Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 113/114 (1939)

Heft: 3

Artikel: Die Momente im Kreuzgelenk

Autor: Grossmann, K.H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-50429

Band 113 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 3

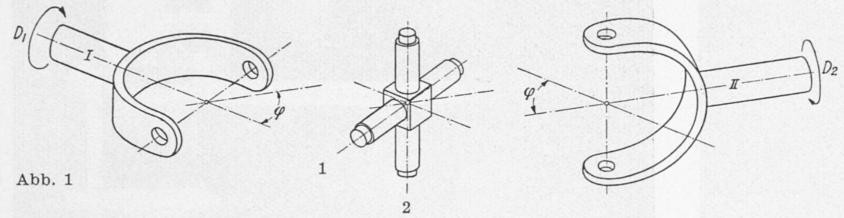

Abb. 1

Die Momente im Kreuzgelenk

Die Umsetzung einer Drehung um eine Axe I in eine solche um eine Axe II, die mit der ersten den Winkel φ bildet ($0 < \varphi < \pi/2$), kann bekanntlich vermittelst des meist nach Geronimo Cardano benannten Kreuzgelenkes, Abb. 1, geschehen: Ein rechtwinkliges Axenkreuz dient als Koppelglied; um dessen eine Axe 1 ist, senkrecht zu ihr, die Axe I drehbar, ebenso die Axe II um die zu ihr senkrechte andre Axe 2. Die Abb. 1 stammt aus dem Aufsatz von H. Dietz in «Z.VDI», 1938, Nr. 28: «Die Uebertragung von Momenten in Kreuzgelenken».

Die Beanspruchung der beiden Wellen folgt aus der Tatsache, dass das Koppelkreuz bei reibungsfreier Lagerung und Vernachlässigung seiner Trägheitskräfte nur ein solches Kräftepaar zu übertragen vermag, das in seiner Ebene liegt, dessen Momentenvektor also senkrecht darauf steht. In der Tat bedingt das Verschwinden des Moments des an dem ersten Arm des Kreuzes angreifenden Kräftepaars um 1, dass auch das Moment der am andern Arm angreifenden Kräfte um 1 verschwindet, das Moment $\mathfrak{M}$ des von der zweiten Welle auf das Koppelglied ausgeübten Kräftepaars also nicht nur zu 2, sondern auch zu 1 normal ist.

Uns interessiert die Stellungsänderung von $\mathfrak{M}$ sowohl bezüglich der ersten, wie auch relativ zur zweiten Welle. Denkt man sich den Vektor $\mathfrak{M}$ im Schnittpunkt der Axen I und II angebracht, so verharrt $\mathfrak{M}$ sowohl in der I enthaltenden Normalebene zu 1, als auch in der durch II gelegten Normalebene zu 2; in der ersten Ebene pendelt $\mathfrak{M}$ um die Mittellage I, in der zweiten um die Mittellage II. Wir können seine relative Lage durch die mit I, bezw. II gebildeten Winkel ψ_1, bezw. ψ_2 bezeichnen, siehe Abb. 2. Als Ausgangsstellung wählen wir jene von Abb. 1, bei der die Axe 1 in der Ebene (I, II) liegt, die Axe 2 senkrecht zu derselben steht, die Normale auf die Ebene (1, 2), also in die Axe I fällt. In der Ausgangstellung, in Abb. 2 durch $\bar{1}$, $\bar{2}$ markiert, ist sonach $\bar{\psi}_1 = 0$, $\bar{\psi}_2 = \varphi$. Eine Drehung α_1 der ersten Welle um I zieht eine Drehung α_2 der zweiten Welle um II nach sich, gemäss der aus Abb. 2 ersichtlichen Beziehung:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \cos\varphi \operatorname{tg}\alpha_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Durchläuft α_1 das Intervall $(0, \pi/2)$, so durchläuft α_2 das selbe Intervall; wächst α_1 von $\pi/2$ bis π, tut dies auch α_2; ebenso werden die Intervalle $(\pi, 3\pi/2)$ und $(3\pi/2, 2\pi)$ gemeinsam durchlaufen. Nach der ersten gemeinsamen Viertelsdrehung ist, wie man sich mit Hilfe von Abb. 2 vorstellen kann, ψ_1 auf φ angewachsen, ψ_2 auf 0 gesunken; nach halber Umdrehung ist ψ_1 wieder $= 0$, $\psi_2 = -\varphi$; nach der dritten Viertelsdrehung ist $\psi_1 = -\varphi$, $\psi_2 = 0$. Den vollständigen Zusammenhang zwischen ψ_1, ψ_2 und φ liefert die sphärische Trigonometrie bei Beachtung des Umstands, dass die beiden Ebenen (I, $\mathfrak{M}$) und (II, $\mathfrak{M}$) wie die beiden Axen 1 und 2, zu denen sie beziehungsweise normal sind, einen rechten Winkel miteinander bilden:

$$\cos\psi_1 \cos\psi_2 = \cos\varphi \quad . \quad . \quad (2)$$

Der Abb. 2 kann man noch andere Winkelbeziehungen entnehmen:

$$\operatorname{tg}\psi_1 = \operatorname{tg}\varphi \sin\alpha_1 \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$
$$\operatorname{tg}\psi_2 = \operatorname{tg}\varphi \cos\alpha_2 \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$
$$\sin\psi_2 = \sin\varphi \cos\alpha_1 \quad . \quad . \quad (5)$$

Zerlegen wir $\mathfrak{M}$ in jeder der Ebenen (I, $\mathfrak{M}$) und (II, $\mathfrak{M}$) in ein Drehmoment $\mathfrak{D}$ in Richtung der betreffenden Axe und ein Biegemoment normal zu ihr: $\mathfrak{M} = \mathfrak{D}_1 + \mathfrak{B}_1 = \mathfrak{D}_2 + \mathfrak{B}_2$. Die Ebene des auf jede Welle wirkenden verbiegenden Kräftepaars läuft, senkrecht zu dem (veränderlichen) Drehvektor $\mathfrak{B}_1$, bezw. $\mathfrak{B}_2$, mit der betreffenden Welle um. Die Beträge der Vektoren lateinisch geschrieben, ist

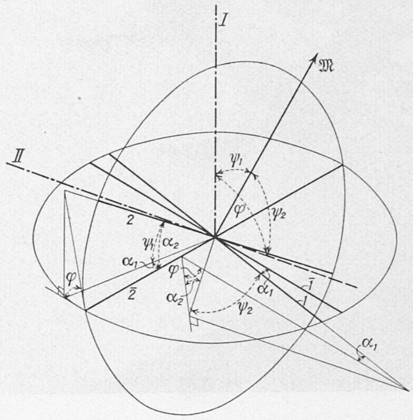

Abb. 2

$$D_1 = M \cos\psi_1, \qquad B_1 = M\,|\sin\psi_1|,$$
$$D_2 = M \cos\psi_2, \qquad B_2 = M\,|\sin\psi_2|.$$

Bestimmen wir das Verhältnis der Momente B_1, D_2 und B_2 zu dem eingeleiteten Drehmoment D_1 in Funktion von α_1 oder α_2! Es folgt aus (3):

$$\frac{B_1}{D_1} = \operatorname{tg}\varphi\,|\sin\alpha_1|\,; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

aus (2), (3) und (4):

$$\frac{D_2}{D_1} = \cos\varphi\left\{1 + \operatorname{tg}^2\varphi \sin^2\alpha_1\right\} = \frac{1}{\cos\varphi\left\{1 + \operatorname{tg}^2\varphi\cos^2\alpha_2\right\}}\,; \quad (7)$$

aus (5), (3) und (4):

$$\frac{B_2}{D_1} = \sin\varphi\,|\cos\alpha_1|\,\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi\sin^2\alpha_1} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos\varphi}\,\frac{|\cos\alpha_2|}{1 + \operatorname{tg}^2\varphi\cos^2\alpha_2}\,. \quad (8)$$

In Abb. 3 ist für $\varphi = 50^0$ D_2/D_1 über α_1 aufgetragen, in Abbildung 4 B_1/D_1 und B_2/D_1 in Polardiagrammen als Funktionen von α_1, bezw. α_2 dargestellt. Diese Kurven sind durchaus verschieden von den Ergebnissen der Dietz'schen Gedankengänge, deren Publikation Verwunderung erregt[1]). K. H. Grossmann.

Vom Bau des Rheinkraftwerks Reckingen

Nach Mitteilungen der MOTOR-COLUMBUS A. G., Baden

Vom Unterwasser des Kraftwerkes Eglisau[2]) bis zur Aaremündung, bzw. zur Staugrenze des Kraftwerks Albbruck-Dogern[3]) weist der Rhein ein Gefälle von rd. 20 m auf.

Für die Wasserkraftnutzung hat sich nach vielen Projektstudien herausgestellt, dass dieses Gefälle am besten in zwei Stufen unterteilt werde, d. h. in ein Werk Reckingen und unterhalb anschliessend ein Werk Koblenz-Waldshut.

[1]) Dies umsomehr, als eine korrekte Beantwortung der aufgeworfenen Frage (wie auch ein Anwendungsbeispiel) schon in dem Aufsatz von *D. Thoma*: «Das Kräftespiel im Kreuzgelenk», «SBZ» Bd. 75, Nr. 17 vom 24. April 1920, S. 187* zu finden ist.

[2]) Ausführlich in Bd. 90, S. 27* ff. (1927). [3]) Bd. 101, S. 248* (1933).

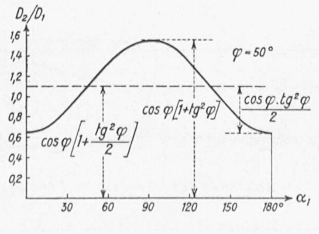

Abb. 3

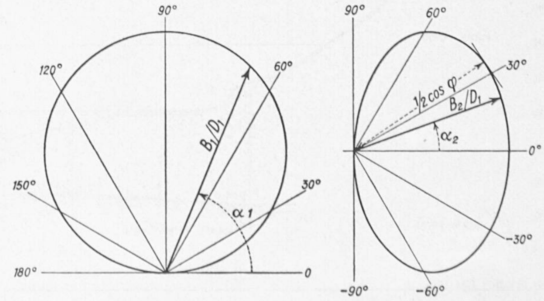

Abb. 4