

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 107/108 (1936)  
**Heft:** 26

## **Inhaltsverzeichnis**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Graphische Bestimmung der Eigenfrequenz von Drehschwingungen. — Dichtende Metallverkleidungen von Staumauern. — Die Konstruktion von Sonnenuhren. — Eidgenössische Volkswirtschaft-Stiftung. — Mitteilungen: Einphasenstraktion in U.S.A. Vom Aarehafen in Brugg. Wärmespannungen in ungleichmässig erwärmten Röhren. Eine Waage

zur Messung kleiner Druckunterschiede. Sanierung der rechtsufrigen Genfer Altstadt. Stadtgenieur von Zürich. — Nekrologe: Prof. Dr. H. Spangenberg, Fritz Eiselen. — Literatur. — An unsere Leser! — Mitteilungen der Vereine. — S.I.A.-Fachgruppe für Stahl und Eisenbetonbau und Section Vaudoise de la S. I. A. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

### Graphische Bestimmung der Eigenfrequenz von Drehschwingungen.

Von HANS LIEBERHERR, Dipl. Ing., Winterthur.

In Bd. 95, Nr. 5 der «SBZ» vom 1. Februar 1930 wurde ein Verfahren zur Bestimmung der Eigenfrequenz ersten Grades von Drehschwingungen angegeben, welches das Gegenstück zu der bekannten Methode für die Ermittlung der Eigenfrequenz der Biegungsschwingungen einer mit Massen besetzten Welle darstellt. Im Folgenden soll gezeigt werden, dass sich die ganze Rechnung rein graphisch durchführen lässt, sodass die Zwischenrechnungen sowie die Rücksichtnahme auf den Masstab, in dem die verschiedenen Grössen aufgetragen werden, wegfallen. Weiterhin wird eine Erweiterung des Verfahrens entwickelt, die die Eigenfrequenzen der Schwingungen höheren Grades, also mit mehreren Knotenpunkten, zu bestimmen gestattet.

#### 1. Bestimmung der Grundfrequenz.

Eine in bekannter Weise auf konstantes polares Trägheitsmoment  $J_p$  reduzierte Welle sei mit Einzelträgheitsmomenten  $\theta_i$  belegt. Bei Wellen mit stetig verteilten Massenträgheitsmomenten werden diese in Einzelmassen aufgelöst. Zur Beschreibung der zeitlichen Veränderung des Verdrehungswinkels  $\varphi$  im Abstand  $x$  von einem (linken) Wellenende geht man aus von dem Normal-schwingungsansatz  $\varphi = A(x) \cos(\lambda t)$ . Das verdrehende Moment im Querschnitt  $x$  ist proportional der Neigung der elastischen Linie in diesem Querschnitt und steht in jedem Zeitpunkt im Gleichgewicht mit den Momenten der Trägheitskräfte sämtlicher links von diesem Querschnitt befindlicher Massen. Daraus folgt

$$\frac{dA}{dx} = - \sum_{i=1}^k \frac{\theta_i A_i}{G J_p} \lambda^2 \dots (1)$$

Zwischen zwei Einzelträgheitsmomenten ist demnach die Neigung  $dA/dx$  der elastischen Linie konstant. Am Wellenende  $x = l$  verschwindet sie gleichzeitig mit dem verdrehenden Moment, also

$$\sum_{i=1}^n \theta_i A_i = 0 \dots (2)$$

Das Vorgehen möge nun gleich an einem Beispiel erläutert werden. In Abb. 1 ist (1) eine in ihren reduzierten Längen aufgezeichnete Welle, wobei 1 cm Zeichnung  $\alpha$  cm in Wirklichkeit darstelle. Es wird weiter eine elastische Linie angenommen, die hier absichtlich als gerade Linie (2) gewählt ist, um zu zeigen, dass trotz dieser rohen Annäherung das Verfahren rasch zu brauchbaren Werten der Eigenfrequenz  $\lambda$  führt. Dabei ist die Abszissenaxe, «Schwingungsaxe» genannt, von der aus die Amplituden  $A(x)$  gerechnet werden, so festzulegen, dass Gl. (2) befriedigt wird. Fasst man die  $\theta_i$  als horizontale, in den Abständen  $A_i$  von der Schwingungsaxe angreifende Parallelkräfte auf, so ist diese Gleichung die Bedingung dafür, dass die Resultierende der Kräfte in die Schwingungsaxe fällt. Diese ist also graphisch folgendermassen zu ermitteln: Bildung eines Kräfteplans (3) durch Auftragen der Trägheitsmomente  $\theta_i$  in einer Parallelen zur Wellenaxe, im Masstab von 1 cm Zeichnung =  $\beta$  kgcmsec<sup>2</sup> und mit einer Poldistanz von  $H_1$  in cm. Das Seilpolygon (4) ergibt dann die Lage der Schwingungsaxe (5) als Schnittpunkt des ersten und letzten Seilstrahles.

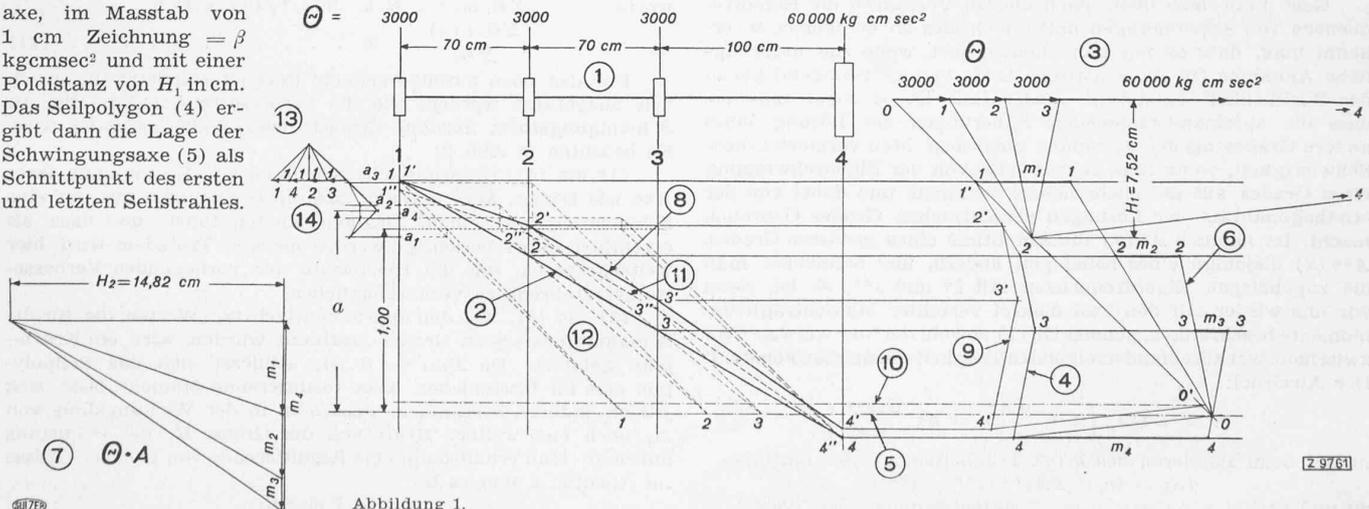


Abbildung 1.

Erste Näherung: Die Gerade (2) befriedigt nun wohl die Gl. (2), nicht aber die Gl. (1). Wir konstruieren deshalb jetzt unter Verwendung der angenommenen elastischen Linie einen Streckenzug, der, bei willkürlich angenommenem  $\lambda$ , der Gl. (1) genügt. Die Produkte  $\theta_i A_i$  können direkt dem Seilpolygon entnommen werden, wenn man von 0 aus Parallele zu den einzelnen Polstrahlen zieht und mit den zugehörigen Wirkungslinien der Kräfte  $\theta_i$  schneidet. Es ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke  $m_i: A_i = \theta_i: H_1$ , also  $\theta_i A_i = m_i H_1$ . Wenn wir nun die  $m_i$  als vertikale Kräfte in dem Kräfteplan (7) mit horizontaler Anfangslinie und der willkürlichen Poldistanz von  $H_2$  cm auftragen, so befriedigt das Seilpolygon (8) mit

$$\lambda_0^2 = \frac{G J_p}{H_1 H_2 \alpha \beta} \dots (3)$$

in erster Annäherung die Gl. (1). Freilich wird dieser Streckenzug (8) im allgemeinen nicht auch die Gl. (2) bezüglich der Schwingungsaxe (5) erfüllen. Wie vorher für die Annahme (2) können wir aber auch für die verbesserte elastische Linie (8) mit Hilfe des Kräfteplans (3) und des Seilpolygons (9) die der Gl. (2) genügende Schwingungsaxe (10) als den Schnittpunkt 0' des ersten und letzten Strahls bestimmen.

Vergleich zwischen Ergebnis (8) und Annahme (2): Bringt man durch Verschieben der ersten Näherung in die gestrichelt angedeutete Lage (11) die Schwingungsaxe (10) mit der Axe (5) zur Deckung, so kann man die Amplituden  $A_{10}, A_{20}, \dots$  der Annahme mit denen der ersten Näherung  $A_{11}, A_{21}, \dots$  mittels der angedeuteten Hilfsgeraden im Abstand 1 von der Axe (5) bequem vergleichen. So ergeben sich die Verhältnisse

$$a_1 = \frac{A_{11}}{A_{10}}, a_2 = \frac{A_{21}}{A_{20}} \dots$$

sofort in der aus der Abb. 1 ersichtlichen Weise (12).

Bezüglich der Schwingungsaxe (5) genügt nach Konstruktion der Streckenzug (11) der Bedingungs-gl. (2), während die Neigung  $dA/dx$  einer seiner Strecken mit den Amplituden  $A_1, A_2, A_3, A_4$  usw. der Annahme (2) gemäss Gl. (1) so zusammenhängt:

$$\frac{dA}{dx} = - \frac{(\theta_1 A_{10} + \theta_2 A_{20} + \dots) \lambda_0^2}{G J_p}$$

Setzt man hierin mit einem mittleren Werte von  $a$  näherungsweise

$$A_{10} = \frac{A_{11}}{a}, A_{20} = \frac{A_{21}}{a}, \dots$$

so erhält man die gleiche Neigung der elastischen Linie

$$\frac{dA}{dx} = - \frac{(\theta_1 A_{11} + \theta_2 A_{21} + \dots) \lambda^2}{G J_p}$$

sofern man setzt

$$\lambda^2 = \frac{\lambda_0^2}{a} \dots (4)$$