

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 66 (1948)  
**Heft:** 31

**Artikel:** Strömungen durch Schaufelgitter  
**Autor:** Grossmann, K.H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-56771>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

starr verbunden werden. Das Dachgespärre wurde auf einen 70 cm hohen Pendel aufgelagert und kann so horizontal freispielen. Bild 23 zeigt das Windverbandlager bei der hinteren Windscheibe.

Die gesamte Stahlkonstruktion des Daches der Werft Kloten hat ein Gewicht von 50 kg/m<sup>2</sup> überdeckter Fläche.

### Strömungen durch Schaufelgitter

DK 621-135

Von Ing. K. H. GROSSMANN, Arbon

Nachfolgend ist von Untersuchungen von P. de Haller und W. Traupel die Rede, denen die gegenwärtige Entwicklung der Gasturbine erhöhte Wichtigkeit verleiht.

P. de Haller hat vor längerer Zeit im Institut für Aerodynamik der E. T. H. die Vorarbeiten des elektrolytischen Tanks zur Untersuchung von Potentialströmungen durch ein (gerades, feststehendes) Schaufelgitter durchgeführt und die beiden möglichen Verfahren unlängst bekannt gegeben<sup>1)</sup>. Man kann die elektrischen Potentiallinien entweder den hydrodynamischen Stromlinien oder den hydrodynamischen Potentiallinien entsprechen lassen. Auf die erste Art gelingt die mühsame elektrische Nachbildung jeder wirklichen, mit Zirkulation um die Schaufel verbundenen Potentialströmung, auf die zweite Art die ungleich bequemere Abbildung naturfremder Schaufelströmungen ohne Zirkulation. Gerade eine solche theoretische Strömung im elektrolytischen Tank zu erforschen, ist, wie de Haller hervorhebt, praktisch. In einer hervorragenden Arbeit<sup>2)</sup> hat W. Traupel nämlich gezeigt, dass es genügt, eine einzige Potentialströmung durch ein gegebenes Gitter zu kennen, um daraus die Strömung bei jedem andern Anströmwinkel berechnen zu können. Die bekannte Strömung braucht nicht physikalisch möglich zu sein. Mit dem elektrisch erworbenen Bild einer wenn auch unwirklichen Strömung ausgerüstet, verschafft man sich nach Traupels Vorgang das Bild der interessierenden wirklichen Strömung.

1. Von einem geraden Schaufelgitter werde ein *m* mal grösseres Abbild angefertigt. Die Gitterabmessungen seien in der Längeneinheit *L*, die Modelldimensionen in der Einheit *L*\* = *mL* gemessen, sodass entsprechende Strecken gleiche Masszahlen erhalten. So sei *t* zugleich die Masszahl der in der Einheit *L* gemessenen Gitterteilung, wie auch jene der Modellteilung, gemessen in *L*\*.

Das Modell jeder Schaufel sei ein zylindrischer Isolator vom Schaufelprofil; eine Reihe solcher Isolatoren wird in eine elektrolytische Schicht von der Dicke *h* (*L*\*) und dem spezifischen Widerstand  $\rho$  ( $\Omega L^*$ ) gestellt, senkrecht zur Pfeilrichtung *n*, Bild 1. Genügend weit ober- und unterhalb des Isolatorengitters ist der Elektrolyt durch zwei gleichfalls zu *n* senkrechte Leiter I, II abgeschlossen. Setzt man sie unter Spannung, so stellt sich zwischen ihnen eine ebene elektrische Strömung im Elektrolyten ein. Die Stromlinien treten senkrecht aus dem Leiter I aus, schlüpfen zwischen den Isolatoren durch und münden senkrecht in den Leiter II. Eine Ausnahme machen jene Stromlinien, die je einen Isolator in einem Punkt *a* treffen, sich dort in zwei dessen Umriss entlang laufende Aeste verzweigen und im Vereinigungspunkt *b* der beiden Aeste das Schaufelprofil wieder verlassen. In Bild 1 sind allein diese besonderen Stromlinien, und zwar jede doppelt, eingezeichnet. Seitlich denken man sich den Elektrolyten durch zwei stromlinienförmig gedachte, stückweise gerade ausgeführte Isolatoren begrenzt. Diese Stilisierung der Stromlinienform wird das Feld in genügendem Abstand von der Berandung nicht merklich stören.

Da die Zirkulation der elektrischen Feldstärke um jede geschlossene, beliebig im Elektrolyten verlaufende Kurve verschwindet, ist nach angelegter Spannung das elektrische Potential  $\Phi$  (Volt) im ganzen Elektrolyten eindeutig bestimmt und mittels Sonde, Wheatstone'scher Brücke und Nullspannungszeiger ausmessbar.

Längs der Leiter I und II hat die Feldstärke den merklich konstanten Wert

$$(1) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n^*} = \frac{\rho I}{h t}$$

<sup>1)</sup> Im «Bulletin Technique de la Suisse Romande» 1947, No. 3, inzwischen auch in der «Technischen Rundschau Sulzer» 1947, Nrn. 3/4.

<sup>2)</sup> Vortrag am VI. Internationalen Kongress für angewandte Mechanik, Paris 1946. — In das Manuskript der demnächst in der «Technischen Rundschau Sulzer» erscheinenden Arbeit hat mir Dr. Traupel freundlicherweise Einsicht gewährt.

Hierin ist *I* die auf die Modellteilung entfallende Stromstärke (Amp.). Das Zeichen \* erinnert daran, dass bei der Ableitung der Feldstärke aus  $\Phi$  die Modelleinheit *L*\* zu benutzen ist.

2. Eine sich den Schaufeln anschmiegende, als inkompressibel, quellen- und wirbelfrei angenommene Gasströmung vom Geschwindigkeitspotential  $\varphi$  (*L*<sup>2</sup>/s) durch das Gitter habe weit stromauf und -abwärts die Richtung *n*, so dass die Zirkulation um jede Schaufel Null ist. Die Geschwindigkeit sei dort *c* (*L*/s):

$$(2) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = c$$

Bei der Ableitung der Geschwindigkeit aus  $\varphi$  ist die Längeneinheit *L* zu benutzen.

In ähnlichen Koordinatensystemen erhalten entsprechende Punkte im Strömungsfeld und im Tank die nämlichen Koordinaten *x*, *y*. Der Vergleich von (1) mit (2) und der übrigen Randbedingungen zeigt, dass  $\varphi$  (*x*, *y*) den selben Bedingungen unterliegt wie  $k\Phi$  (*x*, *y*), wobei

$$k = \frac{h t c}{\rho I}$$

Mithin gilt für entsprechende Punkte

$$\varphi = k \Phi$$

Die so gefundene Potentialverteilung  $\varphi$  gestattet, in der Gitterebene ein Strömungsnetz zu entwerfen. Da *c* längs der Leiter I und II konstant ist, kann jeder Stromlinie der zugehörige Wert der Stromfunktion  $\psi$  (*L*<sup>2</sup>/s) ohne weiteres beigeschrieben werden. Die Gitterebene als komplexe Zahlenebene aufgefasst, ist damit das komplexe Potential  $W = \varphi + i\psi$  der in Bild 1 angedeuteten Strömung in jedem Punkt *z* des Strömungsfeldes ermittelt:

$$(3) \quad W = F(z)$$

3. Unsere Strömung ist physikalisch nicht realisierbar, da sie der Abflussbedingung nicht genügt, derzufolge der hintere Staupunkt *b* in die Schaufelspitze fallen muss. Das schadet nichts: Die von Traupel der erforschten partikulären Strömung zugewiesene Aufgabe ist einzig die, als Gerüst einer konformen Abbildung der unbegrenzt ausgehenden, durch die Schaufelprofile durchlöchernten, den Punkt  $\infty$  nicht enthaltenden *z*-Ebene (Gebiet *G*) auf ein jetzt zu beschreibendes Gebiet *G*\* zu dienen.

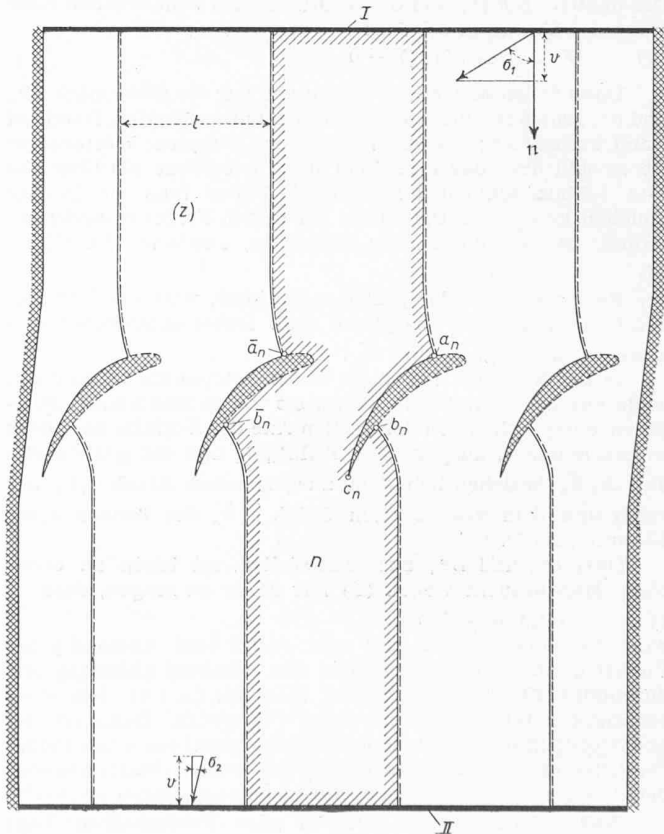
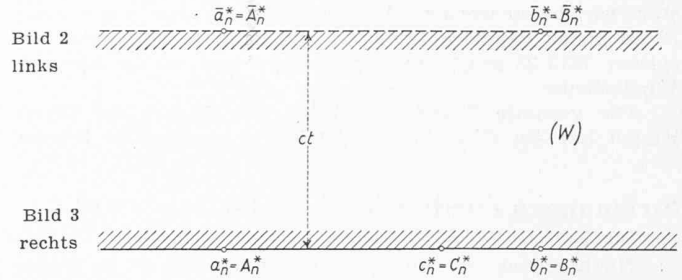
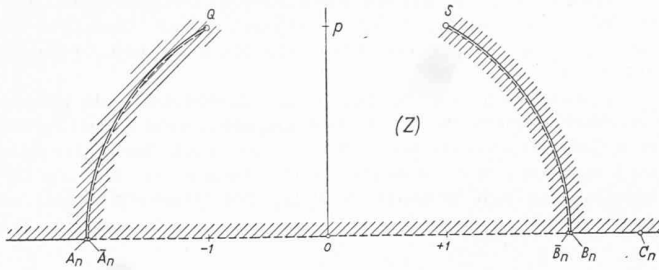


Bild 1



Während  $G$  sich aus den Feldern  $1, 2 \dots n \dots$  zusammensetzt, die zwischen je einer gestrichelten und einer ausgezogenen der in Bild 1 gezeichneten Stromlinien liegen, besteht das  $Z$ -Gebiet  $G^*$  aus einer Reihe von passend aufgeschlitzten und aneinandergehefteten Halbebenen  $1, 2 \dots n \dots$ , den oberen Hälften je eines Gauss'schen Zahlenblatts. Bild 2 gibt das  $n$ -te dieser Blätter wieder. Aus jeder Halbebene seien die Punkte  $Q: -1 + ip$  und  $S: +1 + ip$  ausgenommen, dagegen enthalte sie den Punkt  $\infty$ .

Auf jeder  $Z$ -Halbebene sei eine Strömung durch die folgenden Bedingungen bestimmt: a) Die reelle Achse ist Stromlinie. b) In  $Q$  befindet sich eine Quelle von der Quellstärke  $ct$ , in  $S$  eine Senke von der Quellstärke  $-ct$ . c) Im Unendlichen wird die Geschwindigkeit Null.

Für diese leicht zu berechnende Strömung ist der zur reellen Achse senkrechte Halbkreis durch  $Q$  und  $S$  Stromlinie. Schneidet man diesen Halbkreis beidseitig von den Schnittpunkten mit der reellen Achse bis zu  $Q$  und  $S$  auf, so ist auf der aufgeschlitzten Halbebene das komplexe Strömungspotential  $W$  eindeutig bestimmt:

$$(4) \quad W = G(Z)$$

Durch die Zuordnung (3) wird der  $n$ -te Streifen der  $Z$ -Ebene offenbar umkehrbar eindeutig auf den in Bild 3 skizzierten Streifen von der Breite  $ct$  der  $W$ -Ebene abgebildet. Die zur reellen Achse parallelen Ränder dieses Streifens sind die Bilder der beiden Ränder jenes Streifens.

Da auf dem  $Z$ -Blatt, Bild 2, die zu der ausgezogenen und die zu der gestrichelten Stromlinie gehörigen Werte der Stromfunktion sich um  $ct$  unterscheiden, bildet die Zuordnung (4) die aufgeschlitzte  $Z$ -Halbebene gleichfalls auf einen Streifen der  $W$ -Ebene von der Breite  $ct$  ab, dessen zur reellen Achse parallele Ränder die Bilder jener beiden Stromlinien sind. Die additiv in  $F(z)$  und  $G(Z)$  enthaltenen willkürlichen Konstanten wähle man so, dass

$$(5) \quad W(A_n) = W(a_n) = 0$$

Dann fallen in der  $W$ -Ebene nicht nur die Bildpunkte  $A_n^*$  und  $a_n^*$ , sondern auch die beiden genannten Streifen, Rand auf Rand, zusammen; der darin enthaltene komplexe Wertevorrat ist sowohl über das  $n$ -te Feld der Gitterebene als über das  $n$ -te  $Z$ -Blatt schlicht ausgebreitet. Indem man die Punkte gleichen komplexen Potentials der beiden Felder einander zuordnet, ist eine umkehrbar eindeutige, konforme Abbildung

(6)  $z = f(Z)$  der Felder aufeinander gestiftet-konform, weil die Funktionen  $F(z)$  und  $G(Z)$  analytisch sind. Dabei entsprechen einander  $a_n$  und  $A_n$ ,  $\bar{a}_n$  und  $\bar{A}_n$ .

In der  $W$ -Ebene liegen die beiden Bildpunkte  $b_n^*$  und  $B_n^*$  beide auf der reellen Achse. Wenn sie wie in Bild 3 zusammenfallen, entsprechen von der reellen Achse des  $Z$ -Blatts der durch  $\infty$  geschlossene, ausgezogene Teil  $A_n B_n$  und der gestrichelte Teil  $\bar{A}_n \bar{B}_n$  beziehentlich dem ausgezogenen Stück  $a_n b_n$  des einen und dem gestrichelten Stück  $\bar{a}_n \bar{b}_n$  des benachbarten Schaufelprofils.

Dass  $b_n^*$  und  $B_n^*$  zusammenfallen, ist leicht zu erreichen. Man braucht wegen (5) nur dafür zu sorgen, dass

(7)  $\varphi(B_n) = \varphi(b_n)$  wird. (5) vorausgesetzt, ist aber  $\varphi(B_n)$  vom Abstand  $p$  der Punkte  $Q$  und  $S$  von der reellen Achse monoton abhängig und durchläuft für  $0 < p < \infty$  das Intervall  $(\infty, 0)$ . Bei einer bestimmten Wahl von  $p$  ist daher (7) erfüllt. Dann ist der aus Profilmittelpunkten bestehende Berandungsteil des  $n$ -ten Feldes der Gitterebene auf die reelle Achse des  $n$ -ten  $Z$ -Blatts abgebildet, z.B. die Schaufelspitze  $c_n$  auf einen bestimmten Punkt  $C_n$ .

Was von dem  $n$ -ten, gilt von allen Felderpaaren. Legt man die  $Z$ -Blätter der Reihe nach aufeinander und klebt die

gestrichelten Ufer  $Q \bar{A}_n$  und  $\bar{B}_n S$  des  $n$ -ten an die ausgezogenen Ufer  $Q A_{n+1}$  und  $B_{n+1} S$ , so bewirkt die auf das so entstandene Gebiet  $G^*$  ausgedehnte Funktion (6) eine umkehrbar eindeutige, konforme Abbildung von  $G^*$  auf  $G$ , bei der die Schaufelprofile den reellen Axen der Blätter von  $G^*$  entsprechen. Wird in  $G$  eine zur Gitterachse parallele Gerade 1) unbenutzt stromaufwärts, 2) immer weiter stromabwärts verschoben, so zieht sich ihre Bildkurve 1) auf  $Q$ , 2) auf  $S$  zusammen.

4. Von jeder Potentialströmung durch das Gitter, auf  $G$ , entwirft unsere konforme Abbildung eine Potentialströmung auf  $G^*$ .  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  seien der An- und der Abströmwinkel, d.h. die Geschwindigkeit habe weit stromaufwärts die Komponenten  $v, v \operatorname{tg} \sigma_1$ , weit stromabwärts die Komponenten  $v, v \operatorname{tg} \sigma_2$ , Bild 1. Dann ist für die Bildströmung  $Q$  eine Wirbelquelle von der Quellstärke  $vt$  und der Wirbelstärke  $-vt \operatorname{tg} \sigma_1$ ,  $S$  eine Wirbelsenke von der Quellstärke  $-vt$  und der Wirbelstärke  $+vt \operatorname{tg} \sigma_2$ . Betrachten wir, auf dem  $n$ -ten  $Z$ -Blatt, das Bild der Strömung im  $n$ -ten Gitterfeld! Auf jedem  $Z$ -Blatt ist die reelle Achse als Bild von Profilstücken Stromlinie und der Punkt  $\infty$  Staupunkt. Dies deshalb, weil sonst der Potentialunterschied zwischen  $A_n$  und  $B_n$ , d.h. zwischen  $a_n$  und  $b_n$ , unendlich würde. Bei gegebenen Werten  $v, \sigma_1, \sigma_2$  ist die Bildströmung demnach ohne weiteres berechenbar. Gegeben sind aber nur  $v$  und der Anströmwinkel  $\sigma_1$ . Den Abströmwinkel  $\sigma_2$  liefert die Abflussbedingung, wonach  $c_n$  und daher auch  $C_n$  Verzweigungspunkte sind: Dass die Geschwindigkeit in  $C_n$  Null ist, äussert sich in einer Beziehung

$$F(\sigma_1, \sigma_2) = 0,$$

aus der sich  $\sigma_2$  in Funktion von  $\sigma_1$ , und damit das komplexe Potentialfeld auf dem  $Z$ -Blatt ergibt. Indem man das in einem generellen Punkt  $Z$  berechnete Potential dem  $Z$  gemäss (6) entsprechenden Punkt  $z$  der Gitterebene erteilt, ist die Aufgabe, das einem beliebigen Anströmwinkel entspringende Potentialfeld zu ermitteln, gelöst.

### Kriegseinflüsse auf die belgische Elektrizitätswirtschaft

DK 621.311(493)

Nach einem Bericht von E. Wettreich, Brüssel, in «Elektrizitätsverwertung» Nr. 10 vom Januar 1948 entwickelte sich der Energieverbrauch in Belgien in den Jahren 1938 bis 1946 gemäss Bild 1. Von den vor dem Krieg bestehenden Produktionsanlagen sind auf Tabelle 1 einige Zahlen zusammengestellt. Zur eigenen Erzeugung kam ein Einfuhrüberschuss von rd. 60 Mio kWh, hauptsächlich aus Deutschland. 53 % der selbsterzeugten Energie stammte aus industrieeigenen Werken und nur 5 % aus Werken der öffentlichen Hand.

Bei der Invasion im Mai 1940 traten nur verhältnismässig geringfügige Schäden auf. In der Folge musste der Energiebezug sehr stark eingeschränkt werden,

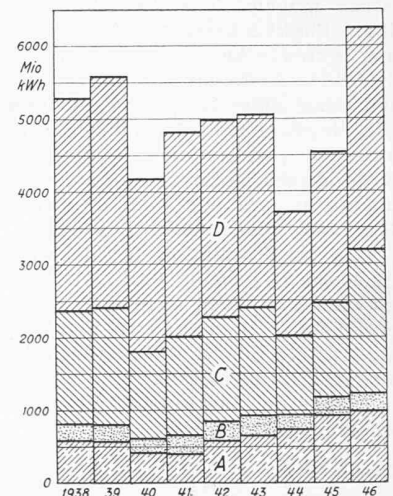


Bild 1. Elektrizitätsverbrauch in Belgien 1938 bis 1946. A Haushalt und Kleingewerbe B Verkehr C Industrie aus allgem. Versorgung D Industrie aus eigenen Werken