

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 67 (1949)  
**Heft:** 3: Zum Rücktritt von Schulrats-Präsident Rohn

**Artikel:** Ueber die Berechnung des elektrostatischen Feldes moderner Elektronenröhren  
**Autor:** Strutt, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-83979>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Literaturverzeichnis

- [1] F. Staub: Bedeutung und Anwendung von Frequenzweichen bei Ultrakurzwellen in Mehrkanalsystemen. Bulletin S. E. V. 39 (1938), Nr. 19, S. 627.
- [2] F. Staub: Eine Ultrakurzwellen-Frequenzweiche aus quasi-stationären Schwingtöpfen. Mitt. aus dem Institut für Hochfrequenztechnik E. T. H. No. 9, 1948, Verlag AG. Gebr. Leemann & Co. in Zürich.
- [3] R. Peter: Breitband-Richtstrahl-Antennen mit Anpass-Vierpolen für Ultrakurzwellen. Mitt. aus dem Institut für Hochfrequenztechnik E. T. H. No. 10, 1948, Verlag AG. Gebr. Leemann & Co., Zürich.
- [4] F. Staub: Kettenförmige Ultrakurzwellen-Bandfilter aus quasi-stationären Schwingtöpfen. Mitt. aus dem Institut für Hochfrequenztechnik E. T. H. No. 8, 1948, Verlag AG. Gebr. Leemann & Co., Zürich.
- [5] G. Fontanellaz: Ein Ultrakurzwellen-Vielkanal-Telephoniesystem mit Frequenzweiche. Diss. E. T. H., im Erscheinen begriffen.

Ueber die Berechnung des elektrostatischen Feldes moderner Elektronenröhren

Von Prof. Dr. M. STRUTT, Zürich

DK 621.385

I. Einleitung

Die Entwicklung der letzten Jahre auf dem Gebiete der Elektronenröhren für Verstärkerzwecke erfolgte in Richtung immer kleinerer Kathoden-Gitterabstände. Da aus mechanischen Gründen eine Verringerung der Gitterdrahtdurchmesser nur in beschränktem Masse möglich ist, wurden diese Durchmesser im Verhältnis zum obgenannten Abstand und zu demjenigen zwischen benachbarten Gitterdrähten immer grösser. Um dieser Situation Rechnung zu tragen, wurden die Ausdrücke für das Potential in der Umgebung der Gitterdrähte oft modifiziert, doch ist bis jetzt keine einfache Formel bekannt, die dieses Potential bei modernen Röhren mit genügender Genauigkeit zu berechnen gestattet. Die vorliegende Arbeit ist der Ableitung einer solchen Formel gewidmet.

II. Gleichungen des elektrostatischen Potentials

Wir betrachten eine Reihe von parallelen, leitenden Kreiszyklindern, Bild 1, deren Axen sich in gleichmässigem Abstand in einer Ebene befinden und die zwischen zwei parallelen Ebenen liegen. Auf der unteren Ebene muss das Potential gleich Null sein (Kathode) und auf der oberen Ebene (Anode) gleich  $V_a$ , auf den zylindrischen Oberflächen (Gitter) muss es gleich  $V_g$  sein.

Wenn der Gitterdrahtdurchmesser  $2c$  sehr klein ist gegenüber  $b_1$ ,  $2d$  und  $b_2$  lautet die bisher verwendete komplexe Potentialfunktion, die den obigen Randbedingungen genügt:

$$(1) \quad \Phi + j\psi = 2e \ln \frac{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d} + 2j\frac{b_1}{d}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d}\right)} - jE(x+jy) + Eb_1.$$

Hierbei bedeuten:  $j = \sqrt{-1}$  und  $\vartheta_1$  die Thetafunktion 1. Art mit dem Modul  $q = \exp. (-2\pi b/d)$ , wo  $b = b_1 + b_2$ . Der reelle Teil der Gl. (1) lautet:

$$(2) \quad \Phi = Eb_1 + Ey + 2e \ln \left| \frac{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d} + 2j\frac{b_1}{d}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d}\right)} \right|$$

Wenn  $y = -b_1$  ist, gilt

$$\left| \vartheta_1\left(\frac{x+jb_1}{d}\right) \right| = \left| \vartheta_1\left(\frac{x-jb_1}{d}\right) \right|$$

und somit ist das Potential auf der Kathode Null.

Die Bedingungen für das Potential auf der Anode und auf dem Gitter ergeben die Gleichungen:

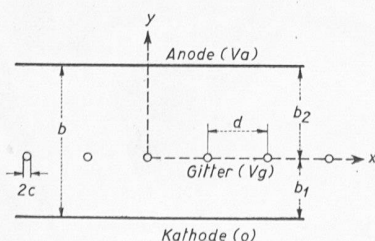


Bild 1

$$(3) \quad \begin{cases} E = \frac{1}{b_2} \frac{V_a \left(1 + \frac{\gamma}{b_1}\right) - V_g}{1 + \frac{\gamma}{b_1} + \frac{\gamma}{b_2}}; \\ e = -\frac{d}{4\pi} \frac{V_a - V_g \left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2}\right)}{1 + \frac{\gamma}{b_1} + \frac{\gamma}{b_2}}; \\ \gamma = \frac{d}{2\pi} \ln \frac{d}{2\pi c}. \end{cases}$$

Dabei sind die Voraussetzungen  $c \ll d, c \ll b_1, c \ll b_2$  wichtig für die Gültigkeit dieser Gleichungen. Als Beispiel wurde die Potentialfläche rund um einen Gitterzylinder aus den Gleichungen (2) und (3) für  $x=0, y=0$ , mit den Daten einer oben erwähnten Röhre berechnet:  $c/d=0,125, b_1/d=0,917, b_2/d=4,37, V_a=250 V$  und  $V_g=-2 V$ . Die graphische Darstellung ist durch die punktierte Kurve von Bild 2 gegeben. Der Vergleich mit dem Gitterzylinderumfang zeigt beträchtliche Abweichungen. Diese Näherung ist also für die meisten praktischen Zwecke zu grob.

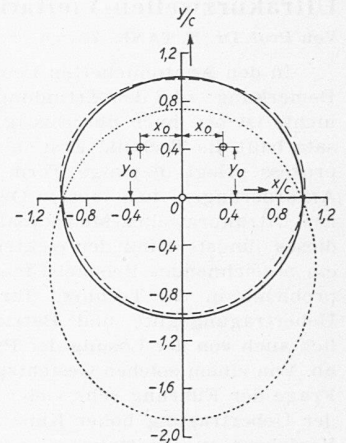


Bild 2

Aus Bild 2 ersehen wir, dass durch Einfügen einer zweiten Linienladung innerhalb jedes Zylinders eine bessere Näherung entsteht. Diese beiden Linienladungen sind dann symmetrisch in bezug auf einen Durchmesser anzuordnen. Im Falle von Bild 3 haben sie die Koordinaten  $x_0, y_0$  bzw.  $-x_0, y_0$ . Die beiden spezifischen Ladungen sind gleich gross und ihre Summe ist gleich der ursprünglichen, in der Zylinderaxe gelegenen Ladung. Eine ähnliche Rechnung wie oben führt auf die folgende komplexe Potentialfunktion:

$$\begin{aligned} \Phi + j\psi = e \ln & \frac{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d} + \frac{x_0}{d} + j\frac{2b_1+y_0}{d}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d} + \frac{x_0}{d} - j\frac{y_0}{d}\right)} \\ & + e \ln \frac{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d} - \frac{x_0}{d} + j\frac{2b_1+y_0}{d}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{x+jy}{d} - \frac{x_0}{d} - j\frac{y_0}{d}\right)} \\ & - jE(x+jy) + Eb_1 \end{aligned}$$

Der Modul der Thetafunktion beträgt wieder  $q = \exp. (-2\pi b/d)$ .

Für den reellen Teil des oben aufgeführten Ausdrucks ergibt sich:

$$(4) \quad \Phi = E(b_1 + y) + e \ln \left| \frac{\vartheta_1\left(\frac{x+x_0}{d} + j\frac{2b_1+y_0+y}{d}\right) \vartheta_1\left(\frac{x-x_0}{d} + j\frac{2b_1+y_0+y}{d}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{x+x_0}{d} + j\frac{y-y_0}{d}\right) \vartheta_1\left(\frac{x-x_0}{d} + j\frac{y-y_0}{d}\right)} \right|$$

Dieses Potential hat auf der Kathode ( $y = -b_1$ ) bereits den Wert Null. Es bleibt noch die Bestimmung der vier Konstanten  $E, e, x_0$  und  $y_0$ . Diese ergeben sich aus den folgenden Randbedingungen für das Potential: Das Potential muss auf der Anode  $V_a$  betragen. Die drei übrigen Bedingungen erlauben uns, das Potential an drei Punkten jeder Zylinderoberfläche anzugeben. Eine für praktische Zwecke gute Näherung ist  $V = V_g$  für die Punkte  $x=0, y=c; x=c, y=0$  und  $x=0, y=-c$ .

III. Ermittlung der Konstanten

Für die Anode gilt  $y = b_2$ . Damit ergibt sich nach Gleichung (4):

$$V_a = Eb + e \ln \left| \frac{\vartheta_1\left(\frac{x+x_0}{d} + j\frac{b}{d} + j\frac{b_1+y_0}{d}\right) \vartheta_1\left(\frac{x-x_0}{d} + j\frac{b}{d} + j\frac{b_1+y_0}{d}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{x+x_0}{d} + j\frac{b}{d} - j\frac{b_1+y_0}{d}\right) \vartheta_1\left(\frac{x-x_0}{d} + j\frac{b}{d} - j\frac{b_1+y_0}{d}\right)} \right|$$

oder, indem wir den Modul  $q = \exp. (-2\pi b/d)$  der Thetafunktionen einführen:

$$V_a = Eb + + e \ln \left| \frac{\exp. \left( \pi \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \vartheta_4 \left( \frac{x + y_0}{d} + j \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \exp. \left( \pi \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \vartheta_4 \left( \frac{x - x_0}{d} + j \frac{b_1 + y_0}{d} \right)}{\exp. \left( -\pi \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \vartheta_4 \left( \frac{x + x_0}{d} - j \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \exp. \left( -\pi \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \vartheta_4 \left( \frac{x - x_0}{d} - j \frac{b_1 + y_0}{d} \right)} \right|$$

Weil:  $\left| \vartheta_4 \left( \frac{x + x_0}{d} + j \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \right| = \left| \vartheta_4 \left( \frac{x + x_0}{d} - j \frac{b_1 + y_0}{d} \right) \right|$ ,

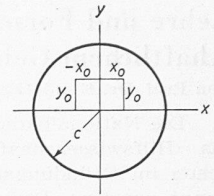


Bild 3

erhalten wir:

$$(5) \quad V_a = Eb + 4\pi e \frac{b_1 + y_0}{d}$$

Ziehen wir in Betracht, dass auf der Zylinderoberfläche  $\exp. (-2\pi b/d) = q \ll 1$  gilt, so können wir Gleichung (4) vereinfachen. Wir erhalten:

$$\Phi = E(b_1 + y) + e \ln \left| \frac{\sin \left( \pi \frac{x + x_0}{d} + j\pi \frac{2b_1 + y_0 + y}{d} \right) \sin \left( \pi \frac{x - x_0}{d} + j\pi \frac{2b_1 + y_0 + y}{d} \right)}{\sin \left( \pi \frac{x + x_0}{d} + j\pi \frac{y - y_0}{d} \right) \sin \left( \pi \frac{x - x_0}{d} + j\pi \frac{y - y_0}{d} \right)} \right|$$

$$+ e \ln \frac{\cosh 2\pi \frac{y_0}{d}}{\cosh 2\pi \frac{c + 2y_0}{d} - \cos 2\pi \frac{c}{d}}$$

Diese Gleichungen können näherungsweise dargestellt werden durch:

Diese Gleichung kann weiter vereinfacht werden und ergibt

$$(6) \quad \Phi = E(b_1 + y) + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0 + y}{d} - \frac{e}{2} \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{y - y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{x + x_0}{d} \right) - \frac{e}{2} \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{y - y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{x - x_0}{d} \right),$$

$$(7b) \quad V_g = E(b_1 + c) + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0 + c}{d} + 4\pi e \frac{\gamma}{d} + 2e \frac{y_0}{c};$$

$$(8b) \quad V_g = E(b_1 - c) + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0 - c}{d} + 4\pi e \frac{\gamma}{d} - 2e \frac{y_0}{c},$$

indem wir annehmen, dass

$$2 \cosh 2\pi \frac{2b_1 + y_0 + y}{d} \approx 2 \sinh 2\pi \frac{2b_1 + y_0 + y}{d} \approx \exp. \left( 2\pi \frac{2b_1 + y_0 + y}{d} \right) \gg 1.$$

Wir führen nun die Koordinaten der drei Punkte auf der Gitterdrahtoberfläche, welche oben erwähnt wurden, ein und erhalten:

$$(7) \quad V_g = E(b_1 + c) + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0 + c}{d} - e \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{c - y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{x_0}{d} \right);$$

$$(8) \quad V_g = E(b_1 - c) + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0 - c}{d} - e \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{c + y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{x_0}{d} \right);$$

$$(9) \quad V_g = Eb_1 + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0}{d} - \frac{e}{2} \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{c + x_0}{d} \right) - \frac{e}{2} \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{c - x_0}{d} \right).$$

Wenn wir Gl. (7) und (8) addieren, und das Ergebnis mit Gleichung (9) vergleichen, ergibt sich:

$$\ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{c - y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{x_0}{d} \right) + \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{c + y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{x_0}{d} \right) = \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{c + x_0}{d} \right) + \ln \left( 2 \cosh 2\pi \frac{y_0}{d} - 2 \cos 2\pi \frac{c - x_0}{d} \right),$$

oder

$$(10) \quad 2 \cosh 2\pi \frac{y_0}{d} \cos 2\pi \frac{x_0}{d} = \cosh 2\pi \frac{c}{d} + \cos 2\pi \frac{c}{d}.$$

Indem wir den Wert für  $\cos(2\pi x_0/d)$ , der aus dieser Gleichung folgt, in den Gleichungen (7) und (8) einführen, ergibt sich:

$$(7a) \quad V_g = E(b_1 + c) + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0 + c}{d} + e \ln \frac{\cosh 2\pi \frac{y_0}{d}}{\cosh 2\pi \frac{c - 2y_0}{d} - \cos 2\pi \frac{c}{d}};$$

$$(8a) \quad V_g = E(b_1 - c) + 2\pi e \frac{2b_1 + y_0 - c}{d} +$$

wo wiederum gilt:

$$\gamma = \frac{d}{2\pi} \ln \frac{d}{2\pi c}.$$

Wir können somit  $E$ ,  $e$  und  $y_0$  aus den Gleichungen (5), (7b) und (8b) berechnen, während  $x_0$  durch Gleichung (10) gegeben ist. Als Schlussresultat erhalten wir:

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} E &= \frac{1}{b_2} \frac{V_a \left( 1 + \frac{\gamma}{b_1} - \frac{b_2}{2a} \right) - V_g \left( 1 - \frac{b_2}{a} \right)}{1 - \frac{b}{2a} + \gamma \left( \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} - \frac{2}{a} \right)}; \\ e &= -\frac{d}{4\pi} \frac{V_a \left( \frac{1}{b_2} - \frac{1}{a} \right) - V_g \left( \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} - \frac{2}{a} \right)}{1 - \frac{b}{2a} + \gamma \left( \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} - \frac{2}{a} \right)}; \\ \frac{y_0}{\pi c} &= \frac{c}{d} \frac{\frac{V_a}{b_2} \left( 1 + \frac{2\gamma}{b_1} \right) + V_g \left( \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2} \right)}{V_a \left( \frac{1}{b_2} - \frac{1}{a} \right) - V_g \left( \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} - \frac{2}{a} \right)}; \\ \cos 2\pi \frac{x_0}{d} &= \frac{\cosh \frac{2\pi c}{d} + \cos \frac{2\pi c}{d}}{2 \cosh \frac{2\pi y_0}{d}}; \\ \gamma &= \frac{d}{2\pi} \ln \frac{d}{2\pi c}; \quad \frac{1}{a} = \frac{\pi c^2}{d} \frac{1}{b_1 b_2}. \end{aligned} \right.$$

Die Gleichungen (11) lassen folgende Schlüsse zu:

1. Ungefähr gilt:  $x_0 = y_0$  (vgl. Bild 3).
2. Ungefähr gilt:  $x_0/\pi c \approx y_0/\pi c \approx c/d$ .

3. Ungefähr gilt:  $E = V_a/b_2$  und  $e = -\frac{d}{4\pi} \frac{V_a}{b_2}$ .

4. Wenn  $V_a$  ändert, bleibt die Stellung der Linienladungen, bezogen auf einen Zylinderquerschnitt, ungefähr dieselbe. Ihre spezifische Ladung ist proportional zu  $V_a$ .

Wir haben Gleichungen (4) und (11) auf unser früheres Beispiel angewendet. Das Ergebnis der Berechnungen ist die in Bild 2 (als gestrichelt gezeichnete Kurve) dargestellte Potentialfläche. Diese fällt offensichtlich mit der Zylinderoberfläche nahezu zusammen. Beim Vergleich der Gleichungen (11) und (3) erkennen wir, dass  $E$  und  $e$  übereinstimmen, falls  $b_1 \ll a$  und  $b_2 \ll a$ , während  $x_0$  und  $y_0$  beide gegen Null gehen, falls  $c \ll d$ .

IV. Zusammenfassung

Die gelöste Aufgabe ist folgende: Das Potential soll auf einer Ebene (Kathode) gleich null sein, es soll auf einer parallelen Ebene (Anode) gleich  $V_a$  sein, und es soll auf einer Anzahl von parallelen Kreiszyklindern zwischen diesen Ebenen (Gitter) gleich  $V_g$  sein.

Indem auf jeden Gitterdraht an Stelle einer Linienladung, wie bisher, zwei Linienladungen an geeigneten Stellen betrachtet werden, ergibt sich für das Potential in der Umgebung der Gitterdrähte ein Ausdruck, der auch für Röhren mit sehr kleinen Elektrodenabständen auf der Oberfläche der Gitterdrähte konstant ist.