

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 105/106 (1935)  
**Heft:** 5

## Inhaltsverzeichnis

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**INHALT:** Belastungsgrenzen des Hohlzylinders unter Innendruck bei Berücksichtigung der Plastizität. — Bautechnischer Luftschutz. — Wettbewerb für eine reformierte Dorfkirche in Birnenstorf, Kanton Aargau. — Chemisch-technische Grundlagen des Gasschutzes. — Mitteilungen: Eidgen. Technische Hochschule. Isolierstoffe hoher Wärmeleitfähigkeit. Die neue Dockschleuse des Hafens von Saint-Nazaire.

Interessante Verschiebung eines Hauses. Brandwachegebäude in Zürich. Brücke über den Sambesi bei Sena. Eine Vortragsreihe „Normung und Toleranzsysteme“. — Wettbewerbe: Strandbad in Meilen. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 105

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 5

### Belastungsgrenzen des Hohlzylinders unter Innendruck bei Berücksichtigung der Plastizität.

Von Dr. techn. PAUL KOHN, Prag.

Auf Grund der Huber-Mises-Hencky'schen Fließbedingung wird die Belastungsgrenze für den offenen und geschlossenen Hohlzylinder aus zähem Material bestimmt und in Diagrammen dargestellt. Ferner wird das Halbmesserverhältnis berechnet, für das bei der Entlastung die Fließgrenze neuerlich überschritten wird, und schliesslich auf die plastischen Deformationen eingegangen. — An Beispielen wird die neue Dimensionierung mit der üblichen verglichen.

Bei der Dimensionierung der durch einen inneren Ueberdruck beanspruchten dickwandigen Hohlzylinder war es bisher üblich, als Belastungsgrenze jenen Ueberdruck anzusehen, bei dem gerade der Innenmantel des Hohlzylinders aus dem elastischen in den plastischen Zustand übergeht. Bei einem zähen Material mit ausgesprochener Fließgrenze bringt aber eine weitere Drucksteigerung noch keine Gefahr mit sich, wie z. B. die Versuche von Krüger<sup>1)</sup> zeigen, da der Hohlzylinder als Ganzes erst zu fließen beginnt, wenn sich die plastische Zone bis an den Aussenmantel erstreckt. Als äusserste Belastungsgrenze wird man daher jenen Ueberdruck ansehen müssen, bei welchem der Aussenmantel des Hohlzylinders bis zur Fließgrenze beansprucht wird. Da praktisch jedes Gefäss öfters belastet und daher auch entlastet wird, so tritt, um eine Zerstörung des Materials hintanzuhalten, als weitere Forderung die Bedingung hinzu, dass bei der Entlastung an keiner Stelle des Hohlzylinders die Fließgrenze neuerlich überschritten wird.

A. Nádai<sup>2)</sup> gibt die allgemeine Lösung für den Spannungszustand des plastischen Rohres mit konstanter axialer Dehnung an und bestimmt die Integrationskonstanten für den Sonderfall, dass die axiale Dehnung null ist. Er setzt dabei voraus, dass man im ganzen plastischen Gebiet die elastischen Dehnungen gegenüber den plastischen vernachlässigen darf. Dies ist jedoch in der Nähe der Grenze zwischen elastischem und plastischem Gebiet nicht zulässig, da in ihr selbst elastische Dehnungen vorhanden, die plastischen Dehnungen aber null sind. In der vorliegenden Arbeit soll dem vorerwähnten Umstand wenigstens näherungsweise Rechnung getragen werden, was nur formal eine kleine Aenderung der Ausgangsgleichungen mit sich bringt; andererseits sollen aber die beiden wichtigsten technischen Belastungsfälle, nämlich der an den Enden offene und der an den Enden geschlossene, durch Innendruck beanspruchte plastische Hohlzylinder behandelt werden. Es sei gleich vorweggenommen, dass sich für den geschlossenen plastischen Hohlzylinder die axiale Dehnung zu null ergibt, und dass für diesen Fall die schon von Nádai für den Spannungszustand angegebenen einfachen Beziehungen gelten.

Für ein elastisch-plastisches Material gelten für den in axialer Richtung unbegrenzt gedachten und axensymmetrisch belasteten Hohlzylinder die folgenden Deformationsbedingungen in den Zylinderkoordinaten  $r, \varphi, z$ .

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \alpha \left[ \sigma_r - \frac{1}{m} (\sigma_\varphi + \sigma_z) \right] + \beta \left[ \sigma_r - \frac{1}{2} (\sigma_\varphi + \sigma_z) \right] = \frac{du}{dr}, \\ \epsilon_\varphi &= \alpha \left[ \sigma_\varphi - \frac{1}{m} (\sigma_z + \sigma_r) \right] + \beta \left[ \sigma_\varphi - \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_r) \right] = \frac{u}{r}, \\ \epsilon_z &= \alpha \left[ \sigma_z - \frac{1}{m} (\sigma_r + \sigma_\varphi) \right] + \beta \left[ \sigma_z - \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\varphi) \right]. \end{aligned}$$

Hierin bedeuten  $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$  die Normalspannungen;  $\epsilon_r, \epsilon_\varphi, \epsilon_z$  die Dehnungen in den Richtungen  $r, \varphi$  und  $z$ ;  $u$  die radiale Verschiebung eines Punktes am Radius  $r$ ;  $1/\alpha$  den Elastizitätsmodul,  $m$  den Querkontraktionskoeffizient und  $1/\beta$  den Plastizitätsmodul.

<sup>1)</sup> W. Krüger, Forschungsarbeit d. V. D. I., H. 87; 1910.

<sup>2)</sup> A. Nádai, Der bildsame Zustand der Werkstoffe; Verlag Springer, 1927.

Im elastischen Gebiet ist  $\beta = 0$  und  $\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 + \sigma_z^2 - \sigma_r \sigma_\varphi - \sigma_r \sigma_z - \sigma_\varphi \sigma_z < \sigma_0^2$ , wenn  $\sigma_0$  die Spannung an der Fließgrenze bedeutet.

Im plastischen Gebiet ist die Fließbedingung von Huber-Mises-Hencky erfüllt, also

$$\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 + \sigma_z^2 - \sigma_r \sigma_\varphi - \sigma_r \sigma_z - \sigma_\varphi \sigma_z = \sigma_0^2 \quad (1)$$

und  $\beta$  ist eine vom Verformungszustand des Hohlzylinders abhängige Veränderliche.

Für das plastische Gebiet ersetzen wir nun näherungsweise die Deformationsbedingungen durch:

$$\epsilon_r = \vartheta \left[ \sigma_r - \frac{1}{2} (\sigma_\varphi + \sigma_z) \right] = \frac{du}{dr} \quad (2a)$$

$$\epsilon_\varphi = \vartheta \left[ \sigma_\varphi - \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_r) \right] = \frac{u}{r} \quad (2b)$$

$$\epsilon_z = \vartheta \left[ \sigma_z - \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\varphi) \right] \quad (2c)$$

indem wir in den Klammerausdrücken mit  $a$  der Ausgangsgleichungen,  $m$  (für Flusstahl  $m = \frac{10}{3}$ ) durch  $2$  ersetzen und  $\vartheta = \alpha + \beta$  einführen.

Der Fehler, den man durch diesen Ersatz begeht, ist vernachlässigbar; er ist klein in der Grenzschicht zwischen elastischem und plastischem Gebiet und er wird umso kleiner, je grösser die Entfernung von der Grenzschicht ist, weil sich in grösserer Entfernung von ihr  $a$  gegen  $\beta$  vernachlässigen lässt.

Zur Bestimmung des Spannungs-Dehnungszustandes sind weiter noch die Gleichgewichtsbedingungen in radialer und axialer Richtung notwendig. Diese lauten

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} = \sigma_\varphi - \sigma_r \quad (3a)$$

und

$$\int_a^b 2\pi r \sigma_z dr = q a^2 \pi \quad (3b)$$

worin  $q$  (s. Abb. 1) den in axialer Richtung auf die Zylinderböden wirkenden, vorläufig noch beliebig grossen inneren Ueberdruck bedeuten soll.

Da es sich beim axial unbegrenzten, durch Innendruck beanspruchten Hohlzylinder um einen ebenen axensymmetrischen Deformationszustand handelt, ist  $\epsilon_z = \text{konstant}$  und alle übrigen in den Gleichungen (1) bis (3) vorkommenden Grössen und daher auch  $\vartheta$  sind nur Funktionen der Veränderlichen  $r$ .

Eliminiert man unter Beachtung dieses Umstandes  $u$  und  $\sigma_z$  aus den Gleichungen (2), so ergibt sich

$$\frac{d(\sigma_\varphi - \sigma_r)}{\sigma_\varphi - \sigma_r} = - \frac{d\vartheta}{\vartheta} - 2 \frac{dr}{r} \quad (4)$$

andererseits erhält man durch Verbindung von Gleichung (1) und (2c)

$$(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 = \frac{4}{3} \left[ \sigma_0^2 - \left( \frac{\epsilon_z}{\vartheta} \right)^2 \right] \quad (5)$$

Führt man die dimensionslose Grösse

$$\psi = \frac{\sqrt{3} \sigma_\varphi - \sigma_r}{\sigma_0} \quad (6)$$

in die Gleichungen (3a), (4) und (5) ein, so lassen sich die Grössen  $\vartheta, \sigma_r, r$  als Funktionen der Grösse  $\psi$  darstellen. Man erhält

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = \frac{\psi d\psi}{1 - \psi^2} \quad (7)$$

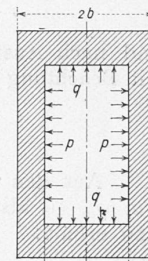


Abb. 1.