

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 123/124 (1944)
Heft: 13

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Das Formänderungsproblem des querbelasteten Druckstabes. — Fortschritte im Bau elektrischer Lokomotiven. — Die Renovation des Freulerpalastes in Näfels (mit Tafeln 5 bis 8). — Zur Planung schweizerischer Binnenwasserstrassen. — Planung des neuen Kantospitals in Genf. — Mitteilungen: Die Verdunstungsfähigkeit verschiedener Putze mit Rücksicht auf die Mauerfeuchtigkeit. Ein neues mechanisches

Sortierverfahren. Aehnlichkeitstheorie der Wärmeaustauschapparate. Rad-satz-Spurkranz-Schweissanlage. Pathologisches Institut und Kapelle des Kantospitals Lausanne. Die Festigkeit von Eis. — Nekrologe: Eduard Von der Mühl. — Wettbewerbe: Bezirksgebäude in Dielsdorf. — Literatur. Mitteilungen der Vereine. Vortrags-Kalender.

Band 123

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 13

Das Formänderungsproblem des querbelasteten Druckstabes

Von Prof. Dr. F. STÜSSI, E. T. H., Zürich

1. Bei querbelasteten schlanken Druckstäben, wie sie beispielsweise als Pylonen bei Hängebrücken oder als Stützen bei Hochbaubindern vorkommen, werden die Schnittmomente durch die elastischen Formänderungen vergrößert. Wir haben es hier mit einem Formänderungsproblem oder mit einem Spannungsproblem zweiter Ordnung zu tun. Der Zusammenhang zwischen den äussern Kräften und den Formänderungen wird dabei durch eine Differentialgleichung, meist zweiter Ordnung, beherrscht und in vielen Fällen ergibt sich eine einfache baupraktische Lösung dadurch, dass wir die Differentialgleichung in einen andern numerisch lösbaren Zusammenhang umsetzen. So habe ich beispielsweise gezeigt, dass die lineare inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung durch eine Analogie mit dem Seilpolygon, das ja den Zusammenhang zwischen einer Funktion y und ihrer zweiten Ableitung y'' (Belastung) darstellt, in ein dreigliedriges Gleichungssystem umgesetzt und damit numerisch gelöst werden kann¹⁾.

Einen ähnlichen Versuch unternimmt nun auch Ernst Amstutz unter dem reichlich vielversprechenden Titel «Graphische Statik der Formänderungsprobleme»²⁾. Man kann sich fragen, ob das vorgeschlagene Verfahren bei der bei solchen Problemen erforderlichen Rechnungsgenauigkeit überhaupt graphisch durchführbar ist. Man kann auch darüber diskutieren, ob es zweckmässig ist, ein neues Verfahren aufzustellen, das nur für Druckstäbe, nicht aber für das Formänderungsproblem des Zugstabes gültig ist, wenn bestehende Verfahren diesen Nachteil nicht besitzen. Man kann schliesslich auch darüber geteilter Meinung sein, ob es vorteilhaft ist, zur Untersuchung der Biegung eines geraden Stabes als Gleichnis den stark gekrümmten Stab beizuziehen; normalerweise wird man umgekehrt vorzugehen suchen und bei der Untersuchung komplizierter Probleme einfachere Systeme zu Gleichnissen benützen. Mit aller Entschiedenheit abzulehnen ist aber die von E. Amstutz in seiner Arbeit vertretene Auffassung, dass der Grad der statischen Unbestimmtheit von der Zahl der gegebenen äussern Lasten abhängig sei. E. Amstutz untersucht als Anwendungsbeispiel eine Hallenstütze mit zwei lotrechten Lasten und ist bei seinem Verfahren gezwungen, dabei zwei überzählige Grössen X_1 und X_2 einzuführen. Hätte die Stütze zehn lotrechte Lasten zu tragen, so wäre sie damit zehnfach statisch unbestimmt geworden.

2. Ich möchte nun im folgenden zeigen, dass wir solche Formänderungsprobleme direkt, nur mit den klassischen Mitteln der Baustatik, lösen können. Bei beliebig, d. h. komplizierter Längs- und Querbelastung und veränderlicher Steifigkeit, ist dieser Weg einfacher und übersichtlicher als der Umweg über eine Umsetzung der Differentialgleichung. Der Untersuchung soll der beliebig querbelastete Druckstab mit veränderlicher Längskraft zu Grunde gelegt werden; ist der Stab gezogen, so bedeutet dies nur eine Vorzeichenänderung.

In Abb. 1 ist ein unten eingespannter querbelasteter Druckstab skizziert. Wir legen ein Koordinatensystem x, y mit Ursprung in der ausgebogenen Stabspitze A; die wirklichen Ausbiegungen ergeben sich damit zu $y_B - y$. Durch diese Orientierung erreichen wir, dass die aufzustellenden Beziehungen ohne weiteres auch für den Fall der Abb. 2 gültig sind.

Wir greifen nun ein verformtes Stabstück $\Delta x_m = s_m$ zwischen den Knotenpunkten $m-1$ und m heraus (Abb. 3) und betrachten den Gleichgewichtszustand, wobei die äussern Lasten in die Knotenpunkte reduziert sein sollen. Am Knotenpunkt $m-1$ greifen das Moment M_{m-1} sowie die Querkräfte Q_{xm} und Q_{ym} , die die Resultierenden der äussern Lasten P_x , bzw. P_y , von A bis $m-1$ einschliesslich der Knotenlasten in $m-1$ bedeuten, an. Ausserdem sollen noch einzelne äussere Momente ΔM_m im Feld Δx_m unmittelbar rechts vom Knotenpunkt $m-1$ angreifend den Stab belasten. Eine Momentengleichgewichtsbedingung bezüglich m ergibt:

$$M_m = M_{m-1} + \Delta M_m + Q_{ym} \cdot \Delta x_m + Q_{xm} \cdot \Delta y_m \quad (1)$$

¹⁾ F. Stüssi, Baustatische Methoden. SBZ, Bd. 107, S. 277* 1936.

²⁾ E. Amstutz, Graphische Statik der Formänderungsprobleme. SBZ, Bd. 122, S. 37*, 24. Juli, 1943.

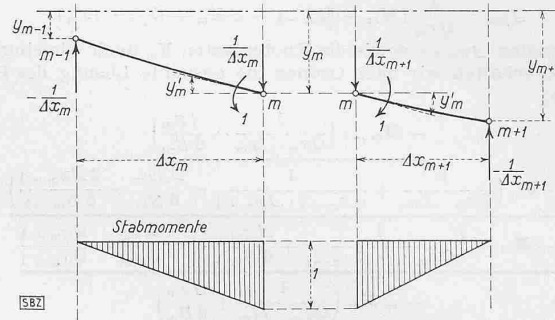


Abb. 4. Formänderungen, virtueller Belastungszustand

Um nun den gesuchten Zusammenhang mit den Ausbiegungen y zu finden, belasten wir (Abb. 4) nach den bekannten und vor allem von H. Müller-Breslau entwickelten klassischen Verfahren der Baustatik den Stab Δx_m in $m-1$ mit der virtuellen Belastung $\frac{1}{\Delta x_m}$ und bestimmen die dabei geleistete virtuelle Arbeit. Der Stabteil Δx_m muss dabei in m durch die Auflagerkraft $\frac{1}{\Delta x_m}$ und das Moment $\frac{1}{\Delta x_m} \cdot \Delta x_m = 1$ im Gleichgewicht gehalten werden; die virtuellen äussern Lasten leisten somit die virtuelle Arbeit

$$-\frac{1}{\Delta x_m} \cdot y_{m-1} + \frac{1}{\Delta x_m} \cdot y_m - 1 \cdot y'_m$$

Durch die virtuellen Stabmomente wird aber auch eine innere virtuelle Arbeit geleistet im Betrage

$$\frac{\Delta x_m}{6 B_m} (M_{m-1} + \Delta M_m + 2 M_m) = K'_m \quad (2a)$$

wenn wir einfachheitshalber wie üblich linearen Verlauf der Momente M und konstante Steifigkeit $B = EJ$ über das Feld Δx_m annehmen. Es bietet keine grundsätzliche Schwierigkeit, die wirkliche Verteilung von Momenten und Steifigkeit in der «Knotenlast» K'_m genauer zu berücksichtigen oder auch noch den Einfluss der Querkraftverformung einzubeziehen. Wir können jedoch hier und meist auch bei praktischen Anwendungen auf diese Verfeinerungen verzichten.

Setzen wir nun, weil ja Gleichgewicht besteht, innere und äussere Formänderungsarbeit einander gleich, so erhalten wir

$$\frac{1}{\Delta x_m} \cdot \Delta y_m - 1 \cdot y'_m = K'_m \quad (3a)$$

Um die Stabneigung y'_m zu eliminieren, führen wir die analoge

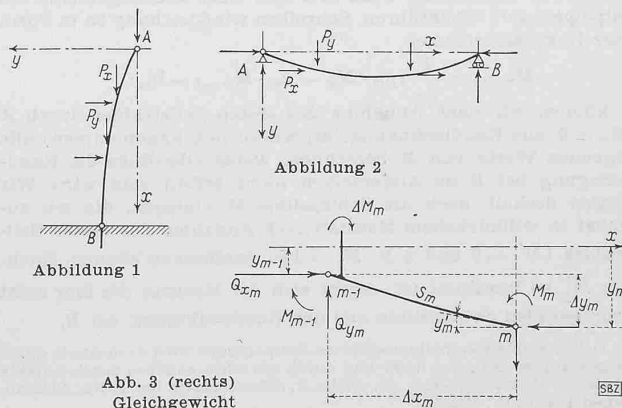


Abb. 3 (rechts) Gleichgewicht