

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 88 (1970)  
**Heft:** 30: Dr. C. Seippel 70 Jahre, Zweites Sonderheft

**Artikel:** Berechnungsaufgaben bei der Entwicklung des Complex  
**Autor:** Zehnder, G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-84573>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

verwendet werden, deren Streckgrenze nicht mehr wesentlich gesteigert werden kann, sucht man eine grössere Austrittsfläche durch eine Absenkung der Läuferdrehzahl und durch geeignete Wahl des Endschaufelmaterials zu erreichen. Da bei derzeitigen Konstruktionen die Endschaufeln im Betrieb Spannungen in der sie tragenden Scheibe hervorruft, die bis zu 35% der Gesamtscheibenspannung ausmachen können, geht die Auswahl in Richtung festerer Schaufelwerkstoffe mit geringem spezifischen Gewicht. Hier steht eindeutig Titan als Werkstoff im Vordergrund.

In den vergangenen Jahren eroberten sich jedoch die Kunststoff-Verbundwerkstoffe neue Anwendungsgebiete. Dabei weisen vor allem die bor- und kohlenstoffadenverstärkten Kunststoffe Materialeigenschaften auf, die sich mit jenen eines hochvergüteten Stahles messen können. Die Kunststoffschaufel hat daher dann eine Anwendungschance am kalten Ende von Kraftwerksturbinen, wenn es gelingt, das hier sehr schwierige Erosionsproblem zu lösen. In Tabelle 2 sind

die Eigenschaften eines solchen in Frage kommenden Materials aufgeführt. Die in der Matrix eingebetteten Kohlenstoffäden haben einen Durchmesser von rund  $5 \cdot 10^{-3}$  mm. Die Bilder 12 und 13 zeigen derartige Fasern vor dem Einbringen in die Kunststoffmatrix und eine Bruchfläche durch einen Verbundstab.

Alle diese Anstrengungen haben das Ziel, auch künftige Grösstmaschinen so kompakt wie möglich zu bauen. Einwellenmaschinen von 2000 MW und mehr dürften in absehbarer Zukunft keine Utopie mehr sein.

#### Literaturverzeichnis

- [1] J. Montoya Garcia: Gekoppelte Biege- und Torsionsschwingungen. einer stark verwundenen Schaufel «Brown Boveri Mitt.» 53 (1966) 3.
- [2] F. Vogt: Über die Berechnung der Fundamentdeformation. Avhandling Utgitt av Det Norske Videnskaps Akademi, 1925
- [3] Gyarmathy G.: Grundlage einer Theorie der Nassdampfturbine. Mitteilung Nr. 6 aus dem Inst. für therm. Turbomaschinen ETH.
- [4] Brown Boveri Druckschrift 3340 D (1967)

## Berechnungsaufgaben bei der Entwicklung des Complex

DK 621.514:533.6.011

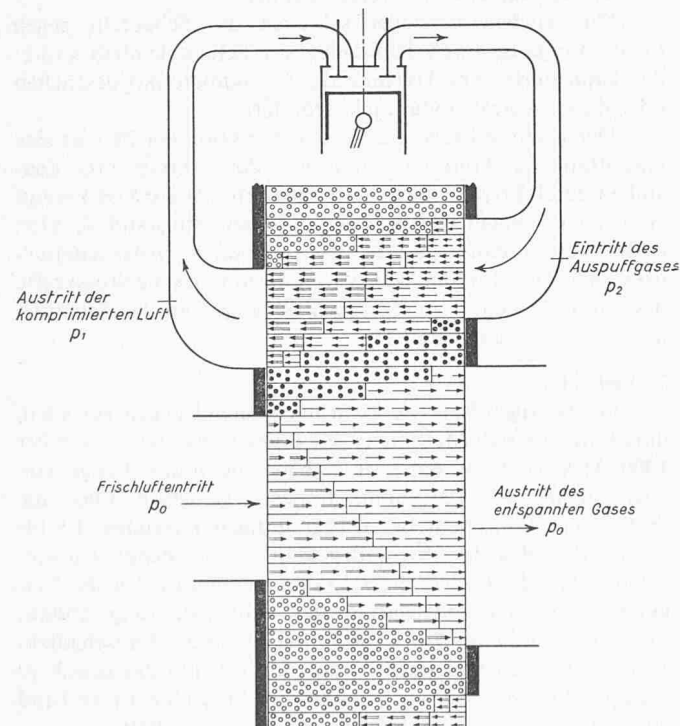
Von G. Zehnder, dipl. Ing. ETH

### 1. Berechnungsunterlagen als Voraussetzung der Complex-Entwicklung

Die Entwicklung der Druckwellenmaschine Complex anfangs der vierziger Jahre bei der AG Brown, Boveri & Cie., Baden, von C. Seippel begonnen, konnte sich zunächst noch nicht auf eine gut ausgebaute Theorie der instationären Rohrströmung stützen. Wohl waren die Grundlagen seit langem bekannt; es fehlte jedoch eine auf die Bedürfnisse des Ingenieurs abgestimmte Berechnungsmethode, die es erlaubt hätte, die gasdynamischen Vorgänge im einzelnen schrittweise zu verfolgen. Mit Hilfe einer angenäherten Berechnung der Laufzeiten der Druckwellen und der wichtigsten Verluste sowie dank einem ausserordentlichen intuitiven Verständnis für die teilweise recht komplizierten Vorgänge gelang in kurzer

Zeit die Konstruktion einer funktionsfähigen Maschine als Oberstufe einer Gasturbinenanlage [1].

Die Lösung neuer Probleme, die im Zusammenhang mit der Entwicklung einer als Aufladeaggregat geeigneten Druckwellenmaschine auftauchten, wurde erst ein Jahrzehnt später in Angriff genommen. In der Zwischenzeit waren die graphisch-numerischen Methoden der instationären Gasdynamik bereitgestellt worden (vgl. [2], [3], [4]) und gehörten bald zum Rüstzeug der an der Entwicklung des Complex beteiligten Ingenieure. Als sog. Skelettdiagramm dargestellt, gestattet die Charakteristiken-Methode eine rasche Orientierung über den Verlauf der wichtigsten Druckwellenzüge. Bild 1 wurde aufgrund eines solchen Skelettdiagramms gezeichnet und stellt den stark vereinfachten Fall des Auflade-Complex dar, bei dem die vom Motor gelieferten heissen Auspuffgase expandieren und atmosphärische Luft verdichten, welche dann dem Motor für den Ladungswechsel zuströmt. Die ausführliche Berechnung eines vollständigen Complex-Prozesses, bei welcher auch die Vorgänge des Öffnens und Schliessens der Zellen sowie die Reflexionen der Druckwellen an den Trennfronten zwischen heissen Gasen und kalter Luft berücksichtigt werden sollen, stellt allerdings eine sehr zeitraubende Aufgabe dar [5]. Solange die Lösung eines einzelnen Beispiels monatelanger Arbeit bedurfte, konnten derartige Aufgaben praktisch nur in sehr wenigen Fällen durchgeführt werden. Systematische Untersuchungen wurden durch die Programmierung für einen schnellen Digitalrechner möglich. In der Zwischenzeit war als weitere Ergänzung der Vorausberechnung des Complex-Prozesses die von C. Seippel und G. Darrieux begonnene Abschätzung der Einzelverluste bei Brown Boveri und an der ETH [6] weitergeführt worden.



- Luft in Ruhe, Aussendruck  $p_0$
- Teilweise expand. Auspuffgas in Ruhe
- ⇒ Luft in Bewegung
- ⇐ Komprimiertes Auspuffgas in Bewegung
- ⇐ Komprimierte Luft in Bewegung
- Entspanntes Auspuffgas in Bewegung

Bild 1. Druckwellen- und Strömungsvorgänge im Complex-Zellenrad, dargestellt in der Abwicklung des Zellenrads

### 2. Berechnung der eindimensionalen instationären Gasströmung in der Complex-Zelle

Die Grundgleichungen der eindimensionalen instationären Gasströmung lassen sich in folgender Form darstellen<sup>1)</sup>:

$$(1) \quad V_t + F_x = S$$

Dabei bedeutet  $V$  den Vektor der unbekanntenen Funktionen, dessen Komponenten für den Spezialfall des Rohres mit konstantem Querschnitt folgende Form haben:

<sup>1)</sup> Entsprechend der in der Gasdynamik üblichen Schreibweise bedeutet hier und im folgenden der Index die partielle Ableitung nach der entsprechenden Grösse.  
 $t$  = Zeit,  $x$  = Ortskoordinate,  $\rho$  = Dichte,  $w$  = Gasgeschwindigkeit,  $p$  = Druck,  $e$  = innere Energie,  $R$  = Gaskonstante,  $T$  = Temperatur

$$(2) \begin{cases} V_1 = \rho \\ V_2 = \rho w \\ V_3 = \rho(e + w^2/2) \end{cases}$$

F stellt den Vektor der folgenden Funktionen, gebildet aus den Komponenten von V dar<sup>2)</sup>:

$$(3) \begin{cases} F_1 = \rho w = V_2 \\ F_2 = \rho w^2 + p = V_2^2/V_1 + V_1 RT(e) \\ F_3 = \rho w(e + RT + w^2/2) = V_2 V_3/V_1 + V_2 RT(e) \end{cases}$$

Mit  $S = 0$  stellt das Gleichungssystem (1), (2), (3) die Massen-, Impuls- und Energiegleichungen ohne Berücksichtigung von Reibung und Wärmeaustausch dar. Um dieses System auf reibungsbehaftete Strömungen mit Impuls- und Energieaustausch zu erweitern, soll zunächst festgelegt werden, dass auch bei ausgebildeten Geschwindigkeits- und Temperaturprofilen nur Mittelwerte auf einer senkrecht zur Rohrachse stehenden Ebene betrachtet werden. Dabei soll für die Ableitung der Grundgleichungen ein mit der Strömung mitbewegtes Massenelement betrachtet werden, wobei vorausgesetzt wird, dass die Integrale der durch die zwei begrenzenden Kontrollflächen strömenden Massen verschwinden. Da entsprechende Flächen auch durch verschwindende Impuls- oder Energieintegrale definiert werden könnten, ist die hier verwendete Definition

<sup>2)</sup> Vorausgesetzt wird ein thermisch ideales Gas, das der Gleichung  $p = \rho RT$  gehorcht.

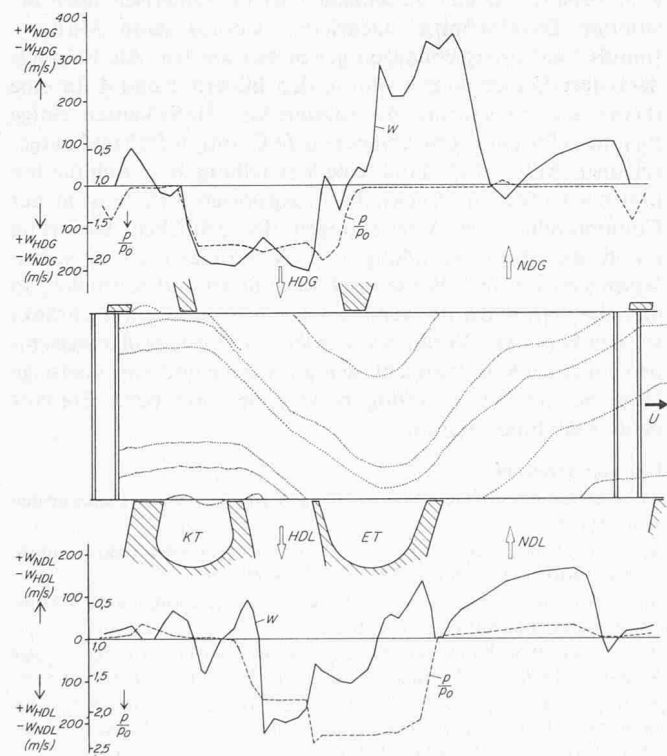


Bild 3. Umfangsgeschwindigkeit im Mittelkreis 63,4 m/s

Bilder 3 und 4. Bewegungsverlauf von Gas und Luft im Complex-Zellenrad. Zeitlicher Verlauf von Druck und Gaskeschwindigkeit an den beiden Zellenenden.

- U Drehrichtung des Zellenrotors
- HDG Hochdruck-Gaskanal
- NDG Niederdruck-Gaskanal
- HDL Hochdruck-Luftkanal
- KT Kompressions-Tasche
- ET Expansions-Tasche
- ..... Bahnlinien der Gasbewegung in der Zelle
- Gasgeschwindigkeit
- Druck

Die Abwicklungen in den Mittelstreifen der beiden Bilder stellen die Bewegungsverläufe einiger ausgewählter Gas- und Luftteilchen im Mittelzylinder des Rotors dar. Bei hoher Umfangsgeschwindigkeit erreicht das in die Zelle einströmende Gas das luftseitige Zellenende

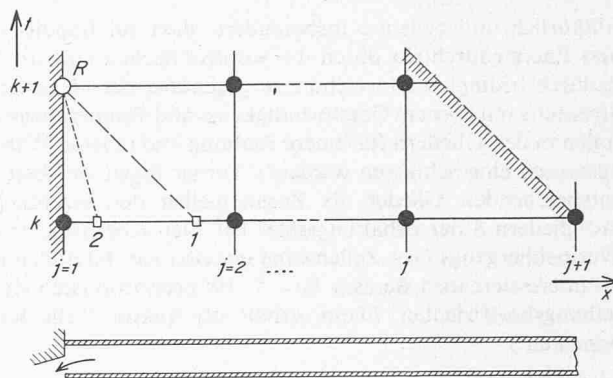


Bild 2. Gitternetz der numerischen Berechnung nach dem Differenzenschemaverfahren von Lax-Wendroff [4]. Zur Berechnung der gesuchten Funktionswerte  $V(j=1, k+1)$  sind für den Fall des Ausströmens aus der Zelle nach [4] die Verträglichkeitsbedingungen entlang der von 1 nach R führenden Störlinie sowie entlang der von 2 nach R führenden Teilchenbahn zu berücksichtigen. Der maximal zulässige Zeitschritt wird nach Courant-Friedrichs-Lewy durch

$$\Delta t \leq \Delta x / \text{Max}(|w| + a)$$

bestimmt ( $a$  Schallgeschwindigkeit).

$x$  Ortskoordinate,  $t$  Zeit

$j$  Laufindex der Gitterpunkte in  $x$ -Richtung

$k$  Laufindex der Gitterpunkte in  $t$ -Richtung

$R$  Randpunkt am linken Ende der zu berechnenden Zeile

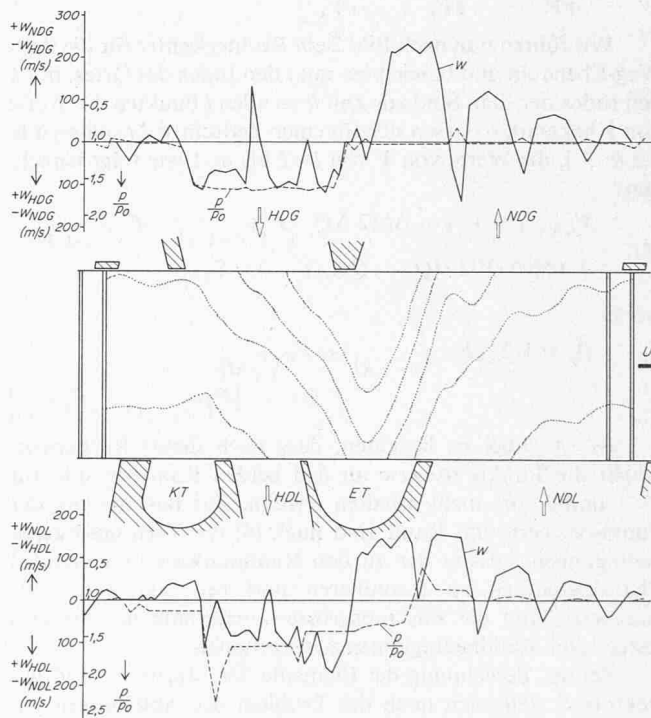


Bild 4. Umfangsgeschwindigkeit im Mittelkreis 24,2 m/s

nicht, da es vorher abgebremst wird und in Richtung Niederdruck-Gaskanal expandiert. Die Expansionstasche ET wird nur von Luft durchströmt. Der dabei umströmende Gasstrom ist, verglichen mit den Durchsätzen bei HDL und NDL, bescheiden. Bei kleiner Umfangsgeschwindigkeit des Rotors laufen die Druckwellen, bezogen auf die gleiche Statorperiode, wesentlich häufiger hin und her. Dadurch entstehen die periodisch abgesetzten Geschwindigkeitsfelder, wobei die normale Strömung beim Eintreffen einer Verdünnungswelle abgebremst wird oder gar eine kurze Rückströmzone auftritt. Die entsprechenden Felder zu beiden Seiten des Rotors sind je um die Wellenlaufzeit verschoben. Die Expansionstasche ET wird bei tiefer Rotordrehzahl vergleichsweise stark durchströmt, teilweise bereits von dem zu Beginn beim Öffnen der Zelle aus dem HDG-Kanal eingeströmten Gas.

willkürlich und bedeutet insbesondere, dass ein Impuls- und Energiedurchtritt durch die Kontrollflächen auftritt. Die dadurch bedingten Abweichungen gegenüber der idealisierten Strömung mit ebenem Geschwindigkeits- und Temperaturprofil sollen in den Gliedern für innere Reibung und inneren Wärmeaustausch eingeschlossen werden<sup>3)</sup>. Ferner fügen wir jetzt die entsprechenden Glieder als Zusatzquellen den eigentlichen Störgliedern  $S$  der Erhaltungssätze bei. Den Koeffizienten des Wärmeübergangs Gas-Zellenwand ersetzen wir durch den ihm im interessierenden Bereich  $Re > 5 \cdot 10^4$  proportionalen Rohrreibungskoeffizienten. Damit erhält der Vektor  $S$  die Komponenten<sup>4)</sup>

$$(4) \quad \begin{cases} S_1 = 0 \\ S_2 = -\xi/2 \cdot d_h \text{Sign}(V_2) V_2^2/V_1 + 4/3 \cdot \eta^* \cdot w_{xx} \\ S_3 = \xi/2 \cdot d_h |V_2| c_p (T_w - T) + \\ \quad + 4/3 \cdot \eta^* (w_x^2 + w_{xx}) + \lambda^* T_{xx} \end{cases}$$

Zur Lösung des Systems (1) nach dem Differenzschema-Verfahren von *Lax-Wendroff* (7) bilden wir die Matrix der Ableitungen von  $F$  nach  $V$ :

$$F_V = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial V_1} & \frac{\partial F_1}{\partial V_2} & \frac{\partial F_1}{\partial V_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial V_1} & \frac{\partial F_2}{\partial V_2} & \frac{\partial F_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial V_1} & \frac{\partial F_3}{\partial V_2} & \frac{\partial F_3}{\partial V_3} \end{bmatrix}$$

Wir führen nun nach Bild 2 ein Rechteckgitter für die Zeit-Weg-Ebene ein und bezeichnen mit  $j$  den Index des Ortes, mit  $k$  den Index der Zeit. Sind zur Zeit  $k$  an allen  $j$  Punkten die Werte von  $V$  bekannt, so lassen sich für einen Zeitschritt  $\Delta t$  später, d.h. für  $k+1$ , die Werte von  $V$  von  $j=2$  bis  $m-1$  wie folgt berechnen:

$$(5) \quad V_{j,k+1} = V_{j,k} - \Delta t/(2 \Delta x) \cdot [F(V_{j+1,k}) - F(V_{j-1,k})] + (\Delta t/\Delta x)^2/2 \cdot [Q_j - Q_{j-1}] + \Delta t \cdot S(V_{j,k})$$

wobei

$$(6) \quad Q_j = 1/2 \cdot [F_V(V_{j+1,k}) + F_V(V_{j,k})] \cdot [F(V_{j+1,k}) - F(V_{j,k})]$$

Es ist dabei zu beachten, dass nach dieser Rechenvorschrift die Funktionswerte an den beiden Rändern, d.h. für  $j=1$  und  $j=m$ , nicht erhalten werden. Zur Bestimmung der Funktionswerte am Rand sind nach [4] die Verträglichkeitsbedingungen entlang der zu den Randpunkten hinlaufenden Charakteristiken zu formulieren und mit den durch die Geometrie und die Zustandsgrößen ausserhalb des Systems festgelegten Randbedingungen zu verknüpfen.

Bei der Berechnung der Elemente der Matrix  $F_V$  und des Vektors  $S$  stellt sich noch das Problem der Ableitungen  $w_x$ ,

<sup>3)</sup> Zähigkeit und Wärmeleitkoeffizient werden deshalb formal mit  $\eta^*$  und  $\lambda^*$  bezeichnet.

<sup>4)</sup>  $\xi$  = Rohrreibungskoeffizient,  $d_h$  = hydraulischer Radius der Zelle,  $T_w$  = Rohrwandtemperatur,  $c_p$  = spezifische Wärme,  $\text{Sign}(V)$  = Vorzeichen von  $V$

$w_{xx}$ ,  $T_V$  und  $T_{xx}$ , wofür die folgenden Differenzenapproximationen verwendet werden können:

$$w_x \simeq \frac{w_{(j+1)} - w_{(j-1)}}{2 \Delta x} = 1/(2 \Delta x) \left\{ (V_2/V_1)_{j+1} - (V_2/V_1)_{j-1} \right\}$$

$$w_{xx} \simeq \frac{w_{(j+1)} - 2w_j + w_{(j-1)}}{\Delta x^2} = 1/\Delta x^2 \left\{ (V_2/V_1)_{j+1} - 2(V_2/V_1)_j + (V_2/V_1)_{j-1} \right\}$$

$$T_{xx} \simeq \frac{T_{(j+1)} - 2T_j + T_{(j-1)}}{\Delta x^2}$$

$$T_V = \frac{\partial T}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial V} \quad \text{wobei} \quad \frac{\partial T}{\partial e} \simeq \frac{T_{(j+1)} - T_{(j-1)}}{e_{(j+1)} - e_{(j-1)}}$$

während  $\partial e/\partial V$  sich analytisch darstellen lässt, da nach Gl. (2)

$$e = V_3/V_1 - V_2^2/(2V_1^2)$$

Ausgehend von einem zur Zeit  $t_0$  gegebenen Anfangszustand lässt sich damit  $V$  in jedem der über der Länge der Comprexzelle verteilten Punkte Zeitschritt für Zeitschritt berechnen. Ausserdem lassen sich die Komponenten von  $V$  zum Beispiel an den Zellenenden leicht numerisch über bestimmte Zeitabschnitte integrieren, woraus dann Massen-, Impuls- und Energiebilanzen gewonnen werden. Als Beispiele derartiger Berechnungen sind in den Bildern 3 und 4 für eine theoretisch untersuchte Anordnung von Statoranten einige Resultate für eine hohe und eine tiefe Comprexdrehzahl aufgezeichnet. Man erhält damit eine Vorstellung der durch die hin und her laufenden Druckwellen ausgelösten Strömung in der Comprexzelle. Die Auswirkungen der zeitlichen Steuerung durch die Statorausbildung und Änderungen an derselben lassen sich auf diese Weise rasch bestimmen und beurteilen, so dass die Anzahl der notwendigen Versuche stark eingeschränkt werden kann. Die Vorausberechnung von Druckwellenmaschinen hat einen Stand erreicht, der eine rasche und zweckmässige Hilfe bei der Verbesserung bestehender und beim Entwurf neuer Maschinen gestattet.

#### Literaturverzeichnis

- [1] *A. Meyer*: Recent Development in Gas Turbines. «Mech. Engineering» Vol. 69 (1947)
- [2] *M. Berchtold*: Zur Entwicklung der instationären Gasdynamik. «Schweizerische Bauzeitung» 79 (1961) 46, S. 801-809
- [3] *P. de Haller*: Über eine grafische Methode der Gasdynamik. «Technische Rundschau Sulzer» 1945, Nr. 1
- [4] *E. Jenny*: Berechnung und Modellversuche über Druckwellen grosser Amplitude in Auspuffleitungen. Diss. ETH, Basel 1949, Ameba-Druck
- [5] *W. Ruf*: Berechnungen und Versuche an Druckwellenmaschinen unter besonderer Berücksichtigung des Druckteilers und Injektors. Diss. ETH, Zürich 1967, Juris-Druck u. Verlag
- [6] *H. U. Hörler*: Abschätzung der Verluste in instationär-gasdynamischen Kanaltrommel-Druckaustauschern. Diss. ETH, Zürich 1969, Juris-Druck u. Verlag
- [7] *P. Lax, B. Wendroff*: System of Conservation Laws. «Comm. Pure and Applied Math.» 13 (1960), S. 217

## Beurteilung der Geräusentwicklung ungleichmässig geteilter Läufer von Druckwellenmaschinen mit Hilfe der Fourieranalyse

DK 621.438:534.322.001.2

Von **Alfred Wunsch**, dipl. Ing., Wettingen

### Einführung

Dr. h. c. *C. Seippel* verfolgte die Anwendung der gasdynamischen Druckwellenmaschine als Oberstufe für Gasturbinenprozesse [1]. Aufbauend auf die dabei gewonnenen wertvollen Erfahrungen, entwickelte die AG Brown, Boveri & Cie. später diese Maschinenart als Aufladeaggregat für

Dieselmotoren zum Antrieb von Strassenfahrzeugen [2]. Neben den Entwicklungsaufgaben, wie sie in [3] behandelt werden, gab es eine ganze Reihe von Problemen sekundärer Bedeutung zu bewältigen, nachdem die thermodynamische Wirkungsweise der Maschine befriedigt hatte. Eines dieser Probleme war die Geräusentwicklung des Gerätes. Da an Strassen-