

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 121/122 (1943)  
**Heft:** 14

**Artikel:** Probleme der Flüssigkeitstreibung  
**Autor:** Bosch, M. ten / Weisz, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-53180>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Probleme der Flüssigkeitsreibung. — Vom Studentenheim an der E. T. H. — Eidgenössisches Oberbauinspektorat. — Standardisierung im Schwedischen Bauwesen. — Mitteilungen: Architektenhonorar, ein strittiger Fall vor Bundesgericht. Hartverchromen von Zylinderbohrungen. Schweizerische Holzgas-Eisenbahn-Fahrzeuge. Eidg. Technische

Hochschule. Bauliche Entwicklung Genfs. Schweiz. Vereinigung für Gesundheitstechnik. Volkshochschule des Kantons Zürich. Sprengstoffe als Kampfmittel der Bautruppen. Rhone-Kraftwerk Mörel der A. I. A. G. — Nekrologe: Emil Müller. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Vortragskalender.

Band 122

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung

Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestaffelt

Nr. 14

### Probleme der Flüssigkeitsreibung

Von Prof. M. ten BOSCH und Dipl. Ing. A. WEISZ, Assistent für Masch.-Elemente, E. T. H., Zürich

Die Theorie der flüssigen Reibung<sup>1)</sup> geht von der «schleichenden» Flüssigkeitsströmung aus, die durch die Gümbel'sche Zahl  $Gü = P_1/\eta U$  gekennzeichnet ist. Sie setzt eine nach Grösse und Richtung unveränderliche Gewichtbelastung  $P_1$  kg pro Breitereinheit der Gleitfläche voraus und führt (unter Voraussetzung einer unveränderlichen Zähigkeit  $\eta$ ) für die unendlichbreite Gleitfläche zu einfachen Gleichungen. Die Zähigkeit ändert sich mit der Oeltemperatur, die sich in der Längs- und Querrichtung der Gleitfläche nach sehr verwickelten Gesetzen ändert<sup>2)</sup> und von einer grossen Zahl von Einflüssen abhängt, die in mannigfacher Ueberlagerung im Lager auftreten. Wie Messungen in Uebereinstimmung mit vereinfachten theoretischen Ueberlegungen<sup>3)</sup> zeigen, kann die Veränderlichkeit der Zähigkeit aber in einfachster Weise durch Einführung einer mittleren konstanten Zähigkeit berücksichtigt werden. Diese kann ungefähr gleich der Zähigkeit der Temperatur in der Mitte der Tragfläche gesetzt werden.

#### 1. Vergleich verschiedener Spaltformen

Für die ebene Gleitfläche ist:

$$P_1 = \frac{\eta U a^2}{h_0^2} \Phi \quad \text{oder} \quad h_0/a = \sqrt{\Phi} \sqrt{\frac{\eta U}{P_1}} \dots (1)$$

$$\mu = K \sqrt{\frac{\eta U}{P_1}} = C h_0/a \dots (2)$$

In diesen Gleichungen sind  $\Phi$ ,  $K$  und  $C$  reine Zahlen, die nur von der Spaltform und von den Randbedingungen für die Schmierölzu- und Ableitung abhängen. Bekannt ist auch, dass zur Erzeugung einer tragfähigen Oelschicht jeder Spalt geeignet ist, dessen Höhe in Richtung der Bewegung abnimmt. Bei der Vielseitigkeit der möglichen Spaltformen (Abb. 1) scheint ein Vergleich und die Auswahl der «günstigsten» Formen zweckmässig. Je nach der Bewertung der Vor- und Nachteile kann der Konstrukteur, die Werkstatt oder der Betriebsleiter der Anlage zu anderen Bedingungen für die «günstigste» Spaltform kommen.

Wenn  $\eta$ ,  $U$  und  $P_1$  vorgeschrieben oder gewählt sind, wird der Konstrukteur (um eine möglichst kleine Reibzahl zu erreichen) den kleinsten  $K$ -Wert (in Gl. 2) wählen. Mit Rücksicht auf grösste Betriebsicherheit wird der Betriebsleiter (um eine metallische Berührung bestimmt zu vermeiden) einem grossen Wert von  $h_0$ , also einem grossen  $\Phi$ -Wert in Gl. 1 den Vorzug geben. Der Kleinstwert von  $h_0$  ist durch die wirtschaftliche Herstellung begrenzt. Da nach Gl. 2 die Reibzahl dem Wert  $h_0/a$  direkt proportional ist, wird eine kleine Reibzahl bei hoher Sicherheit und innerhalb wirtschaftlicher Grenzen durch den kleinsten  $C$ -Wert erreicht. Schliesslich muss der Konstrukteur bei der Wahl einer Spaltform auch Rücksicht auf die einfache Herstellung nehmen; diese Forderung ist oft entscheidend.

Wie aus Abb. 2 (für die geeignete und die teilweise abgesperrte Platte) und aus Abb. 3 (für den parabolischen Voll- und Halbzylinder und für parabolisch abgerundete Oeleintrittskanten) hervorgeht, können die drei Bedingungen ( $K_{min}$ ,  $\Phi_{max}$  und  $C_{min}$ ) nicht gleichzeitig erfüllt werden. Erfreulicherweise liegen sie oft verhältnismässig nahe zusammen. Zum einheitlichen Vergleich aller Spaltformen scheint das Spalthöhenverhältnis  $h_1/h_0$  am zweckmässigsten. Die günstigsten  $h_1/h_0$ -Werte liegen zwischen 2 und 3, vereinzelt auch bei 4.

Grundsätzlich kann gesagt werden, dass alle Spaltformen mit abgerundeter oder abgeschrägter Oeleintrittskante (Abb. 1d, e) eine kleinere Tragfähigkeit und eine etwas grössere Reibzahl haben als Spaltformen mit bis zum Ende der Tragfläche

abnehmender Spalthöhe (Abb. 1a, b). Mit den zuerst genannten Spaltformen erreicht man also niemals die günstigste Reibzahl oder die kleinste Gleitfläche, aber immerhin eine brauchbare Ausführung mit Flüssigkeitsreibung (ohne Abnutzung) bei billiger Herstellung. Um z. B. einen Kreuzkopf tragfähig zu machen, genügen verhältnismässig kleine Abrundungen mit  $h_1/h_0 = 2$  bis 3 für beide Bewegungsrichtungen. Auch in der kurzen Zeit des Richtungswechsels ( $U = 0$ ) lässt sich eine unmittelbare Berührung der Gleitflächen verhindern, da die Zeit nicht ausreicht, um den Schmierzustand für  $U = 0$  herzustellen.

Besonderes Interesse bietet die teilweise abgesperrte Platte (Abb. 1f), die zweifellos einfach in der Herstellung ist und auch sehr günstige  $\Phi$ -,  $K$ - und  $C$ -Werte aufweist. Es scheint deshalb empfehlenswert, dieser bisher noch nicht gebräuchlichen Spaltform eine Vorzugstellung einzuräumen. Mit  $a_1/a_0 = 3$ ,  $h_1/h_0 = 2$ ,  $h_0 = 0,002$  mm und  $a = 100$  mm könnte damit theoretisch für eine unendlich breite Gleitfläche eine Reibzahl

$$\mu = C h_0/a = 4 \times 0,002/100 = 0,00008$$

erreicht werden, also nur 1 % des heute bei guten Ausführungen erreichten Wertes.

Man könnte die Theorie auch für die Berechnung der Reibung der Dichtungsringe in einem Kolben verwenden, wenn Spaltform und Oelmenge bekannt wären. Die handelsüblichen Ringe, mit denen H. Horgen<sup>4)</sup> ausgedehnte Reibungsversuche durchgeführt hat, liefen (wie genaue Profilmessungen zeigten) ohne Abrundung oder Abschrägung scharf aus. Man kann umgekehrt (unter der Voraussetzung, dass tatsächlich flüssige Reibung vorhanden ist) aus den Versuchsergebnissen die «wahrscheinlichste» Spaltform ableiten. Horgen vergleicht nun seine Versuche mit der Theorie einer abgeschrägten bzw. abgerundeten Oeleintrittskante und kommt (in krassm Widerspruch zu den Profilmessungen) zum Ergebnis, dass die wahrscheinlichste Spaltform eine auf  $1/5$  der Länge mit grossem  $h_1/h_0$ -Wert ausgeführte Schrägung wäre. Eine zuverlässige Vorausberechnung der Kolbenreibung scheint so lange ausgeschlossen, bis die Faktoren, die eine tragfähige Oelschicht ermöglichen, geklärt sind. Als solche kämen in Betracht: eine schwache Schrägstellung (Verdrehung) des Ringes und eine Drucksteigerung im Spalt vor dem Ring, als teilweise abgesperrte Platte.

#### 2. Flüssige Reibung beim Schneckentrieb

Eine weitere Gruppe schmiertechnisch wichtiger Probleme bilden die Zahnflanken, Rollen, Wälzhebel, usw. Es handelt sich dabei um parallele Zylinder, deren relative Bewegung tangential oder normal zur Oberfläche gerichtet sein kann. Solche Probleme können auf den parabolischen Vollzylinder (Abb. 1c) zurückgeführt werden<sup>5)</sup>, für den die Lösung bekannt ist.

Die praktische Bedeutung dieser theoretischen Grundlagen liegt bei den Rollenlagern zunächst in der Verminderung der Abnutzung<sup>6)</sup>. Wenn es bei den Zahnflanken gelingen würde, eine tragfähige Oelschicht von Beginn bis Ende des Eingriffes zuverlässig zu erzeugen, so wären die beiden Hauptmängel hochbelasteter und raschlaufender Zahnflanken (Geräusch und Abnutzung) grösstenteils behoben. Die technischen Schwierigkeiten bei der Verwirklichung sind aber sehr gross. Etwas günstiger als bei den Zahnrädern scheinen die Voraussetzungen für flüssige Reibung beim Schneckentrieb zu liegen, wegen der hohen Gleitgeschwindigkeit ohne Richtungswechsel. Die Verminderung des Reibungsverlustes hat hier auch eine wesentlich grössere Bedeutung als bei den Zahnrädern. G. Niemann<sup>7)</sup> hat den theoretischen Nachweis erbracht, dass dieses Ziel durch eine zweckmässige Zahnform tatsächlich erreicht werden kann. Sein Anwendungsbeispiel, nach dem ein Schneckentrieb für 5000 PS bei einer Uebersetzung von 3000 auf 300 U/min einen Wirkungsgrad von 98,8 % aufweist, klingt heute noch phantastisch, sollte aber die Fachwelt doch zu praktischen Ausführungen anspornen.

<sup>4)</sup> H. Horgen: Versuche über Kolbenringreibung. Diss. E. T. H., Zürich, 1942.

<sup>5)</sup> W. Peppeler: VDI-Forschungsheft 391 (1938).

<sup>6)</sup> E. Heidebroek: Zur Theorie der Flüssigkeitsreibung zwischen Gleit- und Wälzflächen. Forschung 6 (1935), S. 161/68.

<sup>7)</sup> G. Niemann: Schneckengetriebe mit flüssiger Reibung. VDI-Forschungsheft 412 (1942).

<sup>1)</sup> Die Theorie wird als bekannt vorausgesetzt. Vgl. z. B. ten Bosch: Vorlesungen über Maschinenelemente, Abschnitt 42.

<sup>2)</sup> Vgl. z. B. die Messungen von W. Nücker: VDI-Forschungsheft 352 (1932) und von A. Rumpf: VDI-Forschungsheft 393 (1938).

<sup>3)</sup> Vgl. z. B. die Messungen von R. E. Stanton im Nat. Phys. Lab (London) oder Abb. 42.22 in «Vorl. über Masch.-El.» und die Berechnung von v. Freudenreich: Sonderdruck BBC-Mitteilungen, Nov. 1920.

Zahlentafel 1: Verhältnis  $L_1/L_0$  der wirklichen Reibleistung  $L_1$  zur Reibleistung im unbelasteten Zustand  $L_0$

$P_1/P_1''$	$L_1/L_0$			
	$\delta = 0,6$	$\delta = 0,8$	$\delta = 0,9$	$\delta = 0,95$
0	1,00	1,00	1,00	1,00
0,1	1,00	1,00	1,00	1,00
0,2	1,00	1,00	1,00	1,01
0,4	1,00	1,00	1,00	1,05
0,6	1,00	1,01	1,02	1,08
0,8	1,02	1,03	1,06	1,11
1,0	1,04	1,05	1,09	1,13
1,2	1,06	1,07	1,12	1,16
1,5	1,08	1,10	1,15	1,19
2,0	1,12	1,14	1,20	1,23

NB:  $P_1$  = äussere Belastung pro Längeneinheit (Abb. 4).  
 $P_1''$  = stabilisierende Kraft der oberen Schale pro Längeneinheit.  
 $\delta$  = relative Beilagedicke =  $a/\Delta r$ .

gleich der (vertikal angenommenen) äusseren Belastung  $P_1$  sein müssen. Diese Forderung kann nur durch wiederholtes Probieren und durch schrittweise Annäherung erfüllt werden. Dieser umständlichen und zeitraubenden Berechnungsweise ist es wohl zuzuschreiben, dass solche Berechnungen bisher noch nie veröffentlicht wurden.

Bei den praktischen Ausführungen erfolgt der Oeleintritt sowohl für die obere als auch für die untere Lagerschale (bei vertikaler Kraftwirkung  $P_1$ ) in der horizontalen Trennebene. Die Richtungen der Teilkräfte  $P_1'$  und  $P_1''$  sind dann eindeutig durch die Winkel  $(\varphi_1' - \beta')$  und  $(\varphi_1'' - \beta'')$  bestimmt. Die Bedingung, dass die resultierende Kraft  $P_1$  vertikal steht, ist dann erfüllt, wenn

$$P_1' \cos(\varphi_1' - \beta') = P_1'' \cos(\varphi_1'' - \beta'')$$

ist. Multipliziert man beide Seiten dieser Gleichung mit dem konstanten Faktor  $\psi^2/\eta U$ , so wird:

$$\frac{P_1' \psi^2}{\eta U} \cos(\varphi_1' - \beta') = \frac{P_1'' \psi^2}{\alpha U} \cos(\varphi_1'' - \beta'')$$

oder

$$\Phi' \cos(\varphi_1' - \beta') = \Phi'' \cos(\varphi_1'' - \beta'') \dots (3)$$

Die Kurvenschar  $\Phi \cos(\varphi_1 - \beta)$  kann aus den bekannten Funktionen  $\Phi$  und  $\beta$  berechnet und gezeichnet werden. Aus der Bedingungsgleichung (3) folgt durch Probieren (für verschiedene Werte der relativen Beilagedicke  $\delta$ ) die Bahn des Wellenmittels (Abb. 5). Mit Hilfe dieser Bahnkurven ist die Berechnung der Lager mit Zitronenspiel allgemein und eindeutig gelöst.

Die Lage des Wellenmittels ist praktisch auf die kleine Fläche in Abb. 5 zwischen  $\Phi = 0$  und  $\Phi = 2$  beschränkt. Die kleinste Spalthöhe folgt dann aus der einfachen Beziehung:

$$h_0/\Delta r = 1 - \delta \text{ oder } h_0 = \Delta r - a \dots (4)$$

Die Reibleistung  $L_1$  pro Breitereinheit des Lagers kann aus den Teilleistungen der beiden Lagerhälften berechnet werden. Aus

$$L_1 = (\mu' P_1' + \mu'' P_1'') U$$

folgt mit  $\mu = C \psi$  und  $P_1 = \frac{\eta U}{\psi^2} \Phi$ :

$$L_1 = (C' \Phi' + C'' \Phi'') \frac{\eta U^2}{\psi} \dots (5)$$

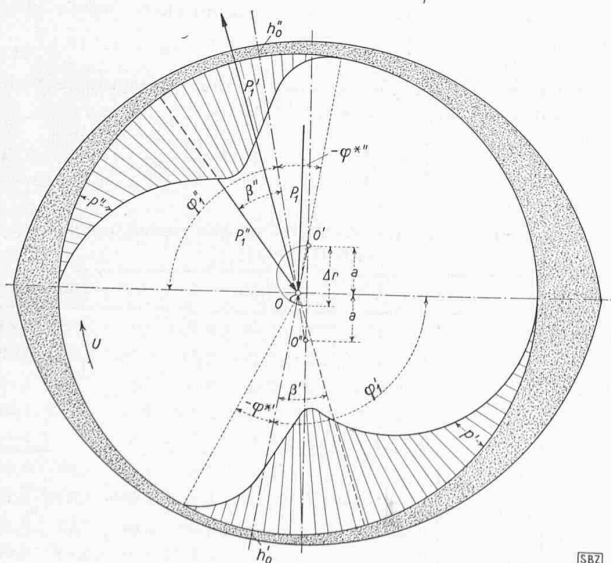


Abb. 4. Lager mit Zitronenspiel

Zahlentafel 2: Bewährte Spiele der A. E. G. \*)

Zapfen-Durchmesser $d$ (= Lagerbreite) mm	$\Delta d$ $\mu$	Beilage-Dicke $2a$ $\mu$	Rel. Lagerspiel $\psi = \Delta d/d$ ‰	Rel. Beilagedicke $\delta = a/\Delta r$
60	400	300	6,67	0,75
80	400	300	5,00	0,75
100	500	400	5,00	0,80
160	700	500	4,38	0,71
200	800	600	4,00	0,75
300	1000	700	3,33	0,70
400	1400	1100	3,50	0,78
500	1800	1400	3,60	0,78

\*) E. A. Kraft: Die Dampfturbine im Betrieb. J. Springer, Berlin 1935, S. 50.

Die Zahlenwerte  $C'$ ,  $C''$ ,  $\Phi'$  und  $\Phi''$  sind für eine bestimmte relative Beilagedicke  $\delta$  (mit Hilfe der aus den bekannten Bahnkurven, Abb. 5, abgelesenen Werten für  $\epsilon'$ ,  $\epsilon''$ ,  $\varphi_1'$  und  $\varphi_1''$ ) bekannt. Das Ergebnis der Berechnung ist in Zahlentafel 1 zusammengestellt und zeigt, dass, wenn die stabilisierende Kraft  $P_1''$  im Verhältnis zur Lagerbelastung  $P_1$  gross ist (und nur in solchen Fällen ist Zitronenspiel notwendig), die Reibleistung eines Lagers mit Zitronenspiel praktisch unabhängig von der äusseren Belastung ist. Diese Feststellung hat eine grosse praktische Bedeutung, indem es genügt, die Reibleistung  $L_0$  für den einfachen Fall eines unbelasteten Lagers zu berechnen, das nur durch die beiden Zangenkräfte  $P_1' = P_1'' = P_{1s}$  belastet ist. Da in diesem Grenzfall der obere und der untere Oelspalt vollkommen gleich sind, ist  $\epsilon' = \epsilon''$  und  $\varphi_1' = \varphi_1'' = 90^\circ$  und

$$L_0 = 2 \mu_s P_{1s} U = 2 C_s \Phi_s \frac{\eta U^2}{\psi} \dots (6)$$

\*)  $\mu_s$  bezogen auf die stabilisierende Kraft.

mit

$$\Phi_s = \frac{P_{1s} \psi^2}{\eta U} \dots (7)$$

Der Wert  $L_1/L_0 = \frac{C' \Phi' + C'' \Phi''}{2 C_s \Phi_s}$  (Zahlentafel 1) zeigt, in wie

weiten Grenzen diese Vereinfachung zulässig ist. Aus  $L_0 = 2 \mu_s P_{1s} U$  folgt mit  $P_{1s} = p_s d$ :

$$L_1 \approx L_0 = \mu_s p_s \omega d^2 \text{ oder } \frac{L_1}{p_s \omega d^2} = \mu_s = C_s \psi \dots (8)$$

Wie Abb. 6 zeigt, ist  $L_1/p_s \omega d^2$  in weiten Grenzen unabhängig von der relativen Beilagedicke  $\delta$ . Die Reibleistung nimmt deshalb (bei gegebenen Abmessungen und bei unveränderter Drehzahl) proportional mit der stabilisierenden Pressung  $p_s$  zu. Aus der Definitionsgleichung (7) folgt das relative Lagerspiel:

$$\psi = \sqrt{\frac{\Phi_s}{2}} \sqrt{\frac{\eta \omega}{p_s}} \dots (7a)$$

Da  $\Phi_s$  in Funktion von  $\delta$  (für  $P_1 = 0$  und  $\epsilon = \delta$ ) bekannt ist, kann aus dieser Gleichung für einen gewählten Wert  $\eta \omega/p_s$  die relative Beilagedicke  $\delta$  bei einem angenommenen Lagerspiel berechnet werden (Abb. 7). Die Grösse der für den ruhigen Lauf notwendigen Pressung  $p_s$  hängt von der Sorgfalt der Ausbalancierung ab und kann nur durch die Erfahrung bestimmt werden. Bei einem bestimmten Wert von  $\eta \omega/p_s$  sind verschiedene Ausführungen für  $\psi$  und  $\delta$  möglich, die in Bezug auf die Reibzahl (und für unendlichbreite Lager) alle gleichwertig sind. Je kleiner  $p_s$  sein

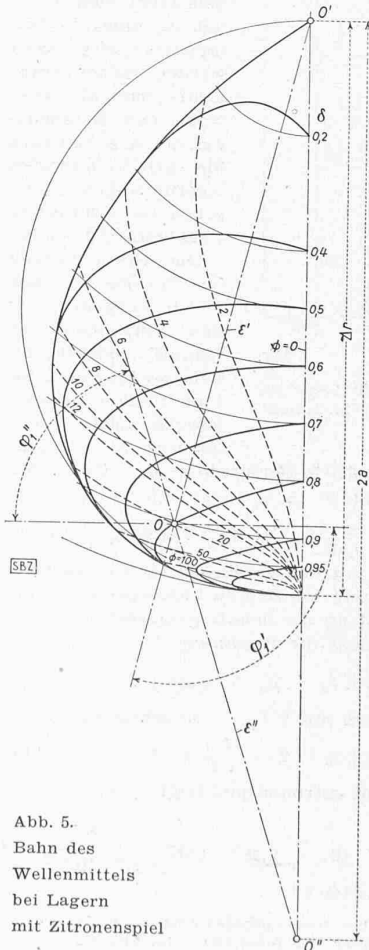


Abb. 5. Bahn des Wellenmittels bei Lagern mit Zitronenspiel

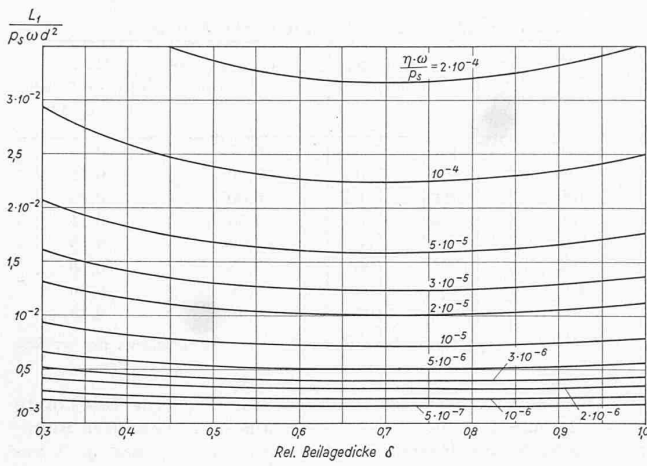


Abb. 6. Reibzahl und Reibleistung  $L$  pro Breiteneinheit für Lager mit Zitronenspiel, in Abhängigkeit der relativen Beilagedicke  $\delta = a/\Delta z$

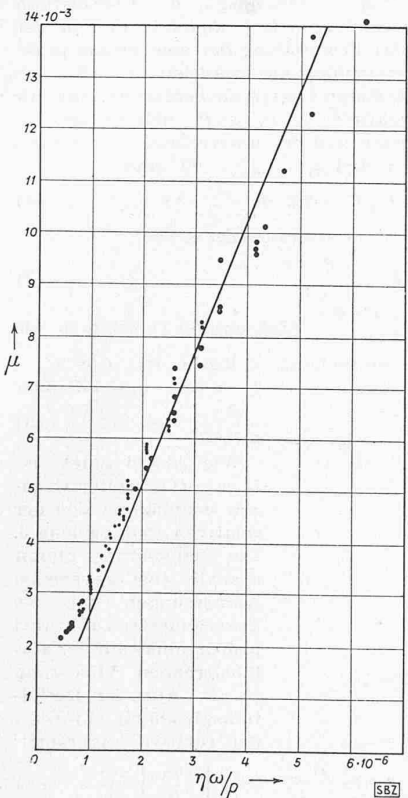


Abb. 8. Vergleich der Theorie für Lager mit Zitronenspiel mit den Versuchen von Rumpf

darf, umso kleiner ist auch die im Lager erzeugte Wärme. Eine grosse Beilagedicke  $\delta$  gibt (nach Gl. 4) einen kleinen Wert für die kleinste Spalthöhe  $h_0$ , erfordert also genaue Herstellung. Man wird in der Praxis im allgemeinen zuerst versuchen, mit einer kleinen Beilagedicke auszukommen. Läuft der Zapfen noch unruhig, so sollte zunächst die Ausbalancierung verbessert werden. Wenn dies nicht mehr möglich ist, muss die Beilagedicke vergrößert werden, bis der ruhige Lauf erreicht wird. Nach den Erfahrungen der A. E. G. liegen die gebräuchlichsten Ausführungen zwischen  $\delta = 0,70$  bis  $0,80$  (Zahlentafel 2, S. 165).

Die Brauchbarkeit der Theorie soll nun durch Vergleich mit den Versuchen von Rumpf<sup>9)</sup> geprüft werden, dessen Versuchslager folgende Abmessungen hatte:  $d = 220$  mm,  $b = 300$  mm,

Lagerspiel  $\psi = 1,727 \text{ ‰}$ , relative Beilagedicke  $\delta = 0,487$ . Mit diesen Werten folgt aus Abb. 7:  $\eta \omega / p_s = 2,7 \cdot 10^{-6}$ , und mit diesem Wert aus Abb. 6:  $\frac{L_1}{\omega p_s d^2} = 3,94 \cdot 10^{-3}$  oder  $L_1 = 5840 U^2$

Beim Vergleich der Theorie mit den Versuchen ist zu beachten, dass Abb. 6 für die Reibleistung am Zapfen gemessen gilt, während Rumpf das Reibmoment an der Schale gemessen hat. Zwischen beiden Reibungen besteht die Beziehung<sup>9)</sup>:

$$\mu_z - \frac{l}{r} \sin \beta = \mu_L = \mu_z - \varepsilon \psi \sin \beta \quad (9)$$

Multipliziert man beide Seiten mit  $2 P_{1s} U$ , so erhält man:

$$L_1 \text{ Schale} = L_1 \text{ Zapfen} - 2 \psi \varepsilon \frac{P_{1s}}{\eta U} \eta U^2 \quad (10)$$

Für das unbelastete Lager mit Zitronenspiel folgt<sup>10)</sup> mit  $\varepsilon = \delta = 0,487$ :  $\beta = 33,1^\circ$ , also

$$L_1 \text{ Schale} = 5840 \eta U^2 - 2 \cdot 1,727 \cdot 10^{-3} \cdot 0,487 \cdot 0,547 \cdot \frac{2}{2,7 \cdot 10^{-6}} \eta U^2 = 5160 \eta U^2$$

<sup>9)</sup> ten Bosch. Vorlesungen über Maschinenelemente, Gl. 42, 73.

<sup>10)</sup> ten Bosch. Vorlesungen über Maschinenelemente, Abb. 42, 25.

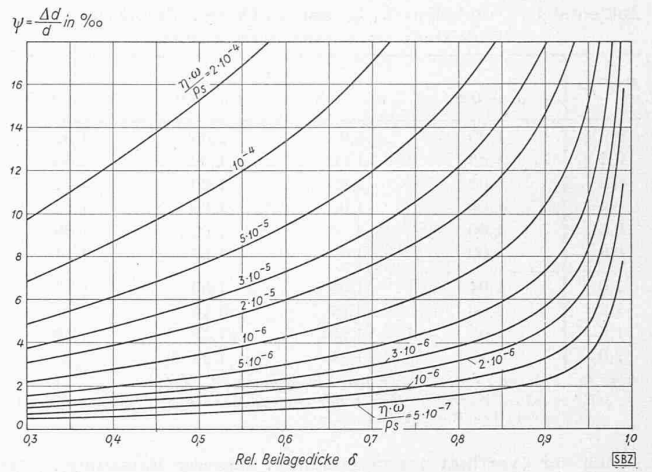


Abb. 7. Zur Berechnung des Stabilisierungsdruckes  $p_s$  für Lager mit Zitronenspiel

Zum Vergleich mit den Versuchen von Rumpf muss in dieser Reibleistung (die von der äusseren Belastung weitgehend unabhängig ist) doch die Reibzahl  $\mu$  (bezogen auf  $P_1$ ) eingeführt werden:

$$L_1 \text{ Schale} = \mu P_1 U = \mu p d U = 5160 \eta U^2$$

oder  $\mu = 2580 \eta \omega / p$ . Der geradlinige Verlauf dieser Gleichung ist in Abb. 8 mit den Versuchspunkten von Rumpf verglichen und zeigt die ausserordentlich gute Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch.

#### 4. Die endliche Breite der Gleitfläche

Alle wirklichen Gleitflächen haben eine endliche Breite, sodass die Theorie für alle praktischen Anwendungen noch ergänzt werden muss, indem auch das seitliche Abfliessen des Oeles berücksichtigt wird. Das Lager mit Zitronenspiel bildet eine Ausnahme, weil dafür die Reibleistung pro Breiteneinheit konstant ist. Die Bedingung, dass die totale Flüssigkeitsmenge, die in der X- und Z-Richtung strömt, im Beharrungszustand konstant sein muss, führt zu der bekannten partiellen Differentialgleichung für die Druckverteilung:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{3}{h} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dh}{dx} + \frac{b \eta U}{h^3} \frac{dh}{dx} = 0 \quad (11)$$

Die sehr umständlichen Zahlenrechnungen, die die Lösung dieser Gleichung erfordert, wurden bisher nur für die schwach geneigte Platte ( $m = 1$  und  $2$ ) und für verschiedene Werte von  $b/a$  durchgeführt (Michell, Martin, Boswall). Aus diesen Lösungen ging hervor, dass bei gleicher relativer Lage der Gleitflächen (z. B. bei gleichem Wert von  $m$ , bzw.  $h_1/h_0$ ) die Tragfähigkeit, infolge des seitlichen Abfliessens bei endlicher Breite, vermindert wird. Setzt man analog wie für die unendlich breite Gleitfläche:

$$P_{1e} = \frac{\eta U a^2}{h_0^2} \Phi_e \quad (12)$$

so kann die Verminderung der Tragfähigkeit durch einen Faktor  $f_b$

$$f_b = P_1 / P_{1e} = \Phi / \Phi_e \quad (13)$$

berücksichtigt werden. Die kleinste Schmierschichtdicke bleibt (wie vorausgesetzt) unverändert, weil

$$h_0/a = \sqrt{\Phi_e} \sqrt{\frac{\eta U}{P_{1e}}} = \sqrt{\Phi} \sqrt{\frac{\eta U}{P_1}} \quad (14)$$

Zahlentafel 3:  $f_b$ - und  $K$ -Werte für die geneigte Platte (nach Boswall)

		$b/a$	4	2	1,33	1	0,8	0,667	0,5
$m = 1$	$f_b$	1	1,19	1,44	1,79	2,305	2,91	3,585	5,41
	$\sqrt{f_b}$	1	1,09	1,20	1,338	2,518	1,707	1,893	2,325
	$K_e$	1,94	2,08	2,25	2,48	2,76	3,07	3,39	4,13
	$K_\infty \sqrt{f_b}$	1,94	2,115	2,325	2,595	2,945	3,31	3,675	4,51
		Fehler, ‰	0	1,6	3,2	4,4	6,3	7,3	8,4
$m = 2$	$f_b$	1	1,18	1,41	1,74	2,18	2,74	3,38	4,83
	$\sqrt{f_b}$	1	1,086	1,187	1,318	1,477	1,655	1,838	2,198
	$K_e$	1,82	1,91	2,02	2,18	2,38	2,60	2,83	3,32
	$K_\infty \sqrt{f_b}$	1,82	1,976	2,16	2,40	2,685	3,01	3,345	4,00
		Fehler, ‰	0	3,3	6,5	9,2	11,4	13,6	17,0



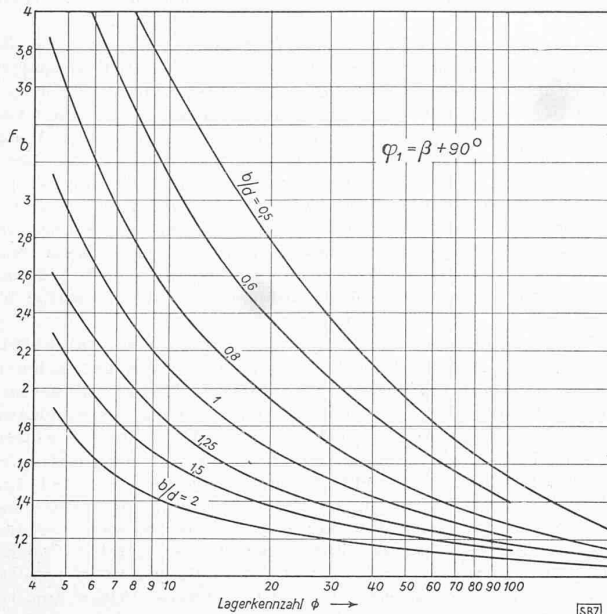


Abb. 9. Kurven für die Werte  $f_b$

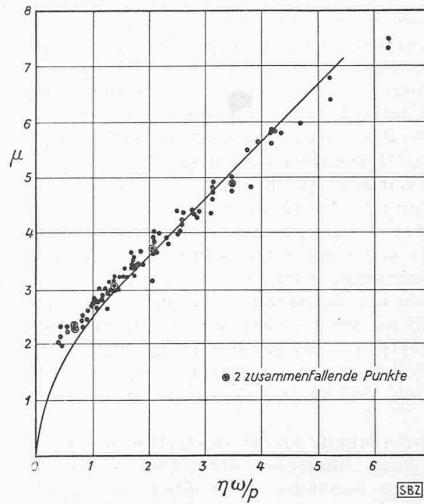


Abb. 10. Vergleich der Theorie (ausgezogene Linie = Gl. 19a) mit den Messungen von Rumpf

Die Brauchbarkeit dieser Näherungslösung kann durch Vergleich mit den vorliegenden mathematischen Lösungen festgestellt werden. Wie die Zahlentafeln 3 und 4 für die geneigte Platte und für den parabolischen Vollzylinder zeigen, gibt die Näherungslösung nach Gl. 17 immer etwas zu grosse Reibzahlen im Interesse der Zuverlässigkeit unserer Rechnungen liegt. Der Fehler nimmt, wie zu erwarten war, für schmale Gleitflächen ( $b/a$  kleiner als 0,8) rasch zu.

Aus den vorliegenden Lösungen scheint hervorzugehen, dass

$f_b$  hauptsächlich durch die beiden Faktoren  $b/a$  und  $h_1/h_0$  festgelegt ist und dass der Einfluss der Spaltform (geneigte oder parabolische Gleitfläche) gering ist. Man kann deshalb die gleichen  $f_b$ -Werte auf alle Spaltformen anwenden und zwar auch auf die stark gekrümmten, weil das seitliche Abfließen durch die Krümmung nicht beeinflusst wird. Die in Abb. 9 dargestellten  $f_b$ -Werte gelten für den parabolischen Vollzylinder (nach der Berechnung von Frössel); sie weichen nur wenig von den Werten von Bauer ab.

Die Gleichungen 17 und 18 gelten unter der Voraussetzung, dass die Oelaustrittsstelle  $\varphi_2$  mit dem Ende des Druckberges —  $\varphi^*$  zusammenfällt. Diese Voraussetzung ist bei den praktischen Ausführungen nur selten erfüllt, da die Austrittsöffnung sehr oft in die horizontale Trennfuge des Lagers gelegt wird.

Dadurch erhöht sich die Reibkraft um den Betrag  $R_1' = r \int_{\varphi^*}^{\varphi_2} \tau_0 d\varphi$ , der leicht berechnet werden kann, weil im unbelasteten Oelspalt eine geradlinige Geschwindigkeitsverteilung vorhanden, also  $\tau_0 = \eta U/h$  ist. Die Reibzahl erhöht sich deshalb um den Betrag

$$\mu' = K' \sqrt{\frac{\eta U}{P_1}} \text{ bzw. } \mu' = C' \psi$$

sodass unter Berücksichtigung dieser zusätzlichen Reibung

$$\mu = (K \sqrt{f_b} + K') \sqrt{\frac{\eta U}{P_1}} = (C f_b + C') \psi \quad (19a, b)$$

Wie gut die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung ist, zeigt Abb. 10, in der Gl. 19a (für  $\varphi_1 = \beta + 90$  und  $\varphi_2$  horizontal) mit den Messungen von Rumpf verglichen ist. Der Konstrukteur kann deshalb volles Vertrauen zur Theorie haben, wenn er nur dafür sorgt, dass die Voraussetzungen der Theorie bei der Ausführung erfüllt werden.

Dass die Rumpf'sche Gleichung nur für seine Randbedingungen gilt und nicht auf andere Verhältnisse angewandt werden darf, zeigen recht deutlich die Versuche von Clayton und Jakeman<sup>11)</sup>, die ihre Versuchsergebnisse (in voller Übereinstimmung mit der Theorie) durch ein Strahlenbüschel darstellen.

### Vom Studentenheim an der E. T. H.

#### Auszug aus dem Jahresbericht 1942/43

Die laufenden Geschäfte besorgte der Präsident der Betriebskommission, Dr. H. Bosshardt, zusammen mit seinem Mitarbeiter, cand. phil. O. Clavuot. Der Vorstand unternahm im Berichtsjahre eine Finanzaktion, vor allem, um rückständige laufende Schulden bezahlen und eine ausserordentliche Tilgung vom Darlehen bei der Schweiz. Eidgenossenschaft vornehmen zu können. Durch die freundliche Vermittlung des Vizepräsidenten, Gen.-Dir. E. Dübi, überwiesen schenkungsweise der Arbeitgeberverband schweiz. Maschinen- und Metallindustrieller 10000 Fr. und der Verein schweiz. Maschinenindustrieller 7500 Fr. Diese beiden Schenkungen seien auch an dieser Stelle herzlich verdankt.

Die Gesamtzahl der Gäste, die im Studentenheim eine Konsumation eingenommen haben, betrug 449 225, was einer Zu-

<sup>11)</sup> D. Clayton and C. Jakeman, Proc. Mech. Engrs. (London 134/1936/III, S. 437/506). C. Jakeman and A. Fogg, Gen. Disc. on lubrication, London 1937.

ist. Auch die Reibzahl  $\mu_e$  kann in gleicher Form geschrieben werden, wie bei unendlicher Breite:

$$\mu_e = K_e \sqrt{\frac{\eta U}{P_{1e}}} = C_e h_0/a \quad (15)$$

Die  $\Phi_e$ - (bzw.  $f_b$ -), sowie die  $K_e$ - und  $C_e$ -Werte sind aus den vorliegenden Lösungen (geneigte Platte,  $m = 1$  und 2) bekannt (Zahlentafel 3). Dabei ist zu beachten, dass

$$f_b = F(b/a, h_1/h_0, \text{Spaltform}) \quad (16)$$

ist, sodass die Zahlenwerte weder für andere Spaltformen noch für andere Spalthöhenverhältnisse verwendet werden können.

Die kürzlich von Frössel und von Bauer berechneten Zahlenwerte für den parabolischen Vollzylinder bedeuten deshalb eine praktisch sehr wertvolle Ergänzung. Bei der Vielseitigkeit der möglichen und ausgeführten Spaltformen ist dem Ingenieur durch diese wenigen Lösungen doch nur teilweise geholfen. Bei dieser Sachlage scheint eine einfache und allgemein (d. h. für alle Spaltformen) gültige Näherungslösung auch heute noch für den Konstrukteur äusserst wertvoll. Sie beruht auf der Feststellung, dass die Reibzahl bei flüssiger Reibung eine geometrische Grösse ist. Bei gleicher Spaltform und gleichem Wert von  $h_0/a$  ist die Reibzahl (bzw. die Reibkraft) gleich, gleichgültig durch welche Mittel die gleiche relative Lage der Gleitflächen erreicht wird. Selbstverständlich gilt diese Schlussfolgerung genau nur unter Voraussetzung gleicher Flüssigkeitsströmungen im Spalt, also für unendlichbreite Gleitflächen. Sieht man aber für eine Näherungslösung vom seitlichen Abfließen bei endlicher Breite ab, so wäre (bei gleicher relativer Lage) die Reibkraft  $R_1$  unabhängig von der Breite der Gleitfläche, während die Tragkraft im Verhältnis  $f_b$  kleiner wird. Für die Gleitfläche mit endlicher Breite ist also:

$$\mu_e = \frac{R_{1e}}{P_{1e}} = \frac{R_{1\infty}}{P_{1\infty}/f_b} = \mu_{\infty} f_b = K_{\infty} \sqrt{\frac{\eta U}{P_{1\infty}}} f_b = K_{\infty} \sqrt{f_b} \sqrt{\frac{\eta U}{P_{1e}}} \quad (17)$$

oder mit 
$$C_{\infty} = \frac{K_{\infty}}{\sqrt{\Phi_{\infty}}} = \frac{K_{\infty}}{\sqrt{f_b}} \sqrt{\frac{\eta U}{P_{1e}}}$$
 
$$\mu_e = C_{\infty} f_b \psi \quad (18)$$

Zahlentafel 4: Werte  $\frac{K_{\infty} \sqrt{f_b}}{K_e}$  für den parabolischen Vollzylinder (nach Frössel)

$b/a$	$h_1/h_0 = 3,9$	$h_1/h_0 = 6,7$	$h_1/h_0 = 17,5$	$h_1/h_0 = 31$
0,5	1,11	1,19	1,26	1,25
0,75	1,11	1,15	1,19	1,17
1,00	1,10	1,13	1,14	1,12
1,25	1,09	1,11	1,11	1,09
1,50	1,08	1,09	1,09	1,07
1,75	1,07	1,08	1,08	1,06
2,00	1,06	1,07	1,07	1,05
2,25	1,05	1,06	1,06	1,05