

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 121/122 (1943)
Heft: 23

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Les vibrations transversales des cordes pesantes verticales. — Wettbewerb für die Dorfkerngestaltung von Riehen bei Basel. — Mitteilungen: Ein Dachwehr in Courlon an der Yonne. Ein neues Zentralheizungssystem. Gegensprechanlagen. Ueber den Stand der Arbeiten für die Bodenseeregulierung. Eidg. Technische Hochschule. Eidg. Stark-

strominspektorat. Kraftwerk Mörel. — Literatur: Volkskunst am Berner Bauernhaus. Zahlentafeln für das Abstecken von Bögen. Leistung und Wirtschaftlichkeit gasgetriebener Fahrzeugmotoren. Mitteilungen der Vereine. — Vortragskalender. An unsere Abonnenten.

Les vibrations transversales des cordes pesantes verticales

(Suite de la page 254)

Par HENRY FAVRE, Dr. ès sc. techn., professeur à l'E. P. F., Zurich

4. Etude de quelques vibrations simples

1°) Supposons tout d'abord que l'on déplace horizontalement pendant un temps très court l'extrémité inférieure A de la corde représentée à la figure 1, en revenant à la position initiale. On engendre ainsi une petite onde élémentaire $y = (1 - \alpha x)F$ qui monte le long de la corde en subissant la déformation décrite au paragraphe précédent.

Au moment où cette onde arrive à l'extrémité supérieure B (supposée fixe), il se crée une onde descendante $(1 - \alpha x)f$ qui neutralise la première, car en B on doit avoir $y = 0$ quel que soit t. En d'autres termes on aura d'après (9)

$$\left(1 - \alpha \frac{h}{2}\right)(F + f) = 0$$

c'est à dire, puisque $1 - \alpha \frac{h}{2}$ est différent de zéro, $f = -F$.

L'onde incidente montante $(1 - \alpha x)F$ s'est transformée en une onde descendante $(1 - \alpha x)f$ égale mais de signe contraire. Il y a réflexion totale avec changement de signe (fig. 4). La nouvelle onde $(1 - \alpha x)f$ descendra le long de la corde en se transformant comme nous l'avons indiqué et arrivera en A. Si ce point est fixe à ce moment, l'onde descendante se transformera en une onde montante absolument identique à $(1 - \alpha x)F$, qui remontera le long de la corde et le jeu des réflexions se poursuivra indéfiniment.

Calculons le temps τ que met cette onde élémentaire pour parcourir la corde de A en B et retour. Nous avons, en utilisant la formule (10):

$$\tau = \int_0^{\tau} dt = 2 \int_{-h/2}^{+h/2} \frac{dx}{c(1 + 2\alpha x)} \cong \frac{2}{c} \int_{-h/2}^{+h/2} (1 - 2\alpha x) dx = \frac{2h}{c}$$

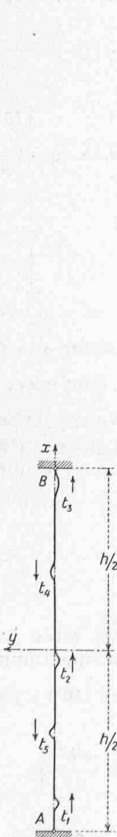


Fig. 4

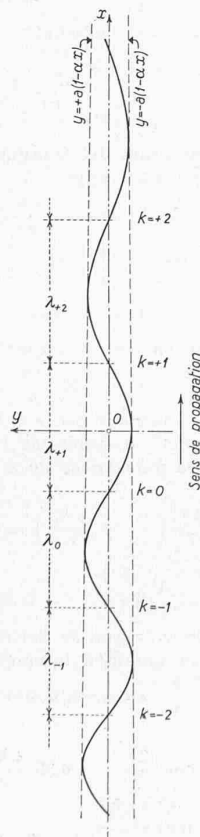


Fig. 5. Onde progressive (12)

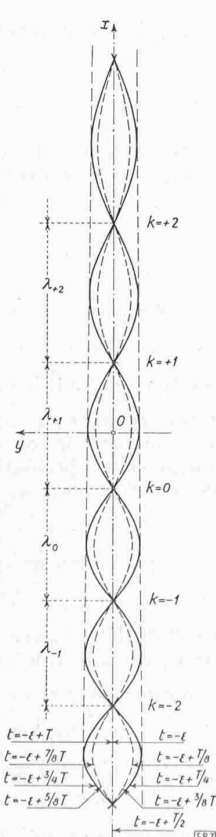


Fig. 6. Onde stationnaire (16)

$$\tau = \frac{2h}{c} = 2h \sqrt{\frac{\mu}{S_0}} \dots \dots \dots (11)$$

Ce temps est donc le même que si la corde était tendue par une force constante, égale à la traction au milieu 0 de la corde pesante verticale considérée.

De (11) on tire

$$S_0 = \frac{4h^2 \mu}{\tau^2} \dots \dots \dots (11')$$

Si l'on connaît h et μ on peut, en mesurant le temps τ , calculer par cette formule la traction S_0 au milieu d'une corde tendue verticale. De là, il est facile de calculer S_A et S_B par les formules (2).

2°) Considérons le mouvement défini en choisissant

$$f \equiv 0 \text{ et } F = a \sin \frac{2\pi}{T} \left[t - \frac{1}{c} (1 - \alpha x)x + \beta \right]$$

où a, T et β désignent des constantes.

L'élongation sera, d'après (9):

$$y_1 = a(1 - \alpha x) \sin \frac{2\pi}{T} \left[t - \frac{1}{c} (1 - \alpha x)x + \beta \right] \dots (12)$$

En un point x, la corde est animée d'une vibration transversale harmonique de période T et d'amplitude $a(1 - \alpha x)$. Au temps t, la corde est formée d'une série de demi-ondulations inégales, alternativement positives et négatives, comprises entre des points d'élongation nulle, dont les abscisses x sont données par l'équation

$$\frac{2\pi}{T} \left[t - \frac{1}{c} (1 - \alpha x)x + \beta \right] = -k\pi$$

où k désigne un entier négatif, nul ou positif. Pour résoudre cette équation, le plus simple est de procéder par approximations successives. Puisque αx est petit par rapport à 1, posons d'abord $\alpha = 0$. L'équation devient linéaire et a pour racine $x = c \left(t + \beta + \frac{T}{2} k \right)$ (première approximation). Remplaçons ensuite le terme αx par $\alpha c \left(t + \beta + \frac{T}{2} k \right)$. On obtient encore

une équation linéaire dont la racine est la valeur de seconde approximation suivante:

$$x_k = c \left(t + \beta + \frac{T}{2} k \right) \left[1 + \alpha c \left(t + \beta + \frac{T}{2} k \right) \right] \dots (13)$$

$(k = \dots -2, -1, 0, +1, +2, \dots)$

On voit que x_k croît avec k. Les points d'élongation nulle sont rangés comme l'indique la figure 5.

Calculons la distance de deux de ces points consécutifs. L'abscisse du point k - 1 est

$$x_{k-1} = c \left[t + \beta + \frac{T}{2} (k-1) \right] \cdot \left\{ 1 + \alpha c \left[t + \beta + \frac{T}{2} (k-1) \right] \right\} \dots (13')$$

Soustrayons (13') de (13):

$$\lambda_k = x_k - x_{k-1} = \frac{cT}{2} + \alpha c^2 T \left[t + \beta + \frac{T}{2} \left(k - \frac{1}{2} \right) \right] \dots (14)$$

On voit que la distance λ_k de deux points nuls consécutifs — la demi-longueur d'onde — croît avec k. La suite des valeurs $\dots \lambda_{k-1}, \lambda_k, \lambda_{k+1} \dots$ forme une progression arithmétique de raison $\frac{\alpha c^2 T^2}{2}$.

D'autre part, la courbe étant comprise entre les deux droites $y = \pm a(1 - \alpha x)$, la valeur absolue des maxima et des minima successifs décroît de bas en haut (fig. 5). Il serait facile de calculer la position et la grandeur de ces extréma.

Lorsque le temps croît, l'onde (12) se propage en montant le long de la corde (onde progressive). Elle se déforme comme nous l'avons exposé au paragraphe 3. Les demi-ondulations s'allongent et s'aplatissent à mesure qu'elles s'élèvent. Il est intéressant de remarquer que la corde reprend périodiquement la même position. En effet, soit t une époque déterminée. Au temps $t + T$ le second membre de (12) sera identique à la valeur qu'il