuchungsmittel für Probleme des Dampfturbinenbaues  
**Autor:** Ackeret, J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-83341>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 26.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Die Verwendung von Luft als Untersuchungsmittel für Probleme des Dampfturbinenbaues. — Das Kunst- und Kongresshaus der Stadt Luzern. — Eidgenössisches Amt für Wasserwirtschaft, 1933. — Der Stand der Bauarbeiten an der Rheinregulierung Kehl-Istein am 30. September 1934. — Mitteilungen: Die Kasino-

platzfrage in Bern. Die Verschiebung eines 30 m hohen Fabrikschornsteins. Strassenbauprogramm des Kantons St. Gallen. Einschränkung neuer Eisenbahnkonzessionen. Schienenauto in Frankreich. Der All-American-Kanal. Kantonsspital Zürich. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 104

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 23

## Die Verwendung von Luft als Untersuchungsmittel für Probleme des Dampfturbinenbaues.

Von Prof. Dr. J. ACKERET (E. T. H.), Dr. C. KELLER und Dr. F. SALZMANN (Escher Wyss, Zürich).

**Grundsätzliches.** Der grosse Aufschwung der Strömungslehre in den letzten 20 Jahren, hauptsächlich beeinflusst durch die intensive Forschungsarbeit auf flugtechnischem Gebiet, hat sich bisher in der Dampfturbinentechnik nicht stark fühlbar gemacht. Das ist eigentlich sehr merkwürdig, ist doch die Dampfturbine sonst ein Musterbeispiel theoretischer Durchdringung. Die Gründe für diesen Rückstand liegen unserer Meinung nach vor allem darin, dass es ganz ausserordentlich schwierig ist, an Dampfturbinen zu experimentieren. Die hohen Temperaturen, grossen Umfangsgeschwindigkeiten, kleinen Schaufelabmessungen wirken gleichermaßen störend wie die Unzugänglichkeit, der umständliche Auf- und Abbau, die Kondensation in den Messleitungen usw. So ist es erklärlich, dass mancher Ingenieur zuerst begeistert an das Studium der Dampfströmungen in der Maschine ging, um nach vielen Kämpfen mehr oder minder entmutigt aufzuhören oder sich mit Teilresultaten zu begnügen.

Der hier darzuliegende Versuch geht einen anderen Weg. Wir haben konsequent an Stelle von Dampf Luft verwendet und die uns interessierenden Objekte teilweise in stark vergrössertem Masstab ausgeführt. Es wird dann möglich, gewissermassen in die Kanäle hineinzusehen und verhältnismässig leicht die Verluste zu lokalisieren. Natürlich hat dieses Verfahren seine Grenzen, und es braucht kaum betont zu werden, dass seine Legitimität sorgfältig geprüft werden muss.

Zunächst müssen wir uns darüber klar werden, wieweit der Ersatz von Dampf durch Luft im Rahmen der exakten Theorie gerechtfertigt ist. Dazu gehen wir aus von den allgemeinen Gleichungen der Gasdynamik.<sup>1)</sup>

Es sollen bezeichnen:  $t$  Zeit;  $x, y, z, l$  Koordinaten, Längen;  $u, v, w$  Geschwindigkeitskomponenten;  $\rho = \gamma/g$  Dichte des strömenden Mediums;  $p$  Druck;  $T$  abs. Temperatur;  $R$  Gaskonstante;  $a$  Schallgeschwindigkeit;  $A$  Wärmeäquivalent;  $c_v, c_p$  spezifische Wärme bei konst. Volumen, bzw. Druck;  $k = c_p/c_v$ ;  $\eta$  Zähigkeit;  $\lambda$  Wärmeleitfähigkeit;  $\Delta$  den Operator  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

Die Grundgleichungen lauten nun:

### 1. Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

### 2. Impulssatz (ohne Massenkräfte)

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \Delta u + \frac{1}{3} \eta \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2)$$

+ 2 weitere Gleichungen für  $y$ - und  $z$ -Richtung.

### 3. Energiesatz.

$$\frac{1}{A} \rho g c_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) + p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{1}{A} \lambda \Delta T + D \quad (3)$$

$D$  ist die sog. *Dissipation*, ein Mass für die Reibungswärme.

$$D = - \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \eta \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Vgl. J. Ackeret, Handbuch der Physik Bd. VII, Berlin 1927, Seite 290 u. f.

4. Wir setzen nun voraus, dass wir es mit idealen Gasen zu tun haben, eine Berücksichtigung der sehr komplizierten Eigenschaften der Dämpfe in der Nähe der Sättigung ist unmöglich. Die nachfolgenden Betrachtungen gelten also zunächst nur für überhitzten Dampf. Wir können somit die Gültigkeit der *Gasgleichung*

$$p = \rho g R T \text{ voraussetzen} \quad (5)$$

In den Gleichungen (2) und (3) ist  $\eta$  und  $\lambda$  temperatur- und druckunabhängig angenommen worden. Die damit verbundene Ungenauigkeit dürfte kaum in Betracht fallen.

Wenn der Modellversuch von Nutzen sein soll, müssen die Gesetze bekannt sein, die von den im Modell gemessenen Grössen (Drücke, Temperaturen, Kräfte usw.) zu den Originalgrössen führen. Was wir anstreben, ist die *Aehnlichkeit* beider Strömungen, die nicht nur geometrisch vorhanden sein soll, sondern sich auch darin äussert, dass alle variablen Grössen im Original aus den Modellgrössen durch Multiplikation mit einem überall konstanten Faktor erhalten werden. Wir untersuchen also zunächst, unter welchen Bedingungen eine solche *lineare Transformation* der Versuchsgrössen überhaupt möglich ist. Diese Bedingungen sind, so lautet die Forderung der Theorie, einzuhalten, wenn man den Modellversuch quantitativ verwenden will.

Wir führen also Faktoren ein, die zunächst teilweise unbestimmt sind.<sup>2)</sup> Beispielsweise sollen alle Originallängen,  $l_1, x_1, y_1, z_1$  aus den Modelllängen  $l_2, x_2, y_2, z_2$  durch Multiplikation mit dem überall konstanten Längenfaktor  $m_l$  gefunden werden:  $l_2 = m_l l_1$ . Das bedeutet zunächst vollkommene geometrische *Aehnlichkeit* der Begrenzungen, der Rauigkeiten, der Zu- und Abläufe usw. Analog gehen wir für alle andern Grössen vor. Die Masseneinheiten (etwa m, kg, sec) bleiben ungeändert.  $A$  und  $g$  sind also als Konstante zu behandeln. Wir haben somit:

$$\begin{aligned} l_2 &= m_l l_1 & \rho_2 &= m_\rho \rho_1 & c_{v2} &= m_{c_v} c_{v1} \\ l_2, x_2, y_2, z_2 &= m_l l_1, x_1, y_1, z_1 & T_2 &= m_T T_1 & \eta_2 &= m_\eta \eta_1 \\ c_2, u_2, v_2, w_2 &= m_c c_1, u_1, v_1, w_1, & R_2 &= m_R R_1 & \lambda_2 &= m_\lambda \lambda_1 \\ Q_2 &= m_Q Q_1 & a_2 &= m_a a_1 \end{aligned} \quad (6)$$

Da die Verhältnisse der Geschwindigkeitskomponenten, also auch die Geschwindigkeitsrichtungen in entsprechenden Punkten gleich sind, werden die Stromlinien geometrisch *ähnlich*.

Man kann nun durchaus nicht alle  $m$  willkürlich wählen, sie müssen vielmehr so festgesetzt werden, dass die vier Grundgleichungen stets befriedigt werden. Daraus ergeben sich bestimmte *Verträglichkeitsbedingungen*, die nun nichts anderes sind, als die gewünschten *Aehnlichkeitsätze*.

Gehen wir zunächst von der Kontinuitätsgleichung aus. Sie lautet für das Modell:

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t_2} + \frac{\partial (\rho_2 u_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial (\rho_2 v_2)}{\partial y_2} + \frac{\partial (\rho_2 w_2)}{\partial z_2} = 0$$

Einsetzen der Faktoren ergibt:

$$\frac{m_\rho}{m_l} \frac{\partial \rho_1}{\partial t_1} + \frac{m_\rho m_c}{m_l} \frac{\partial (\rho_1 u_1)}{\partial x_1} + \frac{m_\rho m_c}{m_l} \frac{\partial (\rho_1 v_1)}{\partial y_1} + \frac{m_\rho m_c}{m_l} \frac{\partial (\rho_1 w_1)}{\partial z_1} = 0$$

<sup>2)</sup> Die im Folgenden beschriebene Methode geht schon auf *Helmholtz* zurück. Obwohl auf sie schon früher hingewiesen wurde (z. B. auch in *Stodola* Dampf- und Gasturbinen 5. Aufl. S. 837), scheinen die daraus folgenden Konsequenzen weniger bekannt zu sein.

Diese Gleichung ist aber mit der Kontinuitätsgleichung des Originals nur dann identisch, wenn die Bedingung erfüllt ist

$$\frac{m_o m_c}{m_l} = \frac{m_o}{m_l} \quad \text{oder} \quad m_l = \frac{m_l}{m_c} \quad \dots (7)$$

Ganz entsprechend gehen wir bei den anderen Gleichungen vor. Zunächst ist es lehrreich, jene Aehnlichkeitsbedingungen festzustellen, die allein durch die Kompressibilität und die Gasnatur gefordert werden. Wir lassen demgemäss die Glieder mit den Faktoren  $\eta$  und  $\lambda$  weg.

Dann liefert der Impulssatz (neben 7)

$$\frac{m_o m_c^2}{m_l} = \frac{m_p}{m_l} \quad \text{oder} \quad m_o m_c^2 = m_p \quad \dots (8)$$

Der Energiesatz:

$$\frac{m_o m_{cv} m_T m_c}{m_l} = \frac{m_p m_c}{m_l} \quad \text{oder} \quad m_p = m_o m_{cv} m_T \quad \dots (9)$$

Schliesslich die Gasgleichung:

$$m_p = m_o m_R m_T \quad \dots (10)$$

Wenn wir jetzt die Bedeutung der so erhaltenen Bedingungen näher besprechen wollen, so gehen wir am besten wieder von den Verhältniszahlen  $m$  auf die Grössen selbst zurück.

Gleichung (7) sagt dann:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{l_2 c_1}{l_1 c_2} \quad \text{oder} \quad \frac{l_2}{l_1} = \frac{c_2 t_2}{c_1 t_1} \quad \dots (11)$$

Das heisst aber, bei nicht-stationären Vorgängen (nur bei diesen treten zeitliche Ableitungen auf) sollen solche Zeiten verglichen werden, in denen der Wege zurückgelegt werden, die im gleichen Verhältnis zu den Körperdimensionen stehen. Beispielsweise sind Schaufelschwingungen von Modell und Original aerodynamisch vergleichbar, wenn die Strömung während der Schwingungsdauer ein gleiches Vielfaches der Schaufeltiefe zurücklegt.

Die Gleichung (8) vereinigen wir mit (10) und erhalten

$$m_c^3 = m_R m_T \quad \text{oder} \quad \frac{c_2^3}{c_1^3} = \frac{R_2 T_2}{R_1 T_1}$$

Hier ist es angezeigt, die sog. Mach'sche Zahl  $M = \frac{c}{a}$  ( $a =$  Schallgeschwindigkeit  $= \sqrt{gkRT}$ ) einzuführen. Es ist dann:

$$R_1 T_1 = \frac{a_1^2}{g k_1} \quad \text{und} \quad R_2 T_2 = \frac{a_2^2}{g k_2}$$
$$\frac{c_2^3}{c_1^3} = \frac{a_2^3 k_1}{a_1^3 k_2} \quad \text{oder} \quad k_1 M_1^3 = k_2 M_2^3 \quad \dots (12)$$

Hiernach wäre also ein ganz bestimmtes Verhältnis der Mach'schen Zahlen vorgeschrieben.

Allein die Kombination von (9) und (10) gibt weitere Einschränkungen. Sie fordert:

$$m_{cv} = m_R$$
$$\frac{c_{v2}}{c_{v1}} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{oder} \quad \frac{R_1}{c_{v1}} = \frac{R_2}{c_{v2}} \quad \dots (13)$$

Aus der Robert Mayer'schen Beziehung  $c_p = c_v + AR$  folgt aber:  $k = \frac{c_p}{c_v} = 1 + A \frac{R}{c_v}$ ,

und somit wäre zu verlangen:  $k_1 = k_2 \quad \dots (14)$

Das bedingt nachträglich:  $M_1 = M_2 \quad \dots (15)$

Es ist nun aus der Physik bekannt und theoretisch wohlbegründet, dass  $k$  für Moleküle gleicher Atomzahl sehr nahe gleich ist. Man darf demnach nur Gase gleicher Atomzahl bei gleichen Mach'schen Zahlen zum Vergleich heranziehen. Das ist zunächst ein sehr enttäuschendes Resultat insofern, als unser Vorhaben ja gerade darauf hinausgeht, ein Gas anderer Atomzahl zu verwenden. Man wird also mit der Uebertragung von Luftversuchen auf Dampfströmungen vorsichtig sein müssen.

Gehen wir jetzt dazu über, auch die Reibung und Wärmeleitung zu berücksichtigen, so treten noch zwei weitere unabhängige Bedingungen hinzu:

$$m_o m_c m_l = m_\eta \quad \dots (16)$$

$$m_\eta m_{cv} = m_\lambda \quad \dots (17)$$

oder

$$\frac{c_2 l_2 \rho_2}{\eta_2} = \frac{c_1 l_1 \rho_1}{\eta_1} \quad \dots (18)$$

und

$$\frac{\eta_2 c_{v2}}{\lambda_2} = \frac{\eta_1 c_{v1}}{\lambda_1} \quad \dots (19)$$

Da früher schon  $k_1 = k_2$  vorausgesetzt wurde, ist auch

$$\frac{\eta_2 c_{p2}}{\lambda_2} = \frac{\eta_1 c_{p1}}{\lambda_1} \quad \dots (20)$$

(18) bedeutet Gleichheit der Reynolds'schen Zahl, während die Bedingungen (19) und (20) wieder für Gase gleicher Atomzahl automatisch erfüllt sind.

Kurz gesagt sind also verlangt: 1. Gleiche Atomzahl, 2. gleiche Mach'sche Zahl, 3. gleiche Reynolds'sche Zahl.

An sich folgt aus diesen Aehnlichkeitsbetrachtungen durchaus nichts hinsichtlich der zu erwartenden Abweichungen bei Nichteinhaltung der genauen Aehnlichkeit. Die geometrische Aehnlichkeit wird man verhältnismässig gut erreichen können, aber schon die Forderung gleicher Reynolds'scher Zahl stösst in der Praxis auf Schwierigkeiten. Ebenso lässt sich ohne wirkliche Lösung der Differentialgleichungen bzw. besondere experimentelle Untersuchungen nichts aussagen über die Wirkung einer Abweichung in der Atomzahl. Hier sind neue Untersuchungen dringend erwünscht.

Immerhin ist es möglich, wenigstens in einem besonders einfachen Falle abzuschätzen, welchen Einfluss die Aenderung von  $k$  haben kann. Wir wählen dazu eine Rohrströmung ohne Reibung und Wärmeleitung, für welche ja die altbekanntesten Gleichungen von Zeuner Geltung haben. In zwei verschiedenen Querschnitten  $f_1$  und  $f$  herrschen dann verschiedene Zustände, die wir nun vergleichen wollen.

Allgemein ist:

$$f_1 \rho_1 c_1 = f \rho c \quad \dots (21)$$

Sodann bei adiabatischer Zustandsänderung:

$$\left(\frac{p}{p_1}\right) = \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^k \quad \left(\frac{T}{T_1}\right) = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \dots (21a)$$

Gemäss Formel (8) ist es angezeigt, alle Drücke auf den Druck  $q = c^2 \rho / 2$  zu beziehen.  $q$  stellen wir andererseits folgendermassen dar:

$$q = \frac{\rho}{2} c^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{c}{a}\right)^2 a^2 = \frac{\rho}{2} M^2 k \frac{p}{\rho} = \frac{k}{2} M^2 p \quad (22)$$

Es sei ferner  $p = p_1 + \delta p \quad \dots (23)$

In  $\frac{f_1}{f} = \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right) \left(\frac{c}{c_1}\right)$

setzen wir:

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(1 + \frac{\delta p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(1 + \frac{k \delta p M_1^2}{2 q_1}\right)^{\frac{1}{k}}$$

ferner, mit  $T_0$  als Stautemperatur:

$$\left(\frac{c}{c_1}\right)^2 = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_1} = \frac{1 - \frac{T}{T_0}}{1 - \frac{T_1}{T_0}} = \frac{1 - \frac{T T_1}{T_1 T_0}}{1 - \frac{T_1}{T_0}} = \frac{1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \frac{T_1}{T_0}}{1 - \frac{T_1}{T_0}}$$

Nun ist allgemein:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \quad \dots (24)$$

Also:

$$\left(\frac{c}{c_1}\right)^2 = \frac{1 - \left(1 + \frac{k \delta p M_1^2}{2 q_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left(\frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}\right)}{1 - \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}}$$

vereinfacht:

$$\left(\frac{c}{c_1}\right)^2 = 1 + \frac{2}{M_1^2(k-1)} - \frac{2}{M_1^2(k-1)} \left(1 + \frac{k \delta p M_1^2}{2 q_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Damit wird:

$$\frac{f_1}{f} = \left(1 + \frac{k \delta p M_1^2}{2 q_1}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{1 + \frac{2}{M_1^2(k-1)} \left[1 - \left(1 + \frac{k \delta p M_1^2}{2 q_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (25)$$

Wir können jetzt eine erste Näherung betrachten, indem wir nach Potenzen von  $M_1$  entwickeln. Man findet:

$$\frac{f_1}{f} = \left(1 + \frac{\delta p M_1^2}{2 q_1}\right) \sqrt{1 - \frac{\delta p}{q_1}} \quad \dots (26)$$

welcher Ausdruck übrigen für  $M_1 = 0$  übergeht in

$$\frac{f_1}{f} = \sqrt{1 - \frac{\delta p}{q_1}}$$

in Uebereinstimmung mit der Bernoullischen Formel.

Bemerkenswert ist nun, dass in dieser Formel  $k$  herausgefallen ist. In erster Näherung (kleines  $M_1$ ) spielt also die Atomzahl keine Rolle, und der Ersatz von Dampf durch Luft ist gerechtfertigt. Unsere Gleichung (26) zeigt aber auch, dass bei gleichem Querschnittsverlauf  $f_1/f$  die für die Ablösung massgebenden relativen Druckunterschiede  $\frac{\delta p}{q_1}$  unverändert sind. Man wird mit gutem Grund erwarten dürfen, dass auch die Strömung mit Reibung zuverlässig erfasst wird, wenn man nur besorgt ist, dass die Reynolds'schen und die Mach'schen Zahlen so weit als möglich übereinstimmen.

Wir treiben die Näherung noch etwas weiter, indem wir auch die nächsthöhere Potenz von  $M_1$  mitnehmen. Wir erhalten so:

$$\frac{f_1}{f} = \left[ 1 + \left( \frac{\delta p}{q_1} \right) \frac{M_1^2}{2} - \left( \frac{\delta p}{q_1} \right)^2 \frac{M_1^4}{8} (k-1) \right] \sqrt{1 - \frac{\delta p}{q_1} + \left( \frac{\delta p}{q_1} \right)^2 \frac{M_1^2}{4}} \quad (27)$$

Unter der Wurzel tritt  $k$  immer noch nicht auf, die relative Abweichung ist:

$$-\frac{\left( \frac{\delta p}{q_1} \right)^2 \frac{M_1^4}{8} (k-1)}{1 + \left( \frac{\delta p}{q_1} \right) \frac{M_1^2}{2}}$$

wäre also für  $k = 1$  (isotherme Strömung) immer noch Null. Unsere Entwicklung ist nur dann konvergent, wenn  $\frac{\delta p}{q_1}$  nicht zu gross ist.

Man muss also als Vergleichsquerschnitt eine Stelle mit grossem  $q_1$  wählen, dann ist  $\frac{\delta p}{q_1} < 1$  und die Konvergenz für alle Mach'schen Zahlen  $M_1$  gut.

Näherungsweise ist ferner für gleiche  $M_1$  und  $\frac{\delta p}{q_1}$ :

$$\frac{\left( \frac{f_1}{f} \right)_{\text{Luft}}}{\left( \frac{f_1}{f} \right)_{\text{Dampf}}} = 1 - \left( \frac{\delta p}{q_1} \right)^2 M_1^4 \frac{k_L - k_D}{8} \quad (28)$$

Nehmen wir beispielsweise  $\frac{\delta p}{q_1} = \frac{1}{2}$ ,  $M_1 = \frac{1}{2}$ ,  $k_L - k_D = 0,1$ ,

so ist das Verhältnis von  $f$  nur um  $0,2 \text{ ‰}$  verschieden, also praktisch vollkommen unverändert. Bei Mach'schen Zahlen über 1 konvergiert erstens unsere Entwicklung nicht mehr gut, zweitens aber ist die Voraussetzung gleichmässiger Druck- und Geschwindigkeitsverteilung über den Rohrquerschnitt nicht mehr zutreffend.

Die Lage des Bezugsquerschnittes  $f_1$  ist, wie schon erwähnt, nicht ohne Einfluss auf die Uebertragbarkeit der

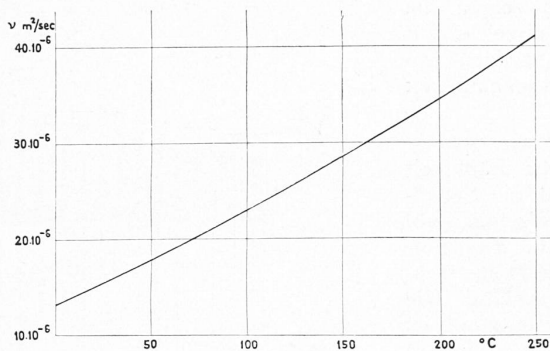


Abb. 1. Kinematische Zähigkeit  $\nu$  von Luft bei Atmosphärendruck und verschiedenen Temperaturen.

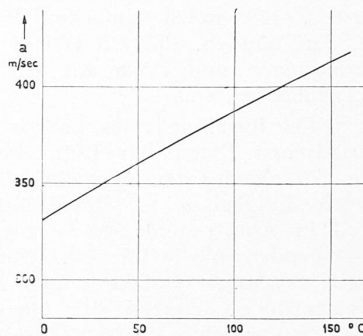


Abb. 2. Schallgeschwindigkeit  $a$  der Luft in Funktion der Temperatur (unabhängig vom Druck).

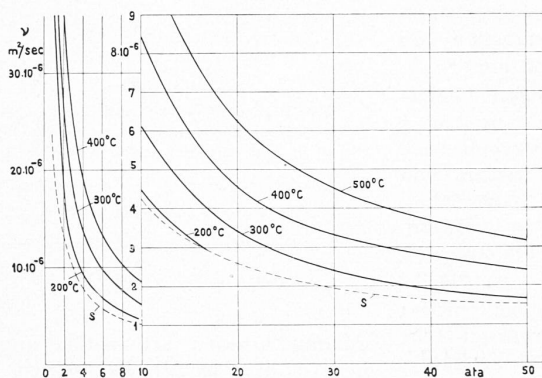


Abb. 3. Kinematische Zähigkeit  $\nu$  von überhitztem Wasserdampf für verschiedene Drücke und Temperaturen.

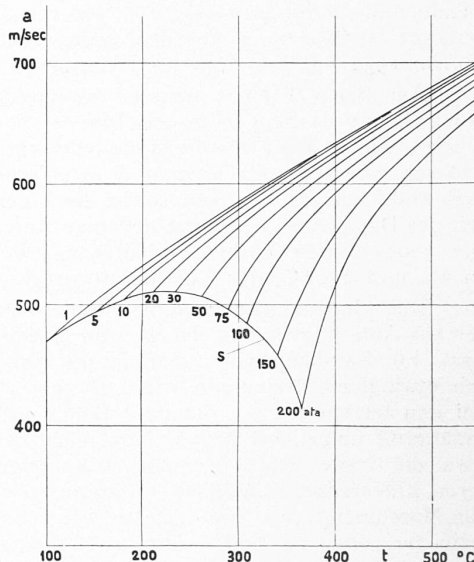


Abb. 4. Schallgeschwindigkeit  $a$  von überhitztem Wasserdampf für verschiedene Drücke und Temperaturen.

Ergebnisse. Das Fehlerglied  $\left( \frac{\delta p}{q_1} \right)^2 M_1^4 \cdot \frac{k_L - k_D}{8}$  soll bei einem gegebenen Kanal möglichst klein sein. Wir schreiben mit Verwendung von (22)

$$\frac{\partial p^2}{q_1^2} M_1^4 = \frac{4 \partial p^2}{k^2 p_1^2} \quad (29)$$

Wenn wir also den Anfangs- und Enddruck  $p_a$  und  $p_e$  in einem betrachteten Kanal vorgeben haben, so ist der Fehler mit  $\left( \frac{\partial p}{p_1} \right)^2$  am kleinsten. Das ist aber der Fall, wenn  $\delta p = \frac{1}{2} (p_a - p_e)$ . Von diesem Gesichtspunkt aus wäre es also angezeigt, den Vergleichsquerschnitt  $f_1$  an die Stelle des halben Druckabfalls (oder Anstiegs) zu legen und für diesen Schnitt Uebereinstimmung in der Mach'schen Zahl zu verlangen.

Sofern also die Mach'schen Zahlen nicht grösser als etwa 0,5 bis 0,7 und die Reynolds'schen Zahlen nicht stark verschieden sind, bestehen keine wesentlichen Bedenken gegen die Anwendung von Luft an Stelle von Dampf. Es ist also fast immer möglich, die Vorgänge in den Hoch- und Mitteldruckstufen von Turbinen zu untersuchen. Es wird eine Aufgabe der nächsten Zukunft sein, die Anwendbarkeit der Luftversuche auch im Niederdruckgebiet zu prüfen. Aber auch mit dieser Einschränkung ist das Arbeitsgebiet noch gross genug. Wenn wir daran denken, dass ein wesentlicher Teil der Verluste durch Undichtheiten, Strömungskurzschlüsse und dgl. hervorgerufen wird, so ist eine Methode, die diese leicht erkennbar und messbar macht, offenbar auch dann von grösstem Nutzen, wenn diese Verluste mit einigen Prozenten (ihres Betrages!)

unsicher sind. Die nachfolgenden Beispiele<sup>3)</sup> zeigen am besten, mit welchen einfachen Mitteln Ergebnisse erzielt werden können, die mit Dampf nur mit mühseligen Anstrengungen und kaum mit der gleichen Messgenauigkeit erreichbar wären.

Die für Modellversuche vor allem benötigten charakteristischen Daten der Luft, die kinematische Zähigkeit zur Berechnung der Reynolds'schen Zahl und die Schallgeschwindigkeit  $a$  zur Bestimmung der Mach'schen Zahl sind in Abb. 1 und Abb. 2 zusammengestellt. Die entsprechenden Werte für überhitzten Wasserdampf im technischen wichtigen Gebiet zeigen Abb. 3 und Abb. 4. Die kinematische Zähigkeit von überhitztem Wasserdampf ist aus den Messungen der Zähigkeit  $\eta = \nu \rho$  von Dampf nach Speyerer<sup>4)</sup> bis 10 ata und aus den neuesten Messungen von W. Schiller<sup>5)</sup> bis 30 ata berechnet und für höhere Drücke und Temperaturen sinngemäss extrapoliert. Die Schallgeschwindigkeit  $a = \sqrt{g k p v}$  für verschiedene Dampfzustände ist in Abb. 4 aus den neuen Dampftabellen von Mollier 1932 mit  $k = 1,30$  für Heissdampf bestimmt.<sup>6)</sup>

Am Beispiel einer neueren zweigehäusigen Gleichdruck-Dampfturbine von 20000 kW sei vorerst in Abb. 5 gezeigt, wie sich die für die Modellversuche massgebenden Grössen wie Reynolds'sche und Mach'sche Zahlen von Leit- und Laufschaufelungen sowie die kinematische Zähigkeit des Dampfes in den verschiedenen Stufen etwa ändern. Die 3000-tourige Turbine arbeitet mit Frischdampf von 30 ata und 450°C, der Kondensatordruck ist 0,04 ata.

Die kinematische Zähigkeit  $\nu$  des Dampfes variiert gemäss Abb. 5 zwischen Hoch- und Niederdruckteil sehr stark. Für Satttdampf von 1,5 ata ist die kinematische Zähigkeit etwa gleich derjenigen von Luft ( $\nu \sim 16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ ). Bei den letzten Stufen, die im Vakuum arbeiten, nimmt  $\nu$  annähernd umgekehrt proportional dem Druck zu, sodass etwa die letzte Stufe in einer Dampfumgebung arbeitet, deren kinematische Zähigkeit erstaunlicherweise derjenigen von Maschinenöl ( $\nu = 400 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$  bei 20°C) oder Glycerin ( $\nu = 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$  bei 20°C) entspricht. Zudem kommt dort die Dampfmasse hinzu, die die Verhältnisse besonders unübersichtlich macht und einen Vergleich mit Strömungen homogener Stoffe verunmöglicht.

Wie man aus Abb. 5 sieht, sind die Mach'schen Zahlen der Leitvorrichtungen und vor allem der Laufschaufelungen im Hochdruckteil zum grossen Teil noch so klein, dass gemäss den früheren theoretischen Überlegungen die Voraussetzungen für Modellversuche mit Luft erfüllt sind und die Uebertragung auf Dampf erlaubt ist. Ein Vergleich mit den nachstehend beschriebenen Versuchen zeigt ferner, dass mit den Modellen Reynolds'sche Zahlen von gleicher Grössenordnung, wie sie im Hochdruckteil der wirklichen Turbine vorkommen, mit Luft gut erzielt werden können.

#### Leitapparat-Untersuchungen.

Als erstes sollen Untersuchungen an einem Dampfturbinen-Leitapparat für Hochdruckstufen einer Gleichdruckturbine besprochen werden. In früheren Forschungsarbeiten wurden die Verluste in den Leitdüsen meist summarisch durch Reaktionsmessung an dampfbeaufschlagten Kanälen natürlicher Grösse oder durch Messung des Gesamtimpulses des austretenden Dampfstrahls an einer Prellwand bestimmt. Die Reibungs- und Energieverluste in den Leitkanälen drückte man in der Betrachtungsweise der Mittelwerttheorie mit dem Geschwindigkeitsbeiwert  $\varphi$  aus.

Man hat sich im Turbinenbau an das Operieren mit dieser Beizahl so gewöhnt, dass man sich der darin lie-

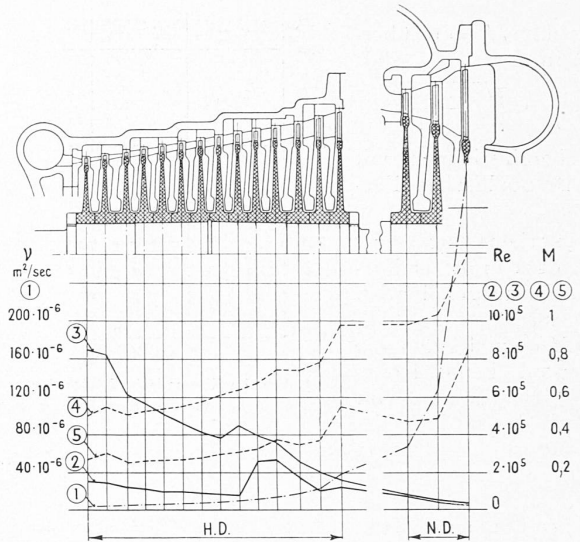


Abb. 5. Verlauf von kinematischer Zähigkeit  $\nu$ , Reynolds'schen ( $Re$ ) und Mach'schen Zahlen ( $M$ ) in einer Dampfturbine, bezogen auf die Geschwindigkeiten in mittlerer Schaufelhöhe. 1 = Kinematische Zähigkeit  $\nu$ ;

2 =  $Re$  (Leitrad) =  $\frac{c \cdot r}{\nu}$  (= mittlere Austrittsgeschwindigkeit,  $r$  = hydraulischer Radius, gemessen an engster Kanalstelle).

3 =  $Re$  (Laufschaufel) =  $\frac{w \cdot b}{\nu}$ ,  $w$  = mittlere relative Eintrittsgeschwindigkeit,

$b$  = Schaufelbreite; 4 =  $M$  (Leitrad) =  $\frac{c}{a}$ ; 5 =  $M$  (Laufschaufel) =  $\frac{w}{a}$ .

genden krassen Schematisierung nicht immer genügend bewusst ist. In der Tat zeigen die Versuche sofort, dass von einer einheitlichen Verzögerung der durch die Kanäle strömenden Teile keine Rede ist und dass die Kanalverluste an ganz bestimmten Stellen ihren Sitz haben. Wenn man schon mit mittleren Beiwerten rechnen will, dann ist es angezeigt, diese für die Durchflussmenge, Impulsstrom und Energiestrom, getrennt anzugeben. Aber auch deren Kenntnis gibt noch keineswegs einen sicheren Anhalt für die in einer Dampfturbinenstufe vermöge der Leitradreibung auftretenden Verluste.

So bleibt nichts anderes übrig, als auf die zweifelhaften Verwendungen des Geschwindigkeitsbeiwertes für die Verlustberechnung zu verzichten und die Stufe als ganzes, in Bezug auf durchfliessende Menge, Drehmoment und Wirkungsgrad, zu untersuchen; ein Verfahren übrigens, das genau dem Vorgehen im Wasserturbinenbau seit Francis' klassischen Versuchen entspricht.

Der Sinn der Teilversuche ist also nicht, die Unterlage für die Addition der Verluste zu geben, sondern vor allem die Erkennung und Lokalisierung der Reibungswirkungen. Erst dann ist es möglich, auf Verbesserungen zu sinnen. Vor allem muss nach Ablösungen gesucht werden, die erfahrungsgemäss zu den grössten Verlusten führen. Gewöhnlich gelingt es dann, mit einfachen Formveränderungen eine Verlustverminderung zu erreichen.

Die Verluste einer Turbinenstufe, die durch Leitradreibung entstehen, sind von ganz verschiedener Art. Die Reibung an den Wänden ergibt Erwärmung des Mediums, die ungleiche Geschwindigkeit am Leitrad-Austritt aber Störungen durch ungleichmässige Laufschaufelbeaufschlagung. Einigermassen klar definierbar ist nur die Wärmeerzeugung, die eine untere Grenze für den Leitradverlust ergibt. Dass in den nachfolgenden Stufen diese Reibungswärme zum Teil wieder Arbeit leistet und infolgedessen nicht ganz für die Arbeitsleistung der Turbine verloren ist, braucht nicht näher betont zu werden.

Will man den Leitapparat energetisch beurteilen, so kann man zunächst diejenigen Verluste ermitteln, die im Leitapparat selbst nicht mehr, sondern erst in nachfolgenden Stufen (teilweise) rückgewinnbar sind. Es ist ziemlich leicht möglich, aus Pitot- und Druckmessungen diesen Verlust zu bestimmen, der also das Minimum darstellt, mit dem man für eine Stufe rechnen muss. Es ist denkbar,

<sup>3)</sup> An der VDI-Tagung vom 26. bis 29. Mai 1933 in Friedrichshafen berichtete einer der Verfasser (C. Keller) über solche Versuche. Auszug dieser Mitteilung im VDI-Sonderheft jener Tagung, Mai 1933 S. 59.

<sup>4)</sup> VDI-Forschungsarbeiten Heft 273.

<sup>5)</sup> Forschung, Bd. 5, Nr. 2, 1934 S. 171.

<sup>6)</sup> Die Veränderlichkeit von  $k = 1,31$  bis etwa  $k = 1,26$  im technisch wichtigen Gebiet ist nicht berücksichtigt (vgl. C. Keller: „Der Adiabatenexponent für überhitzten Hochdruckdampf“. Escher Wyss Mitteilg. Jg. VII, 1934, Nr. 4 S. 102).

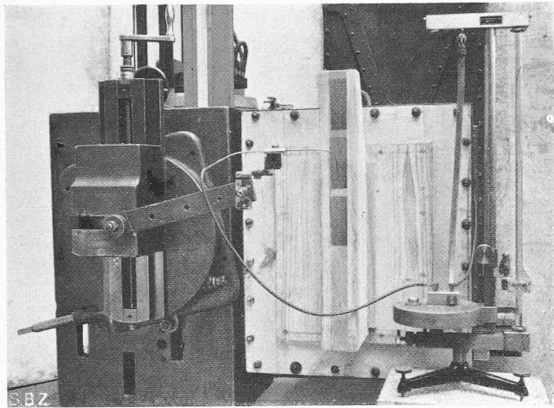


Abb. 7. Einrichtung zur Untersuchung von Modellen von Dampfturbinen-Leitvorrichtungen mittels Luft.

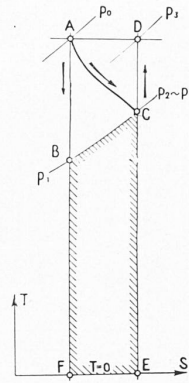


Abb. 6. Verlustbestimmung im Leitrad, dargestellt im Entropie-Diagramm.

dass die Zusatzverluste im Laufrad, hervorgerufen durch die Leitradreibung, von ähnlicher Grössenordnung sind.

Es sei  $p_0$  der Ausgangsdruck im Ruhezustand vor dem Leitrad,  $p_2$  der Druck nach dem Leitrad,  $p_0 - p_2$  also das zur Verfügung stehende Druckgefälle. Stellt man der Strömung an irgend einer Stelle des Kanalaustritts ein einfaches Hakenrohr (Pitotrohr) entgegen, so misst dieses den Pitot-Druck  $p_3$ . Solange die Schallgeschwindigkeit nicht überschritten ist, ist die Verdichtung an der Röhrchenmündung rein adiabatisch. Im  $T$ - $S$  Entropiediagramm Abb. 6 stellt sich der Vorgang so dar: Die Expansion eines bestimmten Teilchens erfolgt nicht von  $A$  nach  $B$  adiabatisch, sondern längs einer nicht näher bekannten Kurve nach  $C$ . Der dort herrschende Druck  $p_2$  wird im allgemeinen nur sehr wenig von  $p_1$  abweichen. Von  $C$  nach  $D$  erfolgt die erwähnte adiabatische Verdichtung auf  $p_3$ . Gemessen seien  $p_0, p_2, p_3$ . Die Gewichtseinheit erleidet dann einen Energieverlust, der durch die schraffierte Fläche  $BCEF$  (im Wärmemass) dargestellt ist.

Diese ist bei idealen Gasen:

$$F = c_p (T_C - T_B)$$

Bei rein adiabatischer Expansion wäre die kinetische Energie:

$$E = c_p (T_A - T_B)$$

Der verhältnismässige Verlust ist:

$$V = \frac{F}{E} = \frac{T_C - T_B}{T_A - T_B}$$

Beachtet man, dass bei turbulenten Reibungs- und Wärmeleitungsvorgängen für jeden Stromfaden die Gleichung gilt:

$$i + A \frac{c^2}{2g} = \text{konst.},$$

so folgt mit  $i = c_p T$  dass  $T_D = T_A$ .

Mithin:

$$V = \frac{\frac{T_C}{T_B} - 1}{\frac{T_A}{T_B} - 1} = \frac{\frac{T_C}{T_B} \frac{T_A}{T_A} - 1}{\frac{T_A}{T_B} \frac{T_A}{T_A} - 1}$$

$$V = \frac{\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1} = \frac{\left(\frac{p_0}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1} \quad (30)$$

Setzt man:

$$p_0 = p_3 + \delta p, \quad p_0 = p_1 + \Delta p,$$

so gilt näherungsweise:

$$V = \frac{\partial p}{\Delta p} \left( 1 - \frac{2k-1}{2k} \frac{\Delta p - \delta p}{p_3} \right) \quad (31)$$

Bei kleinen Mach'schen Zahlen sind  $\Delta p$  und  $\delta p$  beide klein gegen  $p_3$  und der Verlust ist durch die bekannte Formel für inkompressible Strömung

$$V = \frac{\partial p}{\Delta p} \quad (32)$$

gegeben. Schliesslich muss über die gesamte durchfliessende Menge gemittelt werden, wobei die Geschwindigkeiten am Austritt bekannt sein müssen. Sie können aus  $p_3$  und  $p_2$

berechnet werden (adiabatische Kompression mit bekanntem Druckverhältnis auf einen bekannten Endzustand).

Da die zur Verfügung stehende Versuchseinrichtung vorerst nur verhältnismässig kleine Geschwindigkeiten bis etwa 100 m/sec zu erreichen gestattete, können wir im folgenden nur Strömungen im Unterschallgebiet betrachten.<sup>7)</sup>

Abb. 7 gibt den Ueberblick über die einfache Messanordnung im Versuchslokal von Escher Wyss. Ein Modellausschnitt aus einer Leitkanalreihe wird durch Luft, die von einem Zentrifugalgebläse geliefert wird, gleichmässig (von hinten) beaufschlagt. Aus dem grossen Eintrittsbehälter vor den Kanälen strömt die Messluft unter Druckabfall durch die Leitvorrichtungen aus Holz und wird dabei im Bilde schräg nach oben abgelenkt. Für die Bestimmung der Leitschaufelverluste wird der Druck  $p_0$  am Eintritt und die Drücke  $p_2$  und  $p_3$  in

einer Kontrollebene am Austritt punktweise mittels eines Staurohres, das längs des Gitters an einem Support verschiebbar befestigt ist, aufgenommen. (Forts. folgt.)

### Das Kunst- und Kongresshaus der Stadt Luzern.

ARMIN MEILI, Arch. S. I. A., Luzern.

Eine so allgemein gültige Bauaufgabe und ein Bau so ausgeprägter Eigenart haben weit über die Grenzen Luzerns hinaus eine Bedeutung, die eine abschliessende Darstellung auch an dieser Stelle rechtfertigt, in Ergänzung der vor zwei Jahren und auf Seite 107 lfd. Bd. behandelten interessantesten Aspekte des Werkes. Es sollen deshalb heute nebst einigen Innenansichten noch diejenigen Grundrisse und Schnitte des Kunsthauses gezeigt werden, die gegenüber den frühern Plänen (Band 100, Seite 184\*, 1. Oktober 1932) wesentlich Neues bieten, sowie die interessantesten technischen Einzelheiten geschildert werden; die komplizierten Forderungen des Bauprogrammes und ihre Erfüllung hingegen, wie auch die Zahlenangaben über Fassungsräume usw. möge der näher interessierte Leser in Band 100 nachschlagen. Weil der Bahnhofplatz mit dem neuen Brunnen und dem Kunsthaus ein Ganzes und eine sehr glückliche stadtbauliche Lösung — an der auch Baudirektor O. Businger besonderes Verdienst zukommt — bildet, ist ihm ein besonderer Beitrag gewidmet.

Armin Meili wird von den Ganzmodernen kaum zu den Ihrigen gezählt — Linus Birchler hat ihn „streng sachlich“ genannt. Hält man sich an das Luzerner Kunsthaus, so dürfte die Wahrheit in der Mitte liegen. Meili verleugnet seine klassische Schulung nicht, doch kommt sie hier gerade durch ihre positivsten, innersten Werte zur Wirkung: durch die klare Gliederung der Massen und die wohlproportionierte Abstimmung der Baukörper, Räume und Einzelglieder aufeinander, in der sorgfältigen Durchbildung formaler und handwerklicher Einzelheiten, wie z. B. Fenstersprossenteilung, Verkleidungsplatten-Material, -Format und -Ausfugung, Farben. Und die Sachlichkeit herrscht insofern, als reichliches Zweckgenügen, praktische Organisation und Beziehung der Räume zueinander erreicht sind, als äusserlicher Formzierrat vermieden und der ganze Schmuck auf die Pferdegruppen draussen<sup>1)</sup> und die Pflanzen im Innern beschränkt ist. Möblierung, Linestra-Beleuchtungskörper — man beachte die Variation in der Anwendung der stets gleichen Elemente —, Beschriftung, Beschläge, Heizkörper übernehmen teilweise auch solche Funktionen, aber mit

<sup>7)</sup> Die zur Zeit in Montage befindliche Ueberschallanlage am aerodynamischen Institut der E. T. H. wird erlauben, Luftversuche auch im Gebiete der höchsten praktisch vorkommenden Mach'schen Zahlen anzustellen.

<sup>1)</sup> Es soll die Absicht bestehen, die schönen glatten Stirnflächen der Seitenflügel mit Reliefs zu bedecken, deren riesiger Massstab allerdings die Feinheit und Grösse des Hauses empfindlich beeinträchtigen dürfte.