

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 94 (1976)  
**Heft:** 27: SIA-Heft, 3/1976: Geschäftsbericht 1975 des SIA

**Artikel:** Kaplan­turbinen-Lauf­schau­fel­n: Un­ter­suchun­gen über  
Eigenschwingungen und strömungsbedingte Schwingungsanregungen  
**Autor:** Osterwalder, J. / Sonsino, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-73125>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SIA-Heft 3, 1976

## Kaplanturbinen-Laufschaukeln

### Untersuchungen über Eigenschwingungen und strömungsbedingte Schwingungsanregungen

Von J. Osterwalder und M. Sonsino, Darmstadt

DK 62-253.5

Der Beitrag befasst sich mit experimentellen Untersuchungen zur Ermittlung der Eigenschwingungen einer Modell-Kaplan-schaukel; insbesondere geht es dabei um die frequenzmindernde Wirkung der die Schaufel umgebenden Wassermasse. Ferner werden einige Fälle strömungsbedingter Schwingungsanregungen von Turbinenlaufschaukeln untersucht und entsprechende Frequenzen angegeben. Ein Nomogramm gestattet es, die Beziehungen zwischen den anregenden Frequenzen und den Eigenschwingungen für verschiedene Turbinen-Betriebsdaten und Abmessungen abzulesen. Es lässt sich damit ein eventuell bestehendes Risiko durch Resonanz abschätzen.

#### 1. Einleitung

Das Schwingungsverhalten hydraulischer Turbomaschinen stellt den Ingenieur vor ebenso interessante wie auch schwierige Aufgaben. Hydraulisch angeregte Schwingungen führen unter Umständen zu Materialschäden, deren Beseitigung nur mit erheblichem Aufwand möglich ist. Anlass dazu besteht, wenn rasche Druckschwankungen der Strömung entsprechende Kraftwirkungen auf die um- und durchströmten Bauelemente des betreffenden schwingungsfähigen Systems ausüben. Wirken diese Kräfte im Takte der Eigenfrequenz des Systems (Resonanz), so ist damit ein Risiko verbunden. Druckschwankungen können beispielsweise durch Ablösungen der Strömung, Profilfehler, Unstetigkeiten der Stromführungswege, Nachlaufströmungen, Wirbelstrassen, Kavitation usw. verursacht werden.

Da den Eigenschwingungen bei der Beurteilung der angesprochenen Probleme eine ausschlaggebende Bedeutung zukommt, stehen diese im Vordergrund der Betrachtungen. Die nachstehend beschriebenen experimentellen Untersuchungen erfolgten am Modell einer Kaplanturbinen-Laufschaukel, da die Laufschaukeln erfahrungsgemäss zu den gefährdeten Bauelementen gehören und daher von besonderem Interesse sind. Erwähnt sei noch, dass mathematische Lösungen zur Erfassung der Eigenschwingungen von Laufschaukeln im Wasser nicht bekannt sind. Die Versuche wurden im Rahmen einer vom Fachgebiet «Hydraulische Maschinen und Anlagen» der T. H. Darmstadt vergebenen Diplomarbeit durch Dipl.-Ing. Sonsino geführt.

#### 2. Messergebnisse und Diskussion

Die Messeinrichtung ist in den Bildern 1 und 2 dargestellt. Die aus einer Bronze-Legierung bestehende Schaufel wurde in einem Einspannfutter befestigt, dessen Masse rund 20mal grösser ist als die der Schaufel. Da die Einspannart und das Massenverhältnis die Grösse der Eigenschwingungen beeinflussen kann, wurde das diesbezügliche Verhalten durch Vergleichsmessungen bzw. durch Einspannen der Schaufel in die Backen einer Presse mit extrem grosser Masse kontrolliert. Es ergaben sich nur geringe Abweichungen der Eigenschwingungen.

Die gewählte Versuchsanordnung mit verhältnismässig grossem Wasserbecken gestattet es, die Eigenfrequenzen sowohl der von Luft als auch der von Wasser umgebenen Schaufel zu ermitteln. Die Untersuchungen mit Wasser erfolgten bei verschiedenen Eintauchtiefen  $h$  (Bild 3). Die Grundschwingungen sowie die Schwingungen bis zur fünften Ordnung wurden mittels eines frequenzgeneratorgesteuerten Schwingungserregers bestimmt (Bild 2).

Die Verläufe von Schaufelbeschleunigung und Schaufel-anregung stellten sich dabei am Elektronenstrahloszillosgraph als Lissajous-Figur dar. Jedesmal wenn diese Figur (im gegebenen Falle ein Kreis bzw. eine Ellipse) ihre volle Ausbildung

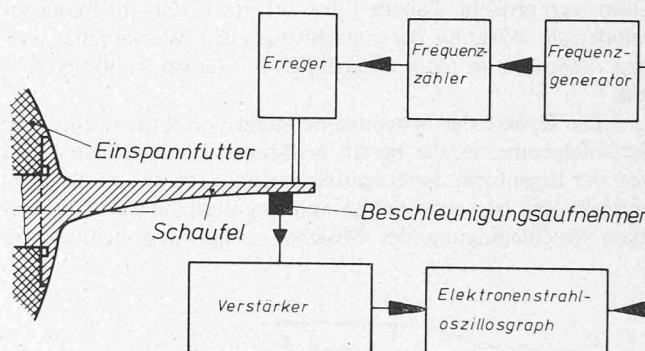
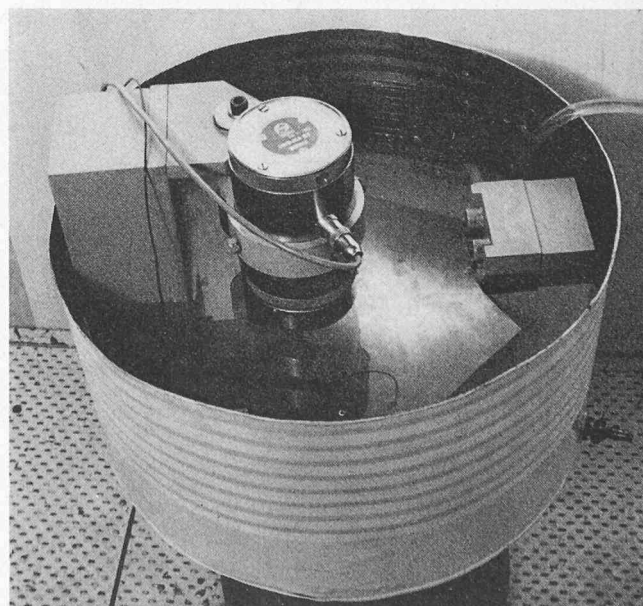


Bild 2. Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung zur Ermittlung der Modellschaukel-Eigenschwingungen

Bild 1. Versuchseinrichtung zur Ermittlung der Modellschaukel-Eigenschwingungen in Luft und Wasser



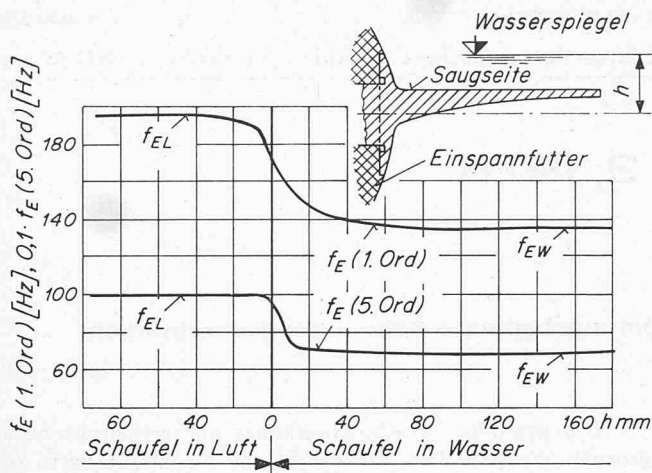


Bild 3. Beeinflussung der Eigenschwingungen 1. Ordnung und 5. Ordnung durch Veränderung der Eintauchtiefe  $h$

erreichte, betrug die Phasenverschiebung der erwähnten Verläufe  $90^\circ$  und der am Frequenzgenerator eingestellte Zahlenwert entsprach der jeweiligen Eigenfrequenz der Schaufel. Wiederholungsversuche ergaben eine Reproduzierbarkeit von  $\pm 1\%$ . Die Messungen zeigen, dass sich die Eigenschwingungen mit zunehmender Eintauchtiefe mehr und mehr verringern (Bild 3). Bei  $h \approx 80$  mm wird ein mit  $f_{EW}$  bezeichneter unterer Grenzwert erreicht. Tabelle 1 lässt erkennen, dass die frequenzmindernde Wirkung der mitschwingenden Wassermasse  $m_W$  bzw. Scheinmasse nicht unerheblich ist; sie macht 30 bis 37% aus.

Die Grösse der Scheinmasse hängt von ihrer Dichte, der Schaufelgeometrie, der bereits erwähnten Eintauchtiefe  $h$  und von der Eigenform der Schaufelschwingungen ab. An Schwingungsknoten ist keine und an Schwingungsbäuchen die maximale Beschleunigung des örtlichen Umgebungsmediums zu

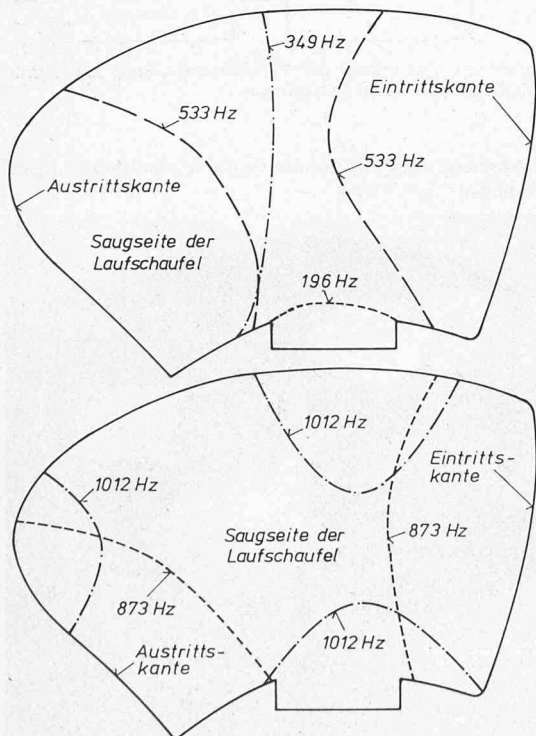


Bild 4. Knotenlinien der Modellschaukel in Luft entsprechend den Eigenschwingungen erster bis fünfter Ordnung, wie sie in Tabelle 1 verzeichnet sind

Tabelle 1. Eigenschwingungen der Versuchsschaukel mit einer mittleren Länge  $l = 0,34$  m, entsprechend  $D_1 = 0,72$  m Laufraddurchmesser, Material G - Sn Bz 10

Ordnung der Eigenfrequenz	1.	2.	3.	4.	5.	
$f_{EL}$	[Hz] 196	349	533	873	1012	
$f_{EW}$ ( $h \geq 0,08$ m)	[Hz] 135	231	375	533	699	
$\frac{f_{EL} - f_{EW}}{f_{EL}}$		0,31	0,34	0,30	0,37	0,31
$\frac{m_W}{m_B}$		1,11	1,28	1,01	1,69	1,11
$\frac{V_W}{V_B}$		9,55	11,00	8,70	14,50	9,55
$(\rho_B/\rho_W = 8,6)$						

verzeichnen. Der Verlauf der zu den Eigenfrequenzen gehörigen Knotenlinien wurde an der von Luft umgebenen Schaufel bestimmt und ist in Bild 4 dargestellt.

Der Einfluss der Scheinmasse  $m_F$  ist aus folgender allgemeiner Gleichung erkennbar

$$(1) \quad f_E = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{c_{red}}{m_B + m_F} \right)^{1/2}$$

Da die Scheinmasse je nach Messung einmal aus Luft und zum anderen Mal aus Wasser bestand, ergibt sich gemäss Gleichung (1) für ein und dasselbe Schwingungssystem (Schaufel) und unter Vernachlässigung der Scheinmasse Luft ( $m_F = m_L$ ) folgende auf die vorliegenden Untersuchungen anwendbare Beziehung:

$$(2) \quad \frac{f_{EL}}{f_{EW}} = \left( \frac{m_B + m_W}{m_B + m_L} \right)^{1/2} = \left( 1 + \frac{m_W}{m_B} \right)^{1/2} \approx 0$$

Der im voraus nicht bekannte Scheinmassenanteil bzw. zugeordnete Volumenanteil lässt sich aufgrund der Versuchsergebnisse wie folgt berechnen:

$$(3) \quad \frac{m_W}{m_B} = \left( \frac{f_{EL}}{f_{EW}} \right)^2 - 1$$

$$(4) \quad \frac{V_W}{V_B} = \left[ \left( \frac{f_{EL}}{f_{EW}} \right)^2 - 1 \right] \cdot \frac{\rho_B}{\rho_W}$$

Die in Tabelle 1 ausgewerteten Scheinmassenanteile liegen je nach Ordnung der Eigenfrequenz zwischen 1,01 und 1,69. Zu beachten ist, dass sich diese Werte nur auf die gegebene Versuchsanordnung mit einer Einzelschaukel und  $h \geq 0,08$  m Eintauchtiefe beziehen. Beim Vorhandensein von Nachbarschaukeln bzw. im durchströmten Gitterverband eines Turbinenlaufrades sind Sekundäreinflüsse auf  $m_W$  bzw.  $f_{EW}$  in Abhängigkeit von Teilungsverhältnis  $t/1$  und Laufradöffnung zu erwarten. Die vorliegenden Versuchsergebnisse entsprechen wohl am ehesten den Voraussetzungen von Kaplan-turbinen mit verhältnismässig grossem mittleren Teilungsverhältnis bzw. geringer Schaufelzahl, wie dies bei Maschinen für eine kleine bis mittlere spezifische Fallenergie zutrifft. Erwähnt sei noch, dass sich kleine Abweichungen von  $f_{EW}$  auf die allgemeine Aussage der nachfolgenden Untersuchungen über mögliche Schwingungsanregungen bei Kaplan-turbinen ohnehin nicht auswirken und dass das Eigenfrequenzspektrum je nach Schaufelbauart verschieden ausfällt.

Aufgrund der Versuchsergebnisse lassen sich die Eigenfrequenzen der Laufschaufeln geometrisch ähnlicher Turbinen-Grossanlagen mit unterschiedlichen Abmessungen  $D_1$  und



Schaufelwerkstoffen (z. B. St. G) berechnen. Nach Formel (1) und unter Berücksichtigung der mitschwingenden Scheinmasse  $m_F$  ergibt sich die für geometrisch ähnliche Schaufeln anwendbare Umrechnungsformel (5). Dabei wird davon ausgegangen, dass die Steifigkeitsziffer der Proportionalität  $c_{red} \sim E \cdot D / (1 - \nu^2)$  folgt und dass geringe Unterschiede der Querkontraktionszahl  $\nu$  vernachlässigbar sind (z. B.  $\nu_{St.G} \approx 0,3$ ,  $\nu_{Bz} \approx 0,35$ ).

$$(5) \quad \frac{f_{E \text{ Mod}}}{f_{E \text{ Prot}}} = M \cdot \left[ \frac{(E_B/\rho_B)_{\text{Mod}}}{(E_B/\rho_B)_{\text{Prot}}} \right]^{1/2} \cdot \underbrace{\left[ \frac{(1 + m_F/m_B)_{\text{Prot}}}{(1 + m_F/m_B)_{\text{Mod}}} \right]^{1/2}}_{\approx 1,0}$$

Der letzte Faktor von Formel (5) kann mit genügender Genauigkeit = 1 gesetzt werden, sofern folgendes zutrifft:

- Bei Modell und Anlage besteht die Scheinmasse aus Wasser, das heisst  $m_F = m_W$
- Es wird davon ausgegangen, dass das anteilmässige mitschwingende Wasservolumen

$$\frac{V_W}{V_B} = \frac{m_W}{m_B} \cdot \frac{\rho_B}{\rho_W}$$

bei Modell und Anlage gleich gross ist. Unter Voraussetzung einer nicht erheblich verschiedenen Massendichte der Schaufelwerkstoffe trifft das dann auch für die anteilmässige mitschwingende Wassermasse ausreichend genau zu.

- Im Falle von Bronze-Schaukeln beim Modell ( $\rho_B = 8600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) und Stahlguss-Schaukel bei der Anlage ( $\rho_B = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) ergibt sich unter Vernachlässigen des erwähnten letzten Faktors der Formel 5 ein Fehler von rund 2%.

Demzufolge lässt sich die Eigenschwingung der Anlage aus den Messwerten der Modellschaukel (Tabelle 1) wie folgt auf vereinfachte Art umrechnen [1]:

$$(6) \quad f_{EW \text{ Prot}} = \frac{f_{EW \text{ Mod}}}{M} \cdot \left[ \frac{(E_B/\rho_B)_{\text{Prot}}}{(E_B/\rho_B)_{\text{Mod}}} \right]^{1/2}$$

Strömungsbedingte Schwingungsanregungen von Turbinen-Laufschaukeln können, wie bereits erwähnt, verschiedenen Ursprung haben. Im folgenden Teil soll zunächst die Drehfrequenz  $f_0$  bzw. die Frequenz  $f_A$ , die sich aus dem Produkt von Leitschaukelzahl  $Z$  und  $f_0$  ergibt, behandelt werden. Die betreffende

Anregung kann man sich als Folge kurzzeitiger Zirkulations-, d. h. Auftriebskraftänderungen der Laufschaukel – beim Durchlaufen der Leitschaukel-Nachlaufströmung – vorstellen. Die anregende Frequenz ergibt sich zu:

$$(7) \quad f_A = Z \cdot f_0 = \frac{Z \cdot u_1}{D_1 \cdot \pi} = Z \cdot \frac{K_{u1} (2Y)^{1/2}}{D_1 \cdot \pi}$$

Sofern Schwingungsanregungen mit periodischen Wirbelablösungen an den Schaufelaustrittskanten in Verbindung gebracht werden, lässt sich  $f_A$  anhand des Strouhal-Gesetzes [2] abschätzen

$$(8) \quad f_A = \frac{S_r \cdot w_2}{d + 0,643 \cdot \vartheta_1}$$

Bei Vernachlässigung des Anteils der Verdrängungsdicke der turbulenten Grenzschicht  $\vartheta_1$  und unter der vereinfachenden Annahme  $w_2 = u_2$  ergibt sich folgender Ausdruck:

$$(9) \quad f_A \approx S_r \cdot \frac{D_1}{d} \cdot \pi \cdot \frac{K_{u1} (2Y)^{1/2}}{D_1 \cdot \pi}$$

Unter Annahme von  $S_r = 0,2$ ;  $D_1/d = 400$  und  $\nu = D/D_1 = 0,44 \div 1,0$  ergibt sich:

$$(10) \quad f_A \approx 110 \div 250 \cdot \frac{K_{u1} (2Y)^{1/2}}{D_1 \cdot \pi}$$

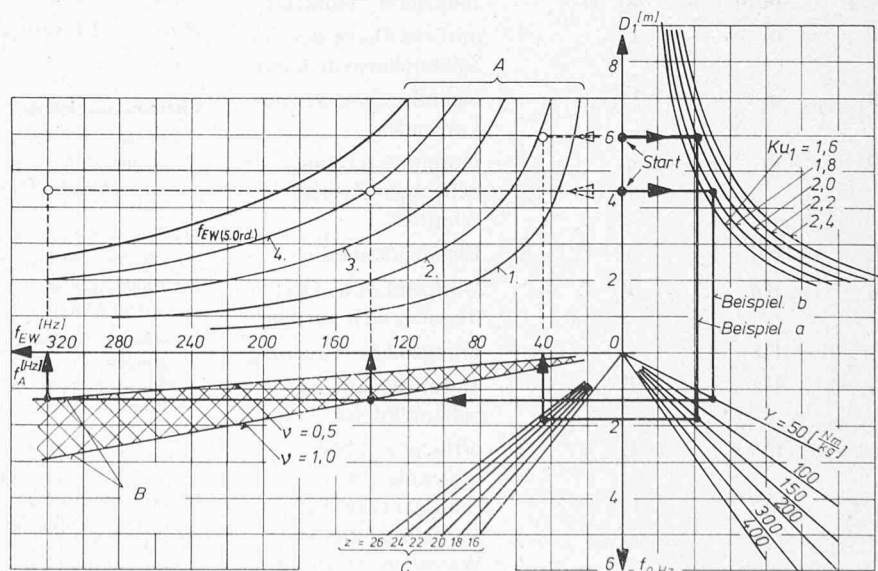
Der niedrigere Wert bezieht sich auf den nabennahen Zylinderschnitt ( $\nu = 0,44$ ) und der höhere Wert auf den äussersten Zylinderschnitt ( $\nu = 1,0$ ) eines Kaplansturbinen-Laufrades.

Erwähnt sei in diesem Zusammenhange, dass man Schwingungsanregungen der genannten Art besser durch eine geeignete Formgebung der Austrittskante begegnet [3], [4].

Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass ein gewisses Risiko besteht, wenn die anregende Frequenz  $f_A$  mit einer der Eigenfrequenzen  $f_{EW}$  übereinstimmt. Zur näheren Beurteilung wurde ein Nomogramm (Bild 5) erstellt, aus dem  $f_A$  und  $f_{EW}$  für Kaplansturbinen verschiedener Grösse ( $D_1$ ) und Betriebsdaten ( $K_{u1}$ ;  $Y$ ) abgelesen werden können. Das für Stahlguss-schaukeln ausgelegte Nomogramm bezieht sich auf die Formeln (6), (7) und (10). Dessen Anwendung soll durch folgende Beispiele erläutert werden:

Bild 5. Anwendungsbeispiel. Das Nomogramm stellt ein Beispiel dar und erlaubt nur Aussagen über Schaufeln, die der Versuchsschaukel geometrisch ähnlich nachgebildet sind. Nomogramme dieser Art gestatten die rasche Beurteilung der Relation zwischen  $f_{EA}$  und  $f_{EW}$  bzw. der Gefahr durch Resonanz

- A Eigenschwingungen  $f_{EW}$  gemäss Tabelle 1, die mittels Gl. (6) auf Stahlguss umgerechnet wurden
- B Bereich der Anregung entsprechend dem Strouhal-Gesetz Gl (10)
- C Anregung durch die Leitschaukel-Nachlaufströmung



a) Anregung entsprechend dem Produkt aus Drehfrequenz · Leitschaufelzahl

$$D_1 = 6,0 \text{ m}, M = 8,33; K_{u_1} = 2,0; Z = 24; Y = 150 \text{ Nm/kg}$$

$$f_0 = 1,84 \text{ Hz}; f_A = f_0 \cdot Z = 44,15 \text{ Hz}$$

Mit der anregenden Frequenz liegt man gemäss Bild 5 knapp unter der Eigenfrequenz zweiter Ordnung  $f_{EW} (Prot)$  = 46,8 Hz.

b) Anregung in Verbindung mit einer periodischen Wirbelablösung an der Austrittskante entsprechend Formel (10)

$$D_1 = 4,5 \text{ m}; M = 6,25; K_{u_1} = 1,8; Y = 50 \text{ Nm/kg}; f_0 = 1,28 \text{ Hz}$$

$$f_A = 140 \text{ Hz bei } \nu = 0,44 \text{ und } f_A = 320 \text{ Hz bei } \nu = 1,0.$$

Mit diesen Grenzwerten anregender Frequenzen liegt man gemäss Bild 5 im Bereich der Eigenschwingungen vierter, fünfter und höherer Ordnung.

Das Nomogramm (Bild 5) gestattet es somit, rasch festzustellen, ob unter den gegebenen Betriebs- und Konstruktionsbedingungen die anregende Frequenz mit der Grundfrequenz oder einer der Eigenfrequenzen höherer Ordnung zusammenfällt. Aufgrund solcher Angaben könnte das Risiko der Resonanz bereits im Projektstadium abgeschätzt bzw. durch geeignete Massnahmen gemindert werden. Es erscheint somit sinnvoll, wenn Modellversuche zur Ermittlung der Schaufeleigenschwingungen routinemässig durchgeführt würden. Gegebenenfalls wird empfohlen, eine der in der Nabe eingebauten Laufschaufel unter Wasser anzuregen. Schaufelteller und Zapfen sollten der Grossanlage geometrisch ähnlich nachgebildet sein. Der Einfluss von Einspannungsart und Zapfenlagerung auf die Eigenfrequenz wäre unter Umständen zu überprüfen. Erwähnt sei noch, dass die beschriebenen Messungen keinen grossen Aufwand erfordern und dass die am Beispiel einer Kaplan-turbine erläuterten Schwingungsprobleme auch bei anderen hydraulischen Turbomaschinen, wie z. B. Axial- und Halbaxialpumpen, Propellerturbinen usw. auftreten können und sich in gleicher Weise behandeln lassen.

#### Verzeichnis der Symbole

Symbol	S.I.-Einheit	Dimension <sup>1)</sup>	Bedeutung
$C_{red}$	N/m	$M \cdot T^{-2}$	reduzierte Steifigkeit
$d$	m	L	mittlere Dicke der Schaufelaustrittskante
$D_1$	m	L	Nenn Durchmesser des Laufrades
$D$	m	L	Durchmesser eines beliebigen Zylinderschnittes
$E$	bar	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	Elastizitätsmodul
$f_0$	Hz	$T^{-1}$	Drehzahl bzw. Drehfrequenz der Turbine
$f_A$	Hz	$T^{-1}$	anregende Frequenz
$f_E$	Hz	$T^{-1}$	Eigenfrequenz des Schaufelblattes
$g$	$m \cdot s^{-2}$	$L \cdot T^{-2}$	örtliche Fallbeschleunigung
$h$	m	L	Eintauchtiefe der Modellschaufel in Wasser gemäss Bild 3

$K_{u_1}$	[-]	[-]	Geschwindigkeitsziffer (auf $u_1$ bezogen)
$l$	m	L	Länge des jeweiligen Schaufelprofils im Zylinderschnitt
$m$	kg	M	Masse
$M$	[-]	[-]	Modellmassstab; $M = \frac{D_1 Prot}{D_1 Mod}$
$S_r$	[-]	[-]	Strouhal-Zahl
$t$	m	L	Schaufelteilung im Gitterverband
$u_1$	$m \cdot s^{-1}$	$L \cdot T^{-1}$	Umfangsgeschwindigkeit $u_1 = f_0 \cdot D_1 \cdot \pi$
$V$	$m^3$	$L^3$	Volumen
$w_2; u_2$	$m \cdot s^{-1}$	$L \cdot T^{-1}$	Relativgeschwindigkeit der Strömung bzw. Umfangsgeschwindigkeit am Schaufelaustritt
$Y$	$Nm \cdot kg^{-1}$ $= m^2 \cdot s^{-2}$	$L^2 \cdot T^{-2}$	spezifische Fallenergie der Turbine ( $Y = g \cdot H$ )
$Z$	[-]	[-]	Anzahl Leitschaufeln
$\vartheta_1$	m	L	Verdrängungsdicke der turbulenten Grenzschicht auf einer Profelseite [2]
$\rho$	$kg \cdot m^{-3}$	$M \cdot L^{-3}$	Dichte
$\nu$	[-]	[-]	Radienverhältnis $D/D_1$ und Querkontraktionszahl

<sup>1)</sup> Dimensionen im Internationalen Masssystem

L = Länge; M = Masse; T = Zeit

#### Indizes

Symbol Bezug – Bedeutung

$B$	Schaufelblatt
$E$	Eigen (Eigenschwingung)
$F$	Das die Schaufel umgebende Fluid
$L$	Luft
$W$	Wasser
$Mod$	Modell
$Prot$	Prototype bzw. Grossanlage

#### Literaturverzeichnis

- [1] Lecher, W.: Cavitation observations and noise measurements as a means of investigating the trailing-edge vibrations of turbine blades. Proceedings: Tenth congress of the I.A.H.R. in London 1963, Volume 3, Paper 3.14, page 109.
- [2] Gongwer, C. A.: A study of vanes singing in water. «Journal of Applied Mechanics» Dec. 1952, page 434.
- [3] Donaldson, R. M.: Hydraulic-turbine runner vibration. Transactions of the ASME July 1956, page 1142.
- [4] Chen Y. N. und Beurer P.: Durch die Nebensysteme erregte Schwingungen an den Kreiselpumpenanlagen. Teil 3: Strömungserregte Schwingungen an Platten infolge der Karmanschen Wirbelstrassen. Preprint Pumpentagung Karlsruhe 1973.

Adressen der Verfasser: o. Prof. Dipl.-Ing. Jörg Osterwalder, Direktor des Institutes für hydraulische Maschinen und Anlagen der T.H. Darmstadt, D-6100 Darmstadt, Magdalenenstrasse 8–10, und Dipl.-Ing. Moris Sonsino, Forschungsanstalt der Fraunhofer Gesellschaft, D-6100 Darmstadt-Kranichstein, Bartningstrasse 47.