Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 84 (1966)
Heft: 48

Artikel: Zur Klassifikation von Kräften
Autor: Wehrli, Christoph / Ziegler, Hans
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-69037

[2] *Marguerre, K.:* Zur Theorie der gekrümmten Platte grosser Formänderung. Proc. 5th Internat. Congress of Applied Mechanics, Cambridge, Mass., 1938, p. 93ff.

[3] *Ashwell, D. G.:* Non linear Problems. Handbook of Engineering Mechanics (edited by W. Flügge), McGraw Hill Book Company, New York, 1962, p. 45-18.

[4] *Mushtari, Kh. M.* and *Galimov, K. Z.:* Nonlinear Theory of Thin Elastic Shells. English Translation by J. Morgenstern, J. J. Schorr-Kon and P. S. T. Staff, Monson, Jerusalem, 1961.

[5] *Collatz, L.:* Eigenwertprobleme und ihre numerische Behandlung. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1945.

[6] *Bryan, G. H.:* Stability of a Plane Plate under Thrusts in its own Plane. Proceedings of the London Mathematical Society, Vol. 22, 1891, p. 54.

[7] *Favre, H.:* Cours de Mécanique, T. III. Leemann, Zürich, 1949, p. 120.

Adresse de l'auteur: Prof. Dr. *Walter Schumann*, EPF, 8006 Zürich, Leonhardstrasse 33.

Zur Klassifikation von Kräften

DK 531.2

Von **Christoph Wehrli** und **Hans Ziegler**, ETH, Zürich

1. Einleitung

Um die Bewegungsdifferentialgleichungen eines mechanischen Systems mit endlichem Freiheitsgrad zu erhalten, das im folgenden als holonom und skleronom vorausgesetzt werden soll, verwendet man oft mit Vorteil die Lagrangeschen Gleichungen

$$(1.1)\qquad \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right)^{\cdot} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k .$$

Hier bedeuten die q_k ($k = 1, 2, \ldots, n$) die Lagekoordinaten, die $\dot{q}_k$ die verallgemeinerten Geschwindigkeiten; T ist die Bewegungsenergie, und die Q_k sind – sofern für lateinische Zeiger die Summationsregel verbindlich erklärt wird – die durch den Ausdruck

$$(1.2)\qquad \delta A = Q_k\, \delta q_k$$

für die virtuelle Arbeit definierten verallgemeinerten Kräfte.

Die Lagrangeschen Gleichungen eignen sich auch vorzüglich für das Studium der allgemeinen Eigenschaften des Systems, zum Beispiel seines Stabilitätsverhaltens. In diesem Zusammenhang erweist es sich als zweckmässig, die verallgemeinerten Kräfte zu klassifizieren[1]). Dabei handelt es sich darum, festzustellen, welche von ihnen (a) explizit von der Zeit abhängen und somit instationär sind, (b) Funktionen der verallgemeinerten Geschwindigkeiten bzw. (c) nur solche der Lagekoordinaten sind. Bei der Gruppe (b) interessiert sodann die Frage, welche Anteile bei wirklichen Bewegungen keine bzw. stets negative Arbeit leisten, d. h. gyroskopisch bzw. dissipativ sind. Davon hängt zum Beispiel, wie schon Lord Kelvin und Tait[2]) gezeigt haben, ihr Einfluss auf die Stabilität einer Gleichgewichtslage ab. Ähnlich ist es[3]) bei den verallgemeinerten Kräften der Gruppe (c), die sich von einem eindeutigen Potential ableiten lassen oder nicht und je nachdem als nichtzirkulatorisch oder als zirkulatorisch bezeichnet werden.

Die angedeutete Klassifikation bietet keine wesentlichen Schwierigkeiten bei linearen Systemen, d. h. dann, wenn die verallgemeinerten Kräfte Q_j in den q_k und den $\dot{q}_k$ linear sind. Scheidet man explizit von der Zeit abhängige Anteile sofort als instationäre verallgemeinerte Kräfte aus und misst man die q_k von der alsdann vorhandenen Gleichgewichtslage aus, so stellen sich die Q_j in der Form

$$(1.3)\qquad Q_j = -c_{jk}\, q_k - g_{jk}\, \dot{q}_k$$

dar, wobei die Koeffizienten c_{jk}, g_{jk} nunmehr konstant sind. Jede der beiden Matrizen (c_{jk}), (g_{jk}) kann eindeutig in einen symmetrischen Anteil (′) und einen antimetrischen (″) aufgespalten werden, und eine einfache Analyse der Leistung $Q_j \dot{q}_j$ zeigt[4]), dass die einzelnen Bestandteile verallgemeinerte Kräfte der folgenden Klassen darstellen:

(c'_{jk}): nichtzirkulatorische
(c''_{jk}): zirkulatorische
(g'_{jk}): dissipative (falls die Matrix positiv definit)
(g''_{jk}): gyroskopische.

Diese Zuordnung ist freilich nicht eindeutig umkehrbar. So müssen sich zwar nichtzirkulatorische verallgemeinerte Kräfte stets durch eine symmetrische Matrix (c'_{jk}) darstellen und gyroskopische stets durch eine antisymmetrische Matrix (g''_{jk}). Andernfalls hätten die ersten nämlich kein eindeutiges Potential, und die Leistung der letzten wäre nicht bei jeder wirklichen Bewegung null. Zirkulatorische verallgemeinerte Kräfte werden aber auch durch asymmetrische Matrizen (c_{jk}) dargestellt und können daher nichtzirkulatorische Anteile enthalten. Analog kann man aus der Asymmetrie einer Matrix (g_{jk}) mit positiv definitem symmetrischem Anteil nur auf dissipative verallgemeinerte Kräfte schliessen, denen noch gyroskopische beigemischt sein können.

Die Klassifikation der in den q_k, $\dot{q}_k$ linearen verallgemeinerten Kräfte Q_j bietet also offensichtlich keine Schwierigkeiten. Die Trennung der zu verschiedenen Klassen gehörenden verallgemeinerten Kräfte ist indessen nicht immer ganz einfach. Im Falle nichtlinearer Funktionen $Q_j(q_k, \dot{q}_k)$ treten weitere Komplikationen auf, und es stellt sich die Frage nach der Struktur der verallgemeinerten Kräfte, welche der einen oder anderen Klasse angehören. Als Beitrag zur Beantwortung dieser Frage soll im folgenden untersucht werden, in welcher Weise sich die im System wirkenden elementaren Kräfte, wenn sie dem einen oder anderen einfachen Typ angehören, in den verallgemeinerten Kräften reproduzieren.

2. Die verallgemeinerten Kräfte

Für die Herleitung der Lagrangeschen Gleichungen ist es üblich[5]), das System als Gesamtheit von Massenpunkten aufzufassen. Dieses Bild ist für Systeme, welche sich aus starren Körpern zusammensetzen, zulässig und zweckmässig und soll auch hier verwendet werden. Ferner sollen die im folgenden auftretenden Funktionen als stetig und, soweit dies nötig ist, auch als differentierbar vorausgesetzt werden.

Es sei m_μ ein typischer Massenpunkt und $\mathbf{r}_\mu = (x_\mu, y_\mu, z_\mu)$ sein Fahrstrahl in einem kartesischen Koordinatensystem. Da das System als skleronom vorausgesetzt wurde, ist der Fahrstrahl eine eindeutige Funktion

$$(2.1)\qquad \mathbf{r}_\mu = \mathbf{r}_\mu(q_k)$$

der Lagekoordinaten allein. Die allgemeinste zulässige Verschiebung des Systems wird durch einen Satz von Inkrementen δq_k der Lagekoordinaten beschrieben, und diese Inkremente sind im holonomen System voneinander unabhängig. Die virtuelle Verschiebung von m_μ ist nach (2.1)

$$(2.2)\qquad \delta \mathbf{r}_\mu = \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_k}\, \delta q_k .$$

Sind $\mathbf{K}_\mu$ die an den Massenpunkten m_μ wirkenden Kräfte einer bestimmten Klasse, so ist – wenn für griechische Zeiger die Summationsregel nicht verwendet wird – ihre virtuelle Arbeit für das ganze System

$$(2.3)\qquad \delta A = \sum_\mu \mathbf{K}_\mu\, \delta \mathbf{r}_\mu = \sum_\mu \mathbf{K}_\mu \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_k}\, \delta q_k .$$

Die zugehörigen verallgemeinerten Kräfte sind also nach (1.2) durch

$$(2.4)\qquad Q_j = \sum_\mu \mathbf{K}_\mu \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j}$$

gegeben.

Im allgemeinsten Fall sind die Elementarkräfte gemäss $\mathbf{K}_\mu(\mathbf{r}_\nu, \dot{\mathbf{r}}_\nu, t)$ von allen Fahrstrahlen, allen Geschwindigkeiten und der Zeit abhängig und damit insbesondere instationär. Es folgt dann aus (2.4), dass – von seltenen Ausnahmen abgesehen – auch die Q_j explizit von der Zeit abhängen.

[1]) Vgl. *H. Ziegler*, On the Concept of Elastic Stability, Advances in Applied Mechanics IV, Academic Press Inc., New York, N. Y., 1956, S. 366.

[2]) *Sir W. Thomson* and *P. G. Tait*, Treatise on Natural Philosophy, Neudruck unter dem Titel «Principles of Mechanics and Dynamics», Dover Publications, Inc., New York, N. Y., Bd. 1, S. 388.

[3]) *H. Ziegler*, loc. cit. S. 377.

[4]) *H. Ziegler*, loc. cit. S. 372.

[5]) Vgl. z. B. *E. T. Whittaker*, Analytische Dynamik der Punkte und starren Körper, übersetzt von F. und K. Mittelsten Scheid, Springer-Verlag, Berlin 1924, S. 37.

Die allgemeinsten stationären Elementarkräfte sind von der Gestalt $\mathbf{K}_\mu(\mathbf{r}_\nu, \dot{\mathbf{r}}_\nu)$ und damit lage- und geschwindigkeitsabhängig. Die Geschwindigkeiten lassen sich aber nach (2.1) in der Form

$$\dot{\mathbf{r}}_\mu = \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_k} \dot{q}_k , \tag{2.5}$$

d. h. als homogene lineare Funktionen der verallgemeinerten Geschwindigkeiten mit lageabhängigen Koeffizienten schreiben, und es folgt dann aus (2.4), dass im allgemeinen auch die Q_j vom Bewegungszustand abhängen.

Sind schliesslich die Elementarkräfte von der Gestalt $\mathbf{K}_\mu(\mathbf{r}_\nu)$ und somit nur lageabhängig, so trifft dies nach (2.4) auch für die Q_j zu.

3. Lageabhängige Kräfte

Sind die nur von der Lage abhängigen Elementarkräfte $\mathbf{K}_\mu(\mathbf{r}_\nu)$ nichtzirkulatorisch, also von der Form

$$\mathbf{K}_\mu = -\operatorname{grad}_\mu \varphi , \tag{3.1}$$

wobei $\varphi(\mathbf{r}_\nu)$ ein von allen Fahrstrahlen abhängiges eindeutiges Potential darstellt und sich der mit dem Zeiger μ versehene Gradient auf die Koordinaten von m_μ bezieht, so ist nach (2.4)

$$Q_j = -\sum_\mu \operatorname{grad}_\mu \varphi \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j} \tag{3.2}$$

oder

$$Q_j = -\sum_\mu \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial x_\mu}{\partial q_j} + \frac{\partial \varphi}{\partial y_\mu} \frac{\partial y_\mu}{\partial q_j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z_\mu} \frac{\partial z_\mu}{\partial q_j} \right). \tag{3.3}$$

Zufolge (2.1) sind die Koordinaten von m_μ eindeutige Funktionen der Lagekoordinaten. Die Q_j lassen sich also gemäss

$$Q_j = -\frac{\partial \Phi}{\partial q_j} \tag{3.4}$$

von einem eindeutigen Potential

$$\Phi(q_k) = \varphi(\mathbf{r}_\nu) \tag{3.5}$$

ableiten und sind damit ihrerseits nichtzirkulatorisch.

Das Resultat, aus dem übrigens für beliebige Zeiger $j, k = 1, \ldots, n$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial q_j} - \frac{\partial Q_j}{\partial q_k} = 0 \tag{3.6}$$

folgt, war zu erwarten, da die Gesamtarbeit der nichtzirkulatorischen Elementarkräfte bei einer beliebigen Bewegung des Systems nur von der Anfangs- und Endlage desselben abhängt. Das Ergebnis lässt sich indessen nicht ohne weiteres umkehren. Es ist durchaus denkbar, dass die $\mathbf{K}_\mu(\mathbf{r}_\nu)$ an sich, d. h. dann, wenn alle $\mathbf{r}_\nu$ frei sind, zirkulatorischen Charakter haben, aber bei den speziellen, mit den Bindungen des Systems verträglichen Bewegungen Arbeiten leisten, die nur von der Anfangs- und der Endlage abhängen. So können zum Beispiel die Angriffspunkte aller zirkulatorischen Kräfte fixiert sein, ohne dass damit das System unbeweglich zu sein braucht. Es folgt hieraus, dass zirkulatorische Elementarkräfte im allgemeinen, aber nicht unbedingt, zu zirkulatorischen verallgemeinerten Kräften Anlass geben.

Da die Fahrstrahlen der m_μ nur ausnahmsweise lineare Funktionen der q_k sind, entspricht einem linearen Zusammenhang $\mathbf{K}_\mu(\mathbf{r}_\nu)$ im allgemeinen ein nichtlinearer zwischen den q_k und den Q_j. Wenn aber die Q_j lineare Funktionen der q_k sind, gilt

$$Q_j = -C_{jk}\, q_k , \tag{3.7}$$

wobei die Matrix (C_{jk}) konstant ist. Die Analyse der Leistung

$$L = Q_j \dot{q}_j = -C_{jk}\, \dot{q}_j\, q_k \tag{3.8}$$

zeigt[6]) in diesem Fall, dass nichtzirkulatorische verallgemeinerte Kräfte und nur diese durch eine symmetrische Matrix (C_{jk}) dargestellt werden, mit der sich die potentielle Energie in der Form

$$\Phi(q_k) = \frac{1}{2} C_{jk}\, q_j\, q_k \tag{3.9}$$

schreibt.

[6]) Vgl. Fussnote 4, Seite 851.

4. Geschwindigkeitsabhängige Kräfte

Als gyroskopische Elementarkräfte kommen etwa Corioliskräfte (im bewegten Koordinatensystem) oder Lorentzkräfte (im elektromagnetischen Feld) in Frage. Sie sind normal zur Geschwindigkeit und möglicherweise ortsabhängig, lassen sich also allgemein mit einem orts- und geschwindigkeitsabhängigen Vektor $\boldsymbol{\omega}_\mu$ in der Form

$$\mathbf{K}_\mu = -\boldsymbol{\omega}_\mu(\mathbf{r}_\nu, \dot{\mathbf{r}}_\nu) \times \dot{\mathbf{r}}_\mu \tag{4.1}$$

ansetzen. Nach (2.4) und (2.5) geben sie zu verallgemeinerten Kräften der Gestalt

$$Q_j = -\sum_\mu (\boldsymbol{\omega} \times_\mu \dot{\mathbf{r}}_\mu) \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j} = -\sum_\mu \boldsymbol{\omega}_\mu \left(\frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_k} \times \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j} \right) \dot{q}_k \tag{4.2}$$

Anlass. Mit (2.1) und (2.5) gehen die $\boldsymbol{\omega}_\mu$ in (vektorielle) Funktionen $\boldsymbol{\Omega}(q_l, \dot{q}_m)$ der Lagekoordinaten und der verallgemeinerten Geschwindigkeiten über. Sodann sind die Vektorprodukte rechterhand in (4.2) Funktionen $\mathbf{f}_{\mu jk}(q_l)$ der Lagekoordinaten, wobei die Antimetriebedingung

$$\mathbf{f}_{\mu kj} = -\mathbf{f}_{\mu jk} \tag{4.3}$$

gilt. Somit lässt sich (4.2) auf die Form

$$Q_j = -\sum_\mu \boldsymbol{\Omega}_\mu(q_l, \dot{q}_m)\, \mathbf{f}_{\mu jk}(q_l)\, \dot{q}_k \tag{4.4}$$

bringen, und schliesslich kann man (4.4) mit

$$G_{jk}(q_l, \dot{q}_m) = \sum_\mu \boldsymbol{\Omega}_\mu(q_l, \dot{q}_m)\, \mathbf{f}_{\mu jk}(q_l) \tag{4.5}$$

in der Gestalt

$$Q_j = -G_{jk}(q_l, \dot{q}_m)\, \dot{q}_k \tag{4.6}$$

schreiben, wobei nach (4.3)

$$G_{kj} = -G_{jk} , \tag{4.7}$$

mithin die Matrix (G_{jk}) antimetrisch ist.

Wegen der Antimetrie von (G_{jk}) ist

$$L = Q_j \dot{q}_j = -G_{jk}\, \dot{q}_j\, \dot{q}_k = 0 , \tag{4.8}$$

die Leistung der Q_j also erwartungsgemäss null. Sind die Elementarkräfte (4.1) linear, d. h. die $\boldsymbol{\omega}_\mu$ und damit auch die $\boldsymbol{\Omega}_\mu$ konstant, so folgt aus (4.5), dass die G_{jk} Funktionen der q_k allein und somit vom Bewegungszustand unabhängig sind.

Als dissipative Elementarkräfte kommen solche in Frage, die den Geschwindigkeiten der einzelnen Massenpunkte oder auch ihren Geschwindigkeitsdifferenzen entgegengerichtet und möglicherweise auch ortsabhängig sind. Sie lassen sich – allenfalls unter Einbezug ruhender Massenpunkte m_ν – einzeln mit einem orts- und geschwindigkeitsabhängigen Skalar $\lambda_{\mu\nu}$ in der Form

$$-\lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}_\lambda, \dot{\mathbf{r}}_\lambda)(\dot{\mathbf{r}}_\mu - \dot{\mathbf{r}}_\nu) \tag{4.9}$$

und, am Massenpunkt m_μ zusammengefasst, in der Gestalt

$$\mathbf{K}_\mu = -\sum_\nu \lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}_\lambda, \dot{\mathbf{r}}_\lambda)(\dot{\mathbf{r}}_\mu - \dot{\mathbf{r}}_\nu) \tag{4.10}$$

schreiben. Dabei gilt nach dem Reaktionsprinzip

$$\lambda_{\nu\mu} = \lambda_{\mu\nu} \qquad \text{und ferner} \qquad \lambda_{\mu\nu} > 0 , \tag{4.11}$$

da die Leistung je zweier durch das Reaktionsprinzip verbundener Kräfte durch

$$\begin{aligned} -\lambda_{\mu\nu}(\dot{\mathbf{r}}_\mu - \dot{\mathbf{r}}_\nu)\, \dot{\mathbf{r}}_\mu - \lambda_{\mu\nu}(\dot{\mathbf{r}}_\nu - \dot{\mathbf{r}}_\mu)\, \dot{\mathbf{r}}_\nu &= \\ &= -\lambda_{\mu\nu}(\dot{\mathbf{r}}_\mu - \dot{\mathbf{r}}_\nu)^2 \end{aligned} \tag{4.12}$$

gegeben ist und negativ sein muss, sofern $\dot{\mathbf{r}}_\mu - \dot{\mathbf{r}}_\nu$ von null verschieden ist.

Nach (2.4) und (2.5) geben die Elementarkräfte (4.10) zu verallgemeinerten Kräften der Gestalt

$$\begin{aligned} Q_j = -\sum_{\mu,\nu} \lambda_{\mu\nu}(\dot{\mathbf{r}}_\mu - \dot{\mathbf{r}}_\nu) \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j} &= \\ = -\sum_{\mu,\nu} \lambda_{\mu\nu} &\left(\frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_k} - \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_k} \right) \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j}\, \dot{q}_k \end{aligned} \tag{4.13}$$

Anlass. Mit (2.1) und (2.5) gehen die $\lambda_{\mu\nu}$ in Funktionen $\Lambda_{\mu\nu}(q_l, \dot{q}_m)$ über, wobei nach (4.11)

$$(4.14) \qquad \Lambda_{\nu\mu} = \Lambda_{\mu\nu}, \qquad \Lambda_{\mu\nu} \geqq 0$$

und das Gleichheitszeichen in der letzten Beziehung mitzunehmen ist, weil für gewisse Werte der q_l, $\dot{q}_m$ die Differenzen $\dot{\mathbf{r}}_\mu - \dot{\mathbf{r}}_\nu$ null sein können. Es folgt hieraus, dass (4.13) in der Gestalt

$$(4.15) \qquad Q_j = -G_{jk}(q_l, \dot{q}_m)\, \dot{q}_k$$

geschrieben werden kann, wobei

$$(4.16) \qquad G_{jk}(q_l, \dot{q}_m) = \sum_{\mu,\nu} \Lambda_{\mu\nu}(q_l, \dot{q}_m) \left(\frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_k} - \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_k} \right) \frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j}$$

bzw.

$$(4.17) \qquad G_{jk}(q_l, \dot{q}_m) = \sum_{\mu<\nu} \Lambda_{\mu\nu}(q_l, \dot{q}_m) \times \left(\frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_k} - \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_k} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{r}_\mu}{\partial q_j} - \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_j} \right)$$

und

$$(4.18) \qquad G_{kj} = G_{jk},$$

die Matrix (G_{jk}) mithin symmetrisch ist.

Die Leistung der verallgemeinerten Kräfte ist

$$(4.19) \qquad L = Q_j\, \dot{q}_j = -G_{jk}\, \dot{q}_j\, \dot{q}_k .$$

Die Grösse $D = -L$ wird als Dissipationsleistung bezeichnet. Man überzeugt sich leicht davon, dass sie und mit ihr die Matrix (G_{jk}) in den $\dot{q}_k$ mindestens positiv semidefinit ist. Sind die Elementarkräfte (4.10) linear, d. h. die $\lambda_{\mu\nu}$ und damit auch die $\Lambda_{\mu\nu}$ konstant, so folgt aus (4.16), dass die G_{jk} Funktionen der q_k allein und somit vom Bewegungszustand unabhängig sind.

5. Diskussion

Man kann die Ergebnisse der Abschnitte 3 und 4 wie folgt zusammenfassen:

Bei den lageabhängigen Elementarkräften geben die nichtzirkulatorischen stets zu nichtzirkulatorischen verallgemeinerten Kräften Anlass. Zirkulatorische Elementarkräfte brauchen dagegen nicht unbedingt auf zirkulatorische verallgemeinerte Kräfte zu führen. Über die Form der Funktionen $Q_j(q_k)$ lässt sich allgemein nichts aussagen. Einzig dann, wenn diese Funktionen linear sind, schreiben sie sich mit einer konstanten Matrix (C_{jk}) in der Gestalt

$$(5.1) \qquad Q_j = -C_{jk}\, q_k ,$$

und zwar ist (C_{jk}) symmetrisch oder nicht, je nachdem die Q_j nichtzirkulatorisch oder zirkulatorisch sind.

Bei den geschwindigkeitsabhängigen Kräften führen die gyroskopischen, sofern sie von der Form (4.1) sind, stets auf verallgemeinerte Kräfte der Gestalt

$$(5.2) \qquad Q_j = -G_{jk}(q_l, \dot{q}_m)\, \dot{q}_k ,$$

wobei die Matrix (G_{jk}) antimetrisch ist. Dissipative Elementarkräfte der Form (4.9) führen ebenfalls auf (5.2), aber mit symmetrischer und in den $\dot{q}_k$ mindestens positiv semidefiniter Matrix (G_{jk}). Die verallgemeinerten Kräfte sind, falls sie nicht überhaupt verschwinden, im ersten Fall selbst gyroskopisch, im zweiten dissipativ. Es ist bemerkenswert, dass in jedem Fall die Form (5.2) erhalten wird und dass nur das Zusammenwirken von gyroskopischen und dissipativen Elementarkräften auf eine allgemein asymmetrische, d. h. aus einem symmetrischen und einem antimetrischen Anteil bestehende Matrix (G_{jk}) führt. Bei linearen Elementarkräften ist die Matrix (G_{jk}) nur lageabhängig, bei linearen verallgemeinerten Kräften konstant.

Für gewisse Problemkreise (z. B. in der Stabilitätstheorie oder in der Kontinuumsmechanik) ist die Umkehrung dieser Resultate von Interesse, d. h. der Schluss von den verallgemeinerten Kräften auf die im System wirkenden Elementarkräfte.

Sind die verallgemeinerten Kräfte nur lageabhängig, und ist die Bedingung

$$(5.3) \qquad \frac{\partial Q_k}{\partial q_j} - \frac{\partial Q_j}{\partial q_k} = 0$$

für alle Zeiger erfüllt, so besitzen die Q_j ein Potential und sind, falls dieses eindeutig ist, nichtzirkulatorisch. Wie in Abschnitt 3 gezeigt wurde, schliesst das die Anwesenheit zirkulatorischer Elementarkräfte nicht aus. Ist dagegen mindestens eine der Beziehungen (5.3) nicht erfüllt, so sind die Q_j zirkulatorisch. In diesem Fall kann mit Sicherheit auf das Vorhandensein zirkulatorischer Elementarkräfte geschlossen werden.

Bei den geschwindigkeitsabhängigen Kräften scheint die Lage insofern günstiger, als sich die Q_j, sofern sie von Elementarkräften der in Abschnitt 4 behandelten Typen herrühren, in der Form (5.2), d. h. mit Hilfe einer Matrix, darstellen lassen. Damit drängt sich die Vermutung auf, dass aus den Symmetrieeigenschaften dieser Matrix auf die Art der Elementarkräfte geschlossen werden könne.

Tatsächlich sind in bestimmten Fällen, z. B. bei linearem Zusammenhang zwischen den Q_j und den $\dot{q}_k$, d. h. bei konstanter Matrix (G_{jk}), gewisse Schlüsse möglich. Ist (G_{jk}) symmetrisch und positiv definit, so sind dissipative Elementarkräfte, aber keine gyroskopischen vorhanden. Ist umgekehrt (G_{jk}) antimetrisch, so muss auf die Anwesenheit gyroskopischer Elementarkräfte geschlossen werden; daneben können aber auch dissipative vorhanden sein, die zufolge der Bindungen des Systems keine Arbeit leisten.

Ähnliche Schlüsse sind in gewissen Fällen mit nichtlinearen Q_j möglich. Werden die G_{jk} nicht durch ganzrationale Darstellungen in den $\dot{q}_m$ mit allfällig noch von q_m abhängigen Koeffizienten beschrieben, so lassen sich die Q_j nur auf eine Art in der Form (5.2) schreiben, so dass die G_{jk} eindeutig bestimmt sind. Im Hinblick auf die Entwicklung nach Potenzen ist aber gerade der Fall, dass die G_{jk} ganzrationale Funktionen der $\dot{q}_m$ sind, der praktisch weitaus wichtigste, und hier ist die Lage vom rein mathematischen Standpunkt aus hoffnungslos. In diesem Fall ist nämlich die Darstellung (5.2) i. a. nicht eindeutig, und es lassen sich sogar Beispiele dafür angeben, dass die gleichen Q_j sowohl durch eine symmetrische wie eine asymmetrische und sogar durch eine antimetrische Matrix (G_{jk}) beschrieben werden. Man überzeugt sich beispielsweise leicht davon, dass die Darstellung

$$(5.4) \quad \left\{ \begin{aligned} Q_1 &= 2(\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_1\dot{q}_3)\,\dot{q}_1 - (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2)\,\dot{q}_2 - (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_3^2)\,\dot{q}_3 , \\ Q_2 &= -(\dot{q}_2^2 + \dot{q}_1^2)\,\dot{q}_1 + 2(\dot{q}_2\dot{q}_3 + \dot{q}_2\dot{q}_1)\,\dot{q}_2 - (\dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2)\,\dot{q}_3 , \\ Q_3 &= -(\dot{q}_3^2 + \dot{q}_1^2)\,\dot{q}_1 - (\dot{q}_3^2 + \dot{q}_2^2)\,\dot{q}_2 + 2(\dot{q}_3\dot{q}_1 + \dot{q}_3\dot{q}_2)\,\dot{q}_3 \end{aligned} \right.$$

mit

$$(5.5) \quad \left\{ \begin{aligned} Q_1 &= (\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_1\dot{q}_3)\,\dot{q}_1 - (\dot{q}_2^2)\,\dot{q}_2 - (\dot{q}_3^2)\,\dot{q}_3 , \\ Q_2 &= -(\dot{q}_1^2)\,\dot{q}_1 + (\dot{q}_2\dot{q}_3 + \dot{q}_2\dot{q}_1)\,\dot{q}_2 - (\dot{q}_3^2)\,\dot{q}_3 , \\ Q_3 &= -(\dot{q}_1^2)\,\dot{q}_1 - (\dot{q}_2^2)\,\dot{q}_2 + (\dot{q}_3\dot{q}_1 + \dot{q}_3\dot{q}_2)\,\dot{q}_3 \end{aligned} \right.$$

und sogar mit

$$(5.6) \quad \left\{ \begin{aligned} Q_1 &= (\dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2)\,\dot{q}_2 + (\dot{q}_1^2 - \dot{q}_3^2)\,\dot{q}_3 , \\ Q_2 &= (\dot{q}_2^2 - \dot{q}_1^2)\,\dot{q}_1 + (\dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2)\,\dot{q}_3 , \\ Q_3 &= (\dot{q}_3^2 - \dot{q}_1^2)\,\dot{q}_1 + (\dot{q}_3^2 - \dot{q}_2^2)\,\dot{q}_2 \end{aligned} \right.$$

gleichwertig ist.

Da sich die Q_j in diesem Beispiel mit Hilfe einer antimetrischen Matrix darstellen lassen, ist die Dissipationsleistung null. Ist sie von null verschieden, so gibt es keine Darstellung mit antimetrischer Matrix. Man kann aber für diesen Fall Beispiele angeben, in denen die Matrix ebensogut symmetrisch wie asymmetrisch sein kann. So lassen sich etwa die verallgemeinerten Kräfte

$$
(5.7)\quad \begin{cases} Q_1 = -(q_2^2)\,\dot q_1 + (q_1 q_2)\,\dot q_2\,, \\ Q_2 = (q_2 q_1)\,\dot q_1 - 2\,(q_1^2)\,\dot q_2 \end{cases}
$$

auch in der Gestalt

$$
(5.8)\quad \begin{cases} Q_1 = \quad -2\,(q_2^2)\,\dot q_1 + 2\,(q_1 q_2)\,\dot q_2\,, \\ Q_2 = -2\,(q_2 q_1)\,\dot q_1 \quad + (q_1^2)\,\dot q_2 \end{cases}
$$

darstellen. Die Dissipationsleistung ist hier

$$
(5.9)\quad D = -Q_j\,\dot q_j = \dot q_1^2\,q_2^2
$$

und somit positiv definit.

Es können leicht auch Beispiele angegeben werden, bei denen mehrere Formen der Q_j mit symmetrischer oder antimetrischer Matrix möglich sind. So lassen sich beispielsweise die verallgemeinerten Kräfte (5.7) auch durch

$$
(5.10)\quad \begin{cases} Q_1 = -2\,(q_2^2)\,\dot q_1 + 2\,(q_1 q_2)\,\dot q_2\,, \\ Q_2 = 2\,(q_2 q_1)\,\dot q_1 \quad -3\,(q_1^2)\,\dot q_2 \end{cases}
$$

darstellen.

Es folgt aus diesen Überlegungen, dass sich auf rein mathematischem Weg aus der Struktur der Q_j allgemein nur spärliche Informationen hinsichtlich der Elementarkräfte gewinnen lassen. Tatsächlich ist die Situation indessen nicht so ungünstig, denn die physikalischen Konstanten, welche die Elementarkräfte charakterisieren, erscheinen wieder in den verallgemeinerten Kräften und werden damit vielfach auf ihre Herkunft hinweisen. Die zuletzt besprochenen Mehrdeutigkeiten in der Darstellung der Q_j vermögen sie freilich nicht zu beheben.

6. Ein Beispiel

Zur Illustration der vorangehenden Überlegungen sei zum Schluss ein Beispiel betrachtet. Bild 1 zeigt zwei starr miteinander verbunden gedachte Massenpunkte der Massen m und $2m$, die sich in der Ebene x, y bewegen. Als Lagekoordinaten des Systems sollen die Schwerpunktskoordinaten x, y und der Drehwinkel φ verwendet werden; die zugehörigen verallgemeinerten Kräfte sind dann die Komponenten X, Y und M der in S eingetragenen Dyname. Die Koordinaten der beiden Punktmassen drücken sich in der Form

$$
(6.1)\quad \begin{cases} x_1 = x - 2\,a\cos\varphi\,, & x_2 = x + a\cos\varphi\,, \\ y_1 = y - 2\,a\sin\varphi\,, & y_2 = y + a\sin\varphi \end{cases}
$$

in den Lagekoordinaten aus, und die Geschwindigkeitskomponenten sind

$$
(6.2)\quad \begin{cases} \dot x_1 = \dot x + 2\,a\sin\varphi\,\dot\varphi\,, & \dot x_2 = \dot x - a\sin\varphi\,\dot\varphi\,, \\ \dot y_1 = \dot y - 2\,a\cos\varphi\,\dot\varphi\,, & \dot y_2 = \dot y + a\cos\varphi\,\dot\varphi\,. \end{cases}
$$

Falls das Koordinatensystem mit der Winkelgeschwindigkeit ω gleichförmig rotiert, sind an den beiden Punktmassen Zentrifugalkräfte mit den Komponenten

$$
(6.3)\quad \begin{cases} Z_{1x} = m\,\omega^2\,x_1\,, & Z_{2x} = 2\,m\,\omega^2\,x_2\,, \\ Z_{1y} = m\,\omega^2\,y_1\,, & Z_{2y} = 2\,m\,\omega^2\,y_2 \end{cases}
$$

einzuführen. Drückt man ihre virtuelle Arbeit

$$
(6.4)\quad \delta A = Z_{1x}\,\delta x_1 + Z_{1y}\,\delta y_1 + Z_{2x}\,\delta x_2 + Z_{2y}\,\delta y_2
$$

mit Hilfe von (6.1) und (6.3) in den Lagekoordinaten aus, so erhält man als zugehörige verallgemeinerte Kräfte

$$
(6.5)\quad X_Z = 3\,m\,\omega^2\,x\,, \qquad Y_Z = 3\,m\,\omega^2\,y\,, \qquad M_Z = 0\,.
$$

Sie lassen sich mit Hilfe einer symmetrischen Koeffizientenmatrix C_{jk} schreiben, deren Elemente bis auf

$$
(6.6)\quad C_{xx} = C_{yy} = 3\,m\,\omega^2
$$

verschwinden. Ferner sind sie wie die Elementarkräfte (6.3) nichtzirkulatorisch und besitzen das Potential

$$
(6.7)\quad \Phi = -\frac{3}{2}\,m\,\omega^2\,(x^2 + y^2)\,.
$$

Analog erhält man, von den Corioliskräften

$$
(6.8)\quad \begin{cases} C_{1x} = 2\,m\,\omega\,\dot y_1\,, & C_{2x} = 4\,m\,\omega\,\dot y_2 \\ C_{1y} = -2\,m\,\omega\,\dot x_1\,, & C_{2y} = -4\,m\,\omega\,\dot x_2 \end{cases}
$$

ausgehend, die verallgemeinerten Kräfte

$$
(5.9)\quad X_c = 6\,m\,\omega\,\dot y\,, \qquad Y_c = -6\,m\,\omega\,\dot x\,, \qquad M_c = 0\,.
$$

Sie sind wie die Elementarkräfte gyroskopisch und werden durch eine antimetrische Matrix G_{jk} mit den nichtverschwindenden Elementen

$$
(6.10)\quad G_{xy} = -G_{yx} = 6\,m\,\omega
$$

beschrieben.

Greifen an den Punktmassen Dämpfungskräfte an, die den Geschwindigkeiten entgegengerichtet und ihren dritten Potenzen proportional sind, so kann man sie mit einer Konstanten λ in der Form

$$
(6.11)\quad \begin{cases} W_{1x} = -\lambda\,(\dot x_1^2 + \dot y_1^2)\,\dot x_1\,, & W_{2x} = -\lambda\,(\dot x_2^2 + \dot y_2^2)\,\dot x_2\,, \\ W_{1y} = -\lambda\,(\dot x_1^2 + \dot y_1^2)\,\dot y_1\,, & W_{2y} = -\lambda\,(\dot x_2^2 + \dot y_2^2)\,\dot y_2 \end{cases}
$$

darstellen. Für die zugehörigen verallgemeinerten Kräfte, die wie die Elementarkräfte dissipativ sind, ergibt sich eine symmetrische Matrix (G_{jk}) mit den Elementen

$$
(6.12)\quad \begin{cases} G_{xx} = G_{yy} = -\lambda\,[2\,(\dot x^2 + \dot y^2) + 2\,a\,(\dot x\sin\varphi - \dot y\cos\varphi)\,\dot\varphi + 5\,a^2\,\dot\varphi^2]\,, \\ G_{\varphi\varphi} = -\lambda\,a^2\,[5\,(\dot x^2 + \dot y^2) + 14\,a\,(\dot x\sin\varphi - \dot y\cos\varphi)\,\dot\varphi + 17\,a^2\,\dot\varphi^2]\,, \\ G_{xy} = 0\,, \\ G_{x\varphi} = -\lambda a\,[\dot x^2 + \dot y^2 + 10\,a\,(\dot x\sin\varphi - \dot y\cos\varphi)\,\dot\varphi + 7\,a^2\,\dot\varphi^2]\sin\varphi\,, \\ G_{y\varphi} = \lambda\,a\,[\dot x^2 + \dot y^2 + 10\,a\,(\dot x\sin\varphi - \dot y\cos\varphi)\,\dot\varphi + 7\,a^2\,\dot\varphi^2]\cos\varphi\,. \end{cases}
$$

Man überprüft leicht, dass die gleichen dissipativen Kräfte auch durch die symmetrische Matrix

$$
(6.13)\quad \begin{cases} \overline{G}_{xx} = -\lambda\,[2\,\dot x^2 + 2\,a\,(\dot x\sin\varphi - \dot y\cos\varphi + 5\,a\sin^2\varphi\,\dot\varphi)\,\dot\varphi]\,, \\ \overline{G}_{yy} = -\lambda\,[2\,\dot y^2 + 2\,a\,(\dot x\sin\varphi - \dot y\cos\varphi + 5\,a\cos^2\varphi\,\dot\varphi)\,\dot\varphi]\,, \\ \overline{G}_{\varphi\varphi} = -\lambda\,a^2\,[14\,a\,(\dot x\sin\varphi - \dot y\cos\varphi)\,\dot\varphi + 10\,(\dot x^2\sin^2\varphi + \dot y^2\cos^2\varphi) + 17\,a^2\,\dot\varphi^2]\,, \\ \overline{G}_{xy} = -2\,\lambda\,\dot x\,\dot y\,, \\ \overline{G}_{x\varphi} = -\lambda\,a\,[(\dot x^2 + \dot y^2 - 10\,a\cos\varphi\,\dot y\,\dot\varphi + 7\,a^2\,\dot\varphi^2)\sin\varphi + 5\,a\,\dot x\,\dot\varphi]\,, \\ \overline{G}_{y\varphi} = \quad \lambda\,a\,[(\dot x^2 + \dot y^2 + 10\,a\sin\varphi\,\dot x\,\dot\varphi + 7\,a^2\,\dot\varphi^2)\cos\varphi - 5\,a\,\dot y\,\dot\varphi] \end{cases}
$$

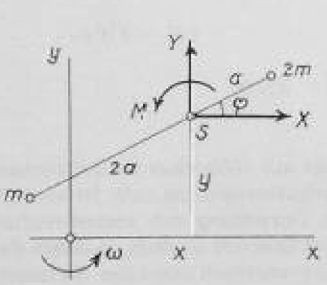

Bild 1

beschrieben werden. Ferner liesse sich (6.12) als Summe der symmetrischen Matrix

$$
(6.14) \quad \left\{ \begin{array}{ll}
G'_{xx} = G_{xx} + \lambda\,(\dot{y}^2 + a^2\,\dot{\varphi}^2)\,, & G'_{xy} = G_{xy} = 0\,, \\
G'_{yy} = G_{yy} - \lambda\,(\dot{x}^2 - a^2\,\dot{\varphi}^2)\,, & G'_{x\varphi} = G_{x\varphi}\,, \\
G'_{\varphi\varphi} = G_{\varphi\varphi} - \lambda\,a^2\,(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)\,, & G'_{y\varphi} = G_{y\varphi}
\end{array} \right.
$$

und der antimetrischen

$$
(6.15) \qquad G''_{xy} = -\lambda\,\dot{x}\,\dot{y}\,, \quad G''_{x\varphi} = -\lambda\,a^2\,\dot{x}\,\dot{\varphi}\,, \quad G''_{y\varphi} = -\lambda\,a^2\,\dot{y}\,\dot{\varphi}
$$

schreiben, von denen die letzte mit (6.10) vereinigt werden könnte. Das Auftreten der Dämpfungskonstanten λ in (6.15) verbietet aber die Interpretation der zugehörigen Terme als gyroskopische verallgemeinerte Kräfte.

Adresse der Verfasser: Prof. Dr. *Christoph Wehrli* und Prof. Dr. *Hans Ziegler*, ETH, 8006 Zürich, Leonhardstrasse 33.

Zur Frage der schweizerischen Binnenschiffahrt

DK 656.62

Am 29. Juli letzten Jahres (SBZ 1965, H. 30, S. 526) hat *E. Stambach*, dipl. Ing., hier einen Überblick über den damaligen Stand geboten. Die seitherigen Entwicklungen lassen es angebracht erscheinen, heute über den weiteren Verlauf der Dinge zu berichten, wobei wir uns zunächst auf den soeben im Druck erschienenen 46. Jahresbericht der **Sektion Ostschweiz des Schweiz. Rhone-Rhein-Schiffahrtsverbandes** stützen. Er wurde verfasst vom Präsidenten der Sektion, ebenfalls Ing. *E. Stambach*. Dieser knüpfte seine Betrachtungen an den hier bereits auf S. 526 des letzten Jahrganges charakterisierten Bericht des Bundesrates vom 11. Mai 1965 an. Wir zitieren auszugsweise wörtlich:

«Scharfe und ablehnende *Reaktionen gegen diesen Bericht* aus allen Landesteilen blieben nicht aus. Vorab wehrten sich die welschen Schiffahrtsfreunde und die Tessiner, aber auch aus der Ostschweiz wurden Stimmen laut, welche den Bericht des Bundesrates zurückwiesen. Auch auf kantonaler Ebene kam die Enttäuschung über die negative Haltung des Bundesrates der Schiffahrt gegenüber einhellig zum Ausdruck. Mit einem gemeinsamen Schreiben vom 9. August 1965 an den Bundesrat protestierten die Kantonsregierungen von Waadt, Genf, Freiburg, Wallis, Neuenburg und Tessin energisch. Auch die Regierung des Kantons Bern teilte der Landesbehörde am 5. Oktober 1965 mit, ihren Bericht nicht anerkennen zu können. Schliesslich erklärten in einem Schreiben vom 3. Februar 1966 die Regierungen der Kantone Glarus, Appenzell AR, Appenzell IR, St. Gallen, Graubünden und Thurgau ihre Solidarität mit den Kantonsbehörden der West- und der Südschweiz. Auch der Kanton Bern schloss sich dieser Kundgebung an. Damit haben sich 12 Kantonsregierungen eindeutig für den Ausbau unserer Wasserstrassen ausgesprochen. Ausserdem bestätigten aber auch die Handelskammern der Kantone Freiburg, Genf, Neuenburg, Waadt, Wallis, Appenzell beider Rhoden, Graubünden, St. Gallen, Thurgau und Tessin, dass der bundesrätliche Schiffahrtsbericht den zukünftigen wirtschaftlichen Erfordernissen nicht gerecht wird. Es darf nun wohl erwartet werden, dass unsere oberste Behörde sich diesen vielseitigen Voten nicht verschliesst und der weiteren Behandlung der Fragen der Binnenschiffahrt Objektivität zugrunde legt. In diesem Sinne lautet auch eine an der Generalversammlung der Transhelvetica AG am 30. März 1966 in Bern gefasste Resolution.

Die im Verhältnis zu den Baukosten für Bahn und Strasse geringen Aufwendungen zum Ausbau unserer Schiffahrtswege belasten den Steuerzahler weit weniger als bisher die Bahnen und neuerdings die Strassen, so dass die Schiffahrt, wie seit je erkannt, zu den vorteilhaftesten Verkehrsmitteln gehört. Ein *Blick ins Ausland* sollte die Schiffahrtsgegner mindestens nachdenklich stimmen. Frankreich verzeichnete von 1962 bis 1965 eine Zunahme der auf Binnengewässern transportierten Gütermengen um 30% auf 89 Mio t/Jahr. Gegenwärtig sind dort der Neubau oder Ausbau an folgenden Wasserstrassen im Gange: Mosel, Nord-Kanal (Paris–Schelde), Rhone, Grand Canal d'Alsace, Saône-Chalon und Rhone-Rhein-Kanal. In Deutschland laufen Ausbauten und Verlängerungen der Wasserwege in Norddeutschland und an der Verbindung Rhein–Main–Donau im Aufwand von etwa 3 Mrd. DM. Auch das oberitalienische Wasserstrassennetz vom Adriatischen Meer über das grosse Industriezentrum von Mailand hinaus bis zu den Alpenrandseen ist im Ausbau begriffen. Diese Tendenzen weisen eindrücklich darauf hin, dass die Binnenschiffahrt in allen uns umgebenden Ländern als wirtschaftlich interessantes und notwendiges Transport- und Verkehrsmittel betrachtet wird. Die Erfahrungen in diesen Ländern zeigten auch immer den starken und fördernden Einfluss der Binnenschiffahrt auf die Weiterentwicklung der von ihr berührten Landschaften.

Voraussetzung des Ausbaues unserer Wasserwege ist das Vorhandensein der Stauhaltungen in unseren Flüssen und damit die Erstellung von *Wasserkraftanlagen*. In letzter Zeit hat nun die schweizerische Energiepolitik neue Wege eingeschlagen. Es wird behauptet, dass die Energieerzeugung durch thermische und besonders durch atomare Kraftwerke wesentlich billiger zu stehen komme. Schon werden Stimmen laut, die den Bau von Wasserkraftanlagen für alle Zeiten als unwirtschaftlich bezeichnen. Die vorläufige Einstellung der Bauausführung des Rhein-Kraftwerkes Koblenz wird dabei als charakteristisches Beispiel erwähnt. Gleichzeitig stehen indessen an der Aare die Wasserkraftanlagen Flumenthal mit Regulierwehr als Glied der II. Juragewässerkorrektion und Neu-Bannwil im Bau. Es ist auch an dieser Stelle darauf hinzuweisen, dass bei der Beurteilung der Wirtschaftlichkeit eines Werkes sehr eingehend die mit diesem erzeugbare Energiequalität und der Bedarf im Absatzgebiet sowie seine besonderen Gegebenheiten untersucht werden müssen und dass im Wandel der Zeit diese Verhältnisse stark ändern können. Verallgemeinernde Kriterien sind dabei unzulässig. In Notzeiten, bei denen sich unsere Abhängigkeit vom Ausland geltend macht, wird sich zeigen, wie sehr wir auf die allseitige Ausnützung unserer naturgegebenen und unverlierbaren Wasserkräfte angewiesen sind.

Von der 1965 in die Schweiz importierten Gütermenge von 22,9 Mio t (3,7% mehr als 1964) liefen 7,34 Mio t (also über 32%) auf dem Wasserweg in den *Häfen beider Basel* ein. Zusammen mit den Export- und Transitmengen ergibt sich im vergangenen Jahr ein Totalumschlag in den Basler Hafenanlagen von 8,62 Mio t, also 15% mehr als im Jahre 1964. Dies bedeutet einen neuen Rekord. Bemerkenswert ist dabei die Verdoppelung der Exporttonnage (vor allem Maschinen) innert Jahresfrist.

Die nun im dritten Jahr bestehende und seit einem Jahr vollamtlich besetzte *Zentralstelle für die schweizerische Binnenschiffahrt* hat in ausserordentlich mannigfaltiger Kleinarbeit den Kontakt der verschiedenen Schiffahrtsverbände mit den Behörden geschaffen und befruchtet. Dadurch hat sich die positive Einstellung zur Binnenschiffahrt auch in den politischen Gremien der Kantone und des Bundes verbreitet. Die Zentralstelle hat sich ausserdem mit der Aufstellung eines in die Zukunft weisenden Transportplanes der Schweiz befasst und hinsichtlich der Binnenschiffahrt ein Programm mit folgenden Punkten aufgestellt:

1. Weiterführung der Hochrheinschiffahrt in einer ersten baulichen Etappe bis zur Aaremündung (Hafen Klingnau).
2. Offenhaltung der Schiffahrtsstrecken Hochrhein und Aare oberhalb der Aaremündung und Herbeiführung eines Grundsatzentscheides über die Verwirklichung der Binnenschiffahrt auf diesen Strecken im Rahmen einer Gesamtverkehrskonzeption auf lange Sicht. Ein solcher Entscheid ist notwendig im Hinblick auf die Landes-, Regional- und Ortsplanung sowie hinsichtlich der weiteren Verkehrsplanung.
3. Förderung der Bauplanung, der Kostenermittlung und der Prüfung der Kostenteilung zwischen Bund und Kantonen sowie der zwischenstaatlichen Verhandlungen.
4. Berücksichtigung berechtigter Anliegen des Gewässer-, Natur- und Heimatschutzes durch die Vorbereitung entsprechender Vorschriften und Verordnungen.»

Hinsichtlich der weiteren, mit Zahlen belegten Einzelheiten verweisen wir auf den 46. Jahresbericht, erhältlich bei der Geschäftsstelle, 8044 Zürich, Voltastrasse 69, Tel. (051) 47 00 36.

*

Am 15. Oktober 1966 hielt der **Nordostschweiz. Verband für Schiffahrt Rhein–Bodensee** in Herisau die Jahresversammlung ab. In seiner Eröffnungsansprache konnte der Präsident, Nationalrat