Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 119/120 (1942)

Heft: 18

Artikel: Allgemeine Berechnung von rechteckigen Eisenbeton-Querschnitten auf Biegung mit Axialkraft

Autor: Frauenfelder, Ernst

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-52353

Band 119 Nr. 18

Allgemeine Berechnung von rechteckigen Eisenbeton-Querschnitten auf Biegung mit Axialkraft

Von ERNST FRAUENFELDER, Dipl. Ing. E. T. H., Münchenstein-Basel

In der Schweizerischen Bauzeitung, Bd. 79, S. 263* und 307* (27. Mai und 24. Juni 1922) ist von Ing. P. Pasternak ein Verfahren «zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage» veröffentlicht worden, das meines Erachtens in der Praxis zu wenig Beachtung und Eingang gefunden hat. Es beruht auf zwei Nomogrammen, bzw. einer Koeffizienten-Tabelle, die zur Dimensionierung und Spannungsberechnung von beidseitig armierten, bzw. einseitig zugbewehrten Rechteckquerschnitten dienen und sowohl für reine Biegung, als auch für Biegung mit Axialdruck und -Zug gelten.

Abgesehen von den interessanten mathematischen Ableitungen zur Berechnung der erwähnten Nomogramme befasste ich mich mit der Vervollständigung jener Dimensionierungs-Tabelle für die einseitig zugbewehrten Rechteckquerschnitte, die ich seither wegen ihres einfachen Aufbaues, ihres grossen Geltungsbereiches und nicht zuletzt wegen ihrer vielseitigen Anwendungsmöglichkeiten stets mit Vorteil gebraucht hatte.

Durch die Einführung der neuen Eidg. Vorschriften[1]) vom 14. Mai 1935 sind die von Ing. P. Pasternak aufgestellten Nomogramme und die Koeffizienten-Tabelle für $n = 20$ ungültig geworden, da bekanntlich der Verhältniswert für $n = E_e : E_b$ mit 10 in den Spannungsberechnungen zu berücksichtigen ist (Artikel 97). Angeregt durch die Vorteile dieses Dimensionierungs-Verfahrens, sowie durch die übersichtliche Ableitung der allgemeinen Bemessungsformeln, wie sie Prof. E. Mörsch in seinem Werk «Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung»[2]) gezeigt hat, bin ich dazu gekommen, die ursprünglich nur für einseitig zugbewehrte Eisenbeton-Querschnitte bestimmte Tabelle auf beidseitig armierte Querschnitte für $n = 10$ und $n = 15$ umzurechnen und zu erweitern.

Die nachstehenden Ableitungen folgen dem Gedankengang von Prof. Mörsch, sind aber mit den von Ing. Pasternak eingeführten Koeffizienten entwickelt worden, um den Zusammenhang mit der eingangs erwähnten Veröffentlichung zu wahren. Als neue Koeffizienten erscheinen der Wert α, der das Verhältnis zwischen dem Abstand h' der Eiseneinlagen vom Betonrand zur Nutzhöhe h angibt, sowie der Koeffizient K_3, der im Zusammenhang mit den übrigen gegebenen Grössen (Querschnitt-Abmessungen und zulässige Spannungen) ohne weiteres die Berechnung der erforderlichen Druckarmierung F'_e gestattet (siehe Gl. 11).

Es sei noch betont, dass die hier entwickelten Bemessungs-Formeln nur für diejenigen Fälle gelten, wo die Resultierende der Normalkräfte ausserhalb des Kerns des ideellen Querschnittes angreift, im allgemeinen für

$$\min c = \frac{M}{N} \geq \frac{d}{3}$$

1. Allgemeine Bezeichnungen und Ableitung der Formel für die Querschnitt-Bemessung

Ersatz des auf den Mittelpunkt O des Betonquerschnittes (Stabaxe) bezogenen Biegungsmomentes M und der daselbst angreifenden Normalkraft N (Abb. 1) durch die im Abstand $c = \frac{M}{N}$ vom Mittelpunkt exzentrisch wirkende Kraft N (Abb. 2). Im folgenden gilt, wenn vor der Kraft N zwei Vorzeichen stehen, das obere für N = Druckkraft, das untere für N = Zugkraft. Bei gegebenen zulässigen Spannungen σ_b und σ_e ist das Spannungsbild nach Abb. 1 bekannt. Der Abstand der Nullinie vom gedrückten Rand berechnet sich wie bei einfacher Biegung zu

$$x = \frac{n\,\sigma_b}{n\,\sigma_b + \sigma_e}\,h = \xi\,h \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

worin

$$\xi = \frac{n}{n + \gamma} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$h - \frac{x}{3} = \varrho\,h = \left(1 - \frac{\xi}{3}\right)h \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Spannung in den gedrückten Eisen

$$\sigma'_e = n\,\sigma_b\,\frac{x - h'}{x} = \sigma_e\,\frac{x - h'}{h - x} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Spannung in den gezogenen Eisen

$$\sigma_e = n\,\sigma_b\,\frac{h - x}{x} = \gamma\,\sigma_b \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Resultierende der Betonpressungen $D_b = \frac{b\,x}{2}\,\sigma_b$

Kraft in den Druckeisen $D_e = F'_e\,\sigma'_e$

Kraft in den Zugeisen $Z_e = F_e\,\sigma_e$

Wir führen nun ein neues Moment M_e ein und zwar bedeutet dies allgemein das Moment der in Abb. 2 exzentrisch wirkenden Druckkraft (+), bzw. Zugkraft (—) auf die gezogene Eiseneinlage F_e:

$$M_e = N\,(c \pm e) \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Mit M_1 bezeichnen wir das Biegungsmoment, das der einfach bewehrte Rechteckquerschnitt $b\,d$ ohne Axialkraft N zur Erzeugung der Spannungen σ_b und σ_e aufnehmen könnte:

$$M_1 = \sigma_b\,\frac{b\,x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) = K_1\,b\,h^2\,\sigma_b = K_2\,b\,h^2\,\sigma_e \quad \ldots \quad (7)$$

worin

$$K_1 = \frac{1}{2}\,\varrho\,\xi = \frac{1}{6}\,\frac{n\,(2n + 3\gamma)}{(n + \gamma)^2} \quad \text{bzw.} \quad K_2 = \frac{K_1}{\gamma} \quad \ldots \quad (8)$$

Aus der Gleichheit zwischen den innern und äussern Kräften lassen sich in Bezug auf Abb. 2 folgende Beziehungen aufstellen:

a) $M_e = N\,(c \pm e) = F'_e\,\sigma'_e\,(h - h') + \sigma_b\,\frac{b\,x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right)$

b) $Z_e = D_b + D_e \mp N$

Aus der Momentengleichung a) folgt mit Hilfe von (7)

$$F'_e = \frac{M_e - M_1}{\sigma'_e\,(h - h')}$$

Durch Einführung der Bezeichnungen

$$b' = \frac{M_e}{K_1\,\sigma_b\,h^2} = \frac{N\,(c \pm e)}{K_2\,\sigma_e\,h^2} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{h'}{h} = \frac{d - 2e}{d + 2e} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

$$e = \frac{d}{2}\,\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

und mit Hilfe der Gleichungen (4) und (2) ergibt sich

$$F'_e = \frac{K_1\,\sigma_b\,h^2\,(b' - b)\,(h - x)}{\sigma_e\,(x - h')\,(h - h')} = \frac{K_1}{\gamma}\,\frac{h - x}{x - h'}\,\frac{b' - b}{h - h'}\,h^2 =$$

$$= \frac{K_1}{\gamma}\,\frac{1 - \xi}{\xi - \alpha}\,\frac{b' - b}{1 - \alpha}\,h$$

woraus der *Querschnitt der Druckeiseneinlagen*

$$F'_e = K_3\,\frac{b' - b}{1 - \alpha}\,h \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

$$K_3 = \frac{K_1}{\gamma}\,\frac{1 - \xi}{\xi - \alpha} = \frac{K_1}{n - \alpha\,(n + \gamma)} \quad (12)$$

Aus der Kräftegleichung b) folgt:

$$F_e = \frac{D_b + D_e \mp N}{\sigma_e} = \frac{b\,x}{2}\,\frac{\sigma_b}{\sigma_e} + F'_e\,\frac{\sigma'_e}{\sigma_e} \mp \frac{N}{\sigma_e}$$

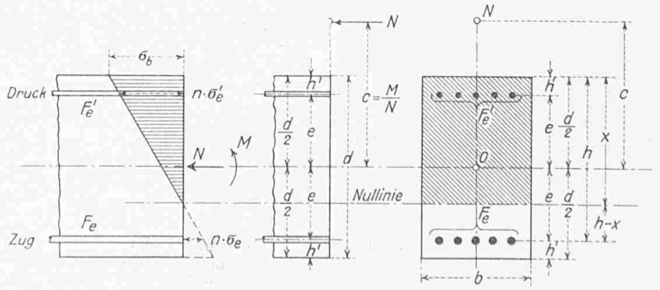

Abb. 1 Abb. 2 Abb. 3

[1]) Siehe SBZ, Bd. 106, S. 59 (10. August 1935) und Bd. 107, S. 46 (1. Februar 1936).

[2]) 6. Aufl., I. Band, 1. Hälfte, S. 417 (Konrad Wittwer, Stuttgart 1923).

Ferner lässt sich aus (4) und (5) die Beziehung ableiten

$$\frac{\sigma'_e}{\sigma_e} = \frac{x - h'}{h - x} = \frac{\xi - \alpha}{1 - \xi} = \frac{K_1}{\gamma K_3} = \frac{K_2}{K_3}$$

sodass
$$F_e = \frac{b h \xi}{2 \gamma} + F'_e \frac{K_2}{K_3} \mp \frac{N}{\sigma_e}$$

woraus der *Querschnitt der Zugeiseneinlagen*

$$F_e = \mu \frac{b h}{100} + K_2 \frac{b' - b}{1 - \alpha} h \mp \frac{N}{\sigma_e} \quad . \; . \; . \; (13)$$

$$\mu = 50 \frac{\xi}{\gamma} = \frac{50 n}{\gamma (n + \gamma)} = \frac{100 K_2}{\varrho} \quad . \; . \; . \; . \; (14)$$

In Gleichung (13) bedeutet das *erste Glied* die Eiseneinlage im einfach bewehrten und nur auf Biegung allein beanspruchten Rechteckquerschnitt, dessen Armierung nach den sonst üblichen Bezeichnungen

$$h = r \sqrt{\frac{M}{b}} \text{ und } F_e = t \sqrt{M b}$$

sich berechnet zu $F_{e_1} = t \sqrt{M_1 b} = \dfrac{t}{r} b h$

oder nach den Bezeichnungen von Prof. Dr. M. Ritter in seinen «Tabellen zur Berechnung von Eisenbetonkonstruktionen» [3])

$$F_{e_1} = \frac{c_4}{c_3} b h = \mu b h \quad (\mu \text{ in } {}^0/_0)$$

Das *zweite Glied* stellt die Zugarmierung dar, die erforderlich ist, um dem Moment der Druckarmierung inbezug auf die Nullinie das Gleichgewicht zu halten, denn setzt man zur Abkürzung

$$F_{e_2} = F'_e \frac{K_2}{K_3}$$

so ergibt sich mit den Bezeichnungen aus Gl. (12)

$$F_{e_2} (1 - \xi) = F'_e (\xi - \alpha) \text{ oder } F_{e_2} (h - x) = F'_e (x - h')$$

Wie leicht einzusehen ist, bedeutet das *dritte Glied* den Einfluss der in den Zugeisen direkt wirkenden Normalkraft (— für Druckkraft, + für Zugkraft).

Die Dimensionierungstabellen [4]) für $n = 10$ und $n = 15$ gehen vom Verhältniswert $\gamma = \sigma_e : \sigma_b$ der zulässigen Eisen- und Beton-Spannungen und nicht von bestimmten Spannungswerten für σ_e und σ_b aus, wodurch ihnen eine vielseitigere und ausgedehntere Anwendungsmöglichkeit gegeben wird, was bei den in ziemlich weiten Grenzen schwankenden Spannungswerten für Eisen und Beton nach den schweizerischen Vorschriften von 1935 und den deutschen Bestimmungen von 1932, sowie den seither durch die Kriegswirtschaft bedingten Aenderungen als Vorteil zu betrachten ist. Grundsätzlich haben die Tabellen gegenüber 1922 ihren Aufbau beibehalten: sie enthalten neben der Eingangs-Kolonne für $\gamma = \sigma_e / \sigma_b$ die Werte ξ, ϱ, K_1, K_2 und μ. Neu hinzugekommen sind die Werte K_3, die bei der Dimensionierung der Druckarmierung gebraucht werden, und zwar für sechs verschiedene Verhältnisse $\alpha = h'/h$, je nachdem die Druckeisen F'_e im Vergleich zur Nutzhöhe h näher oder weniger nahe am gedrückten Betonrand liegen. Die Tabellen I und II könnten beliebig unterteilt, bzw. erweitert werden. Die Praxis hat jedoch gezeigt, dass dies im allgemeinen wegen der Zuschläge, die bei der Dimensionierung von Eisenbeton-Querschnitten gemacht werden, nicht notwendig ist und bei Zwischenwerten eine geradlinige Interpolation genügt. Für allenfalls vorkommende Fälle, die eine Extrapolation der Tabellenwerte erfordern, können diese mit Hilfe der in folgender Zusammenstellung angegebenen Formeln nachgeprüft werden.

Berechnung der Tabellenwerte:

$$\alpha = \frac{h'}{h}$$

$$\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{50 \xi}{\mu}$$

$$\xi = \frac{n}{n + \gamma} = \frac{n \sigma_b}{n \sigma_b + \sigma_e}$$

$$\varrho = 1 - \frac{\xi}{3} = \frac{2 n + 3 \gamma}{3 (n + \gamma)}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \varrho \xi = \frac{1}{6} \frac{n (2 n + 3 \gamma)}{(n + \gamma)^2}$$

$$K_2 = \frac{K_1}{\gamma} = \frac{\mu \varrho}{100}$$

$$K_3 = \frac{K_1}{n - \alpha (n + \gamma)}$$

$$\mu = 50 \frac{\xi}{\gamma} = \frac{50 n}{\gamma (n + \gamma)}$$

[3]) Zürich 1935, siehe SBZ, Bd. 106, S. 70 (10. August 1935).

[4]) Abzüge der Tabelle I oder II im Normalformat, sowie ein durchgerechnetes Beispiel zu Abschnitt 1 für n = 10 können zum Preise von 2 Fr. pro Stück plus Porto vom Verfasser (Schmidholzstrasse 57) bezogen werden.

Tabelle I. Koeffizienten zur Berechnung von rechteckigen, beidseitig armierten Eisenbeton-Querschnitten für Biegung mit Axialkraft; n = 10

γ	ξ	ϱ	K_1	K_2	K_3 wenn $\alpha = h'/h =$ 0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	μ
10	0,5000	0,8333	0,2083	0,02083	0,02264	0,02367	0,02480	0,02604	0,02741	0,02894	2,500
11	4762	8413	2003	1821	2187	2292	2407	2535	2678	2837	2,165
12	4545	8485	1928	1607	2114	2222	2340	2471	2620	2787	1,894
13	4348	8551	1859	1430	2047	2156	2278	2414	2567	2742	1,672
14	4167	8611	1794	1281	1984	2096	2220	2360	2520	2702	1,488
15	0,4000	0,8667	0,1733	0,01156	0,01926	0,02039	0,02167	0,02311	0,02476	0,02667	1,333
16	3846	8718	1677	1048	1871	1986	2117	2266	2437	2636	1,202
17	3704	8765	1623	0,009548	1820	1937	2070	2224	2401	2610	$1{,}089_3$
18	3571	8810	1573	8740	1772	1891	2027	2185	2369	2587	0,9921
19	3448	8851	1526	8031	1726	1847	1987	2149	2340	2569	0,9074
20	0,3333	0,8889	0,1481	0,007407	0,01684	0,01807	0,01949	0,02116	0,02315	0,02554	0,8333
21	3226	8925	1439	6855	1643	1768	1914	2086	2292	2543	7680
22	3125	8958	1400	6362	1605	1732	1881	2058	2272	2536	7102
23	3030	8990	1362	5922	1569	1698	1851	2033	2255	2532	6588
24	2941	9020	1326	5527	1535	1666	1822	2010	2241	2531	6127
25	0,2857	0,9048	0,1293	0,005170	0,01503	0,01636	0,01795	0,01988	0,02228	0,02534	0,5714
26	2778	9074	1260	4847	1472	1608	1770	1969	2219	2541	5342
27	2703	9099	1230	4554	1443	1580	1747	1952	2212	2551	5005
28	2632	9123	1200	4287	1416	1555	1725	1936	2207	2565	4699
29	2564	9145	1172	4043	1389	1531	1704	1922	2204	2582	4421
30	0,2500	0,9167	0,1146	0,003819	0,01364	0,01508	0,01685	0,01910	0,02203	0,02604	0,4167
31	2439	9187	1120	3614	1340	1486	1667	1899	2205	2630	3934
32	2381	9206	1096	3425	1317	1465	1651	1890	2210	2660	3720
33	2326	9225	1073	3250	1296	1446	1635	1882	2216	2695	3524
34	2273	9242	1050	3089	1275	1427	1621	1876	2225	2735	3342
35	0,2222	0,9259	0,1029	0,002939	0,01255	0,01409	0,01608	0,01871	0,02237	0,02781	0,3175
36	2174	9275	1008_2	2801	1236	1393	1595	1867	2250	2832	3019
37	2128	9291	0,09884	2671	1217	1377	1584	1865	2267	2890	2875
38	2083	9306	9693	2551	1200	1361	1574	1864	2286	2955	2741
39	2041	9320	9510	2438	1183	1347	1564	1865	2308	3029	2616
40	0,2000	0,9333	0,09333	0,002333	0,01167	0,01333	0,01556	0,01867	0,02333	0,03111	0,2500
41	1961	9346	9163	2235	1151	1320	1548	1870	2362	3204	2391
42	1923	9359	8999	2143	1136	1308	1541	1875	2393	3308	2289
43	1887	9371	8841	2056	1122	1296	1535	1881	2429	3427	2194
44	1852	9383	8688	1974	1108	1285	1530	1889	2468	3561	2104
45	0,1818	0,9394	0,08540	0,001898	0,01095	0,01275	0,01525	0,01898	0,02512	0,03713	0,2020
46	1786	9405	8397	1825	1082	1265	1521	1908	2560	3888	1941
47	1754	9415	8259	1757	1070	1255	1518	1921	2614	4089	1866
48	1724	9425	8125	1693	1058	1246	1516	1935	2673	4322	1796
49	1695	9435	7996	1632	1047	1238	1514	1950	2738	4595	1730
50	0,1667	0,9444	0,07870	0,001574	0,01036	0,01230	0,01514	0,01968	0,02811	0,04919	0,1667

Bei der Verwendung der Koeffizienten-Tabellen I und II ist darauf zu achten, dass die Dimensionen einheitlich in *cm* und kg (bzw. cm², kg/cm² und cmkg) in die Formeln einzuführen sind.

In den folgenden Abschnitten sind die Dimensionierungsformeln für einige Spezialfälle, die jedoch in der Praxis häufig vorkommen, zusammengestellt. Sie sind aus den allgemeinen Formeln des ersten Abschnittes abgeleitet und bedürfen weiter keiner besonderen Erläuterungen.

2. Dimensionierungsformeln für Biegung mit Axialdruck (und -zug) und einseitiger Bewehrung

a) Gegeben: $M_e = N (c \pm e)$, N, b, σ_e und σ_b

Gesucht: h, F_e (event. x)

Lösung: Mit $\gamma = \dfrac{\sigma_e}{\sigma_b}$ folgen aus der Tabelle K_1 (oder K_2), μ und ξ

$$h = \sqrt{\frac{M_e}{K_1 b \sigma_b}} = \sqrt{\frac{M_e}{K_2 b \sigma_e}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (15)$$

$$F_e = \mu \frac{b h}{100} \pm \frac{N}{\sigma_e} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16)$$

$$x = \xi h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Anmerkung: Ist h gegeben und b gesucht, so gelten (1), (16) und

$$b = \frac{M_e}{K_1 \sigma_b h^2} = \frac{M_e}{K_2 \sigma_e h^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (17)$$

b) Gegeben: $M_e = N (c \pm e)$, N, b, h, σ_e

Gesucht: σ_b, F_e (event. x)

Lösung: $K_2 = \dfrac{M_e}{\sigma_e b h^2}$; aus der Tabelle folgen γ, μ und ξ

$$F_e = \mu \frac{b h}{100} \mp \frac{N}{\sigma_e} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16)$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e}{\gamma} \quad . \; . \; . \; . \quad x = \xi h \quad . \; . \; . \; . \; (5) \text{ und } (1)$$

Auch hier gilt wie im Abschnitt 1 das obere Vorzeichen, wenn N eine Druckkraft, bzw. das untere Vorzeichen, wenn N eine Zugkraft ist.

Tabelle II. Koeffizienten zur Berechnung von rechteckigen, beidseitig armierten Eisenbeton-Querschnitten für Biegung mit Axialkraft, n = 15

γ	ξ	ϱ	K_1	K_2	K_3 wenn $\alpha = h'/h =$ 0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	μ
10	0,6000	0,8000	0,2400	0,02400	0,01714	0,01778	0,01846	0,01920	0,02000	0,02087	3,000
11	5769	8077	2330	2118	1669	1734	1803	1879	1961	2051	2,622
12	5556	8148	2263	1886	1626	1692	1763	1840	1925	2017	2,315
13	5357	8214	2200	1693	1585	1652	1724	1803	1890	1986	2,060
14	5172	8276	2140	1529	1546	1614	1688	1769	1858	1956	1,847
15	0,5000	0,8333	0,2083	0,01389	0,01510	0,01578	0,01653	0,01736	0,01827	0,01929	1,667
16	4839	8387	2029	1268	1475	1544	1621	1705	1799	1904	1,512
17	4688	8438	1978	1163	1441	1512	1590	1676	1772	1880	1,379
18	4545	8485	1928	1071$_3$	1410	1481	1560	1648	1747	1858	1,263
19	4412	8529	1881	0,009903	1379	1452	1532	1622	1723	1837	1,161
20	0,4286	0,8571	0,1837	0,009184	0,01351	0,01424	0,01506	0,01597	0,01701	0,01819	1,071$_4$
21	4167	8611	1794	8543	1323	1397	1480	1574	1680	1801	0,9921
22	4054	8649	1753	7969	1297	1372	1456	1551	1660	1785	9214
23	3947	8684	1714	7452	1272	1347	1433	1530	1642	1771	8581
24	3846	8718	1677	6986	1247	1324	1411	1510	1625	1757	8013
25	0,3750	0,8750	0,1641	0,006562	0,01224	0,01302	0,01390	0,01491	0,01608	0,01745	0,7500
26	3659	8780	1606	6178	1202	1281	1370	1473	1593	1735	7036
27	3571	8810	1573	5826	1181	1261	1351	1457	1579	1725	6614
28	3488	8837	1541	5505	1161	1241	1333	1441	1566	1716	6229
29	3409	8864	1511	5210	1141	1222	1316	1425	1554	1709	5878
30	0,3333	0,8889	0,1481	0,004938	0,01122	0,01204	0,01300	0,01411	0,01543	0,01703	0,5556
31	3261	8913	1453	4688	1104	1187	1284	1397	1533	1698	5259
32	3191	8936	1426	4456	1087	1171	1269	1384	1523	1694	4987
33	3125	8958	1400	4242	1070	1155	1254	1372	1515	1691	4735
34	3061	8980	1374	4042	1054	1140	1240	1361	1507	1688	4502
35	0,3000	0,9000	0,1350	0,003857	0,01038	0,01125	0,01227	0,01350	0,01500	0,01688	0,4286
36	2941	9020	1326	3684	1023	1111	1215	1340	1494	1688	4085
37	2885	9038	1304	3523	1009	1097	1203	1330	1488	1689	3898
38	2830	9057	1282	3373	0,00995	1084	1191	1321	1483	1691	3724
39	2778	9074	1260	3232	982	1072	1180	1313	1479	1694	3561
40	0,2727	0,9091	0,1240	0,003099	0,00968	0,01060	0,01169	0,01305	0,01476	0,01698	0,3409
41	2679	9107	1220	2975	956	1048	1159	1298	1473	1704	3267
42	2632	9123	1200	2858	944	1037	1150	1291	1471	1710	3133
43	2586	9138	1182	2748	932	1026	1141	1284	1470	1717	3007
44	2542	9153	1163	2644	920	1015	1132	1279	1469	1726	2889
45	0,2500	0,9167	0,1146	0,002546	0,00909	0,01005	0,01123	0,01273	0,01469	0,01736	0,2778
46	2459	9180	1129	2454	899	0,00995	1115	1268	1470	1747	2673
47	2419	9194	1112	2366	888	986	1108	1264	1471	1760	2574
48	2381	9206	1096	2283	878	977	1100	1260	1473	1773	2480
49	2344	9219	1080	2205	868	968	1093	1256	1476	1789	2392
50	0,2308	0,9231	0,1065	0,002130	0,00859	0,00960	0,01087	0,01253	0,01479	0,01805	0,2308

3. Dimensionierungsformeln für reine Biegung mit Armierung in der Zug- und Druckzone[5]

a) Gegeben: M, b, h, h', σ_e, σ_b und $\alpha = \frac{h'}{h}$

Gesucht: F_e und F_e' (event. x)

Lösung: Mit $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ folgen aus der Tabelle K_1, K_2, K_3, μ und ξ

$$b' = \frac{M}{K_1 \sigma_b h^2} = \frac{M}{K_2 \sigma_e h^2} > b \quad \dots\dots\dots \quad (18)$$

= erforderliche Balkenbreite für einseitige Zugarmierung, also ohne F_e' (nach Gl. 17). Siehe auch die Bemerkungen zu Gl. (21).

$$F_e' = K_3 \frac{b' - b}{1 - \alpha} h \quad \dots\dots\dots \quad (11)$$

$$F_e = \mu \frac{b\,h}{100} + F_e' \frac{K_2}{K_3} \quad \dots\dots\dots \quad (19)$$

Lage der Nullinie: $x = \xi h$ . . . . (1)

$$\text{Hebelarm der innern Kräfte: } z = \frac{b'}{\frac{b}{\varrho} + \frac{b' - b}{1 - \alpha}} h \quad \dots \quad (20)$$

b) Für symmetrische Armierung gilt die Beziehung:

$$\mu \frac{b\,h}{100} (1 - \alpha) = \left(\frac{M}{K_2 \sigma_e h} - bh\right) (K_3 - K_2)$$

Gegeben: M, h, h', σ_e, σ_b, $\alpha = \frac{h'}{h}$

Gesucht: b, $F_e = F_e'$ und $x = \xi h$

Lösung: Bestimme zu $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ die Tabellenwerte K_1, K_2, K_3, μ und ξ

$$b = \frac{M}{K_2 \sigma_e h^2 \left(1 + \frac{\mu}{100} \frac{1 - \alpha}{K_3 - K_2}\right)} \quad \dots\dots \quad (21)$$

$$F_e = F_e' = \frac{\mu\, b\, h}{100} \frac{K_3}{K_3 - K_2} \quad \dots\dots\dots \quad (22)$$

[5]) Vgl. hierzu: «Bemessung doppelt bewehrter Rechteckquerschnitte» von Ing. J. Blazek, Prag, in «Beton und Eisen», 29. Jahrgang, Heft 19 vom 5. Oktober 1930, S. 350 bis 351.

Tabelle III. Verhältnis $\beta = b' : b$, damit symmetrische Armierung $F_e' = F_e$ erforderlich wird

	$n = 10$			$n = 15$		
$\alpha =$	0,06	0,10	0,14	0,06	0,10	0,14
$\gamma = 15$	2,42	2,04	1,76	9,30	5,32	3,65
20	1,735	1,545	1,395	2,99	2,42	2,02
25	1,480	1,350	1,244	2,09	1,808	1,591
30	1,348	1,245	1,161	1,736	1,545	1,396
40	1,214	1,138	1,075	1,427	1,308	1,212
50	1,146	1,083	1,030	1,290	1,200	1,125

Aus Gl. (21) können wir eine Beziehung ableiten, die uns besagt, wievielmal grösser die erforderliche Balkenbreite b' für einseitige Zugarmierung nach Gl. (18) sein darf, damit die Druckarmierung nicht grösser wird als die Zugarmierung.

Darnach ist

$$\beta = \frac{b'}{b} = 1 + \frac{\mu}{100} \frac{1 - \alpha}{K_3 - K_2} \quad \dots \quad (23)$$

Aus Tabelle III ist ersichtlich, welche Grössenordnung dieses Verhältnis für verschiedene Werte von γ annehmen kann.

4. Dimensionierungsformeln für reine Biegung, mit nur einseitiger Zugarmierung

a) *Bemessungsfall 1.* Gegeben: M, b, σ_e, σ_b

Gesucht: F_e, h und event. $x = \xi h$

$$h = \sqrt{\frac{M}{K_1\, b\, \sigma_b}} = \sqrt{\frac{M}{K_2\, b\, \sigma_e}} \quad \dots \quad (24)$$

$$F_e = \mu \frac{b\,h}{100} = \frac{n}{\gamma\,(n + \gamma)} \frac{b\,h}{2} \quad \dots \quad (25)$$

b) *Bemessungsfall 1 a.* Gegeben: M, h, σ_e, σ_b

Gesucht: F_e, b und event. $x = \xi h$

$$b = \frac{M}{K_1\, \sigma_b\, h^2} = \frac{M}{K_2\, \sigma_e\, h^2} \quad \dots \quad (26)$$

F_e folgt aus Gl. (25)

c) *Bemessungsfall 2.* Gegeben: M, b, h, σ_e

Gesucht: F_e und σ_b

$$K_2 = \frac{M}{\sigma_e\, b\, h^2} \quad \dots \quad (27)$$

$$\sigma_b = \sigma_e / \gamma \quad \dots \quad (5)$$

$$F_e = \mu \frac{b\,h}{100} = \frac{K_2}{\varrho} b\,h \quad \dots \quad (28)$$

Anmerkung: Bei schwacher Armierung ist angenähert:

$$\xi \leq 0{,}15, \quad \varrho \geq 0{,}95$$

$$\mu \leq \frac{100\, K_2}{0{,}95} = 105{,}3\, K_2 \quad \dots \quad (29)$$

$$F_e = \mu \frac{b\,h}{100} \leq \frac{M}{\sigma_e\, 0{,}95\, h} \quad \dots \quad (30)$$

d) *Bemessungsfall 2 a.* Gegeben: M, b, h, σ_b

Gesucht: F_e und σ_e

$$K_1 = \frac{M}{\sigma_b\, b\, h^2} \quad \dots \quad (31)$$

$$\sigma_e = \gamma\, \sigma_b \quad \dots \quad (5)$$

$$F_e = \mu \frac{bh}{100} = \frac{K_1}{\varrho\, \gamma} b\, h \quad \dots \quad (28)$$

e) *Bemessungsfall 3.* Gegeben: M, b, F_e, σ_e

Gesucht: h und σ_b

Berechne durch Probieren

$$\text{mit der Tabelle: } \mu = \frac{\sigma_e F_e^2}{M\, b} 100\, \varrho \quad \dots \quad (32)$$

(in erster Annäherung: $\varrho = 0{,}88 \div 0{,}90$)

K_2 und γ aus Tabelle,

$$\text{dann ist: } h = \sqrt{\frac{M}{K_2\, b\, \sigma_e}} \quad \dots \quad (24)$$

$$\text{oder } h = \frac{100\, F_e}{\mu\, b} \quad \dots \text{ aus } (28)$$

$$\text{und } \sigma_b = \frac{\sigma_e}{\gamma} \quad \dots \quad (5)$$

Es sei noch erwähnt, dass sich die vorstehenden Unterlagen (Ableitungen und Tabellen I und II) auch für die Spannungsberechnung von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten eignen. Mit den Tabellen kann auch sehr rasch der minimale Bewehrungssatz ($F_e + F_e'$) minimum bestimmt werden. Bekanntlich tritt dieser nicht bei $\sigma_{e\,\max}$ auf, sondern meist bei einer wesentlich niedrigeren Eisenzugspannung. Einige wenige Berechnungen mit verschiedenen σ_e bei gleichen σ_b, also Variation von γ, ermöglichen die Bestimmung dieses Minimums.