

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 98 (1980)  
**Heft:** 38

**Artikel:** Zehn Thesen zur teilweisen Vorspannung  
**Autor:** Bachmann, Hugo  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-74206>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Zehn Thesen zur teilweisen Vorspannung

Von Hugo Bachmann, Zürich

Mit den Bestimmungen über die teilweise Vorspannung von Betontragwerken der 1968 in Kraft getretenen SIA-Norm Nr. 162 wurde weitgehend Neuland betreten. Heute - nach rund 10jähriger Anwendung und Erfahrung im Brückenbau und Hochbau - kann festgestellt werden, dass das damals gewählte Konzept gesamthaft gesehen richtig und zweckmässig war, in Teilbereichen jedoch weiterentwickelt werden kann. Die nachfolgend dargelegten Thesen enthalten sowohl allgemeine Feststellungen wie auch Vorschläge und Postulate. Dabei stehen die Bemessung und die konstruktive Durchbildung von Biegequerschnitten im Vordergrund.

Die Thesen (siehe Kästchen) werden im folgenden einzeln behandelt. Die dargestellten Formeln gelten für statisch bestimmte Systeme. Eine Erweiterung auf statisch unbestimmte Systeme ist leicht möglich.

### These 1: Es ist eine einfache und zweckmässige Definition des Vorspanngrades erforderlich

Der entscheidende Vorteil von vorgespannten Querschnitten im Vergleich zu nicht vorgespannten Querschnitten liegt beim günstigeren Verhalten im Gebrauchszustand. Im Bruchzustand hingegen ist kein wesentlicher Unterschied mehr festzustellen. Daher muss eine zweckmässige Definition für den Begriff des Vorspanngrades die Wirkungen der Vorspannung im Gebrauchszustand berücksichtigen. Der Verfasser hat schon vor längerer Zeit vorgeschlagen [4], den Vorspanngrad  $\kappa$  eines vorgespannten Querschnittes wie folgt zu definieren:

$$\kappa = \frac{M_d}{M_{g+p}}$$

$M_d$  ist das Biegemoment, das - zusammen mit der Wirkung der Vorspannkraft  $V_\infty$  - am Zugrand die Randspannung Null erzeugt (Bild 1).  $M_d$  kann auch als Dekompressionsmoment be-

zeichnet werden. (Bezeichnungen: vgl. Zusammenstellung am Ende des Artikels).

$M_{g+p}$  ist das Moment infolge der Gesamtlast.

Der Vorspanngrad  $\kappa$  gibt somit an, für welchen Teil des Gesamtmomentes der Querschnitt vorgespannt ist.  $\kappa = 0$  bedeutet keine Vorspannung, also Stahlbeton, während  $\kappa = 1$  der vollen Vorspannung entspricht.

### These 2: Eine Bemessungsmethode für teilweise vorgespannte Querschnitte soll einen stufenlosen Übergang vom Stahlbeton zur vollen Vorspannung erlauben.

Solange nur die volle (und die beschränkte) Vorspannung in Gebrauch war, war es zweckmässig, für vorgespannte Querschnitte eine gänzlich andere Bemessungsmethode anzuwenden, als für nicht vorgespannte Querschnitte. Durch die Einführung der teilweisen Vorspannung ist diese strenge Trennung jedoch unzweckmässig geworden. Es muss nach einer Bemessungsmethode gesucht werden, die sowohl für nicht vorgespannte, teilweise vorgespannte und voll vorgespannte Querschnitte angewendet werden kann. Die einzelnen Schritte der Bemessung sollen den aus dem Stahlbeton und dem Spannbeton bekannten und geläufigen Bemessungs-

### Thesen zur teilweisen Vorspannung

**These 1:** Es ist eine einfache und zweckmässige Definition des Vorspanngrades erforderlich.

**These 2:** Eine Bemessungsmethode für teilweise vorgespannte Querschnitte soll einen stufenlosen Übergang vom Stahlbeton zur vollen Vorspannung erlauben.

**These 3:** Die Dehnungen in der Zugzone eines teilweise vorgespannten Querschnittes sind immer kleiner als die Dehnungen in der Zugzone eines Stahlbetonquerschnittes.

**These 4:** Hohe Vorspanngrade sind oft unzweckmässig.

**These 5:** Die teilweise Vorspannung soll auch für ständige Lasten zugelassen werden.

**These 6:** Bei hohem Nutzlastanteil empfiehlt sich die Wahl eines Vorspanngrades, der über dem Verhältnis aus Dauerlast und Gesamtlast liegt.

**These 7:** Das Ermüdungsproblem bei teilweise vorgespannten Bauteilen kann auf das Ermüdungsproblem von schlaff armierten Bauteilen zurückgeführt werden.

**These 8:** Der Spannstahl in teilweise vorgespannten Bauteilen kann auf die gleiche initiale Spannung vorgespannt werden wie in voll vorgespannten Bauteilen. Ein Nachweis der absoluten Grösse der Spannung im Spannstahl ist nicht erforderlich.

**These 9:** Besser als ein rechnerischer Nachweis der Rissbreite ist eine sorgfältige konstruktive Durchbildung der schlaffen Bewehrung.

**These 10:** Es ist eine internationale Vereinheitlichung der Vorspannklassen anzustreben.

schriften entsprechen. Die Bemessungsmethode soll zudem einfach und klar sein. Jeder nicht unbedingt erforderliche Nachweis ist zu vermeiden.

Es erscheint möglich, eine solche Bemessungsmethode auf der Basis der folgenden beiden Hauptbedingungen zu konzipieren:

1. **Bruchsicherheitsbedingung:** Es muss eine genügende Bruchsicherheit vorhanden sein.
2. **Gebrauchstüchtigkeitsbedingung:** Es muss ein befriedigendes Verhalten im Gebrauchszustand gewährleistet sein.

Die Bruchsicherheitsbedingung kann dadurch erfüllt werden, dass bestimmte globale Sicherheitsfaktoren oder entsprechende Teilsicherheitsfaktoren eingehalten werden. Die Gebrauchstüchtigkeitsbedingung kann vor allem durch eine sorgfältige konstruktive

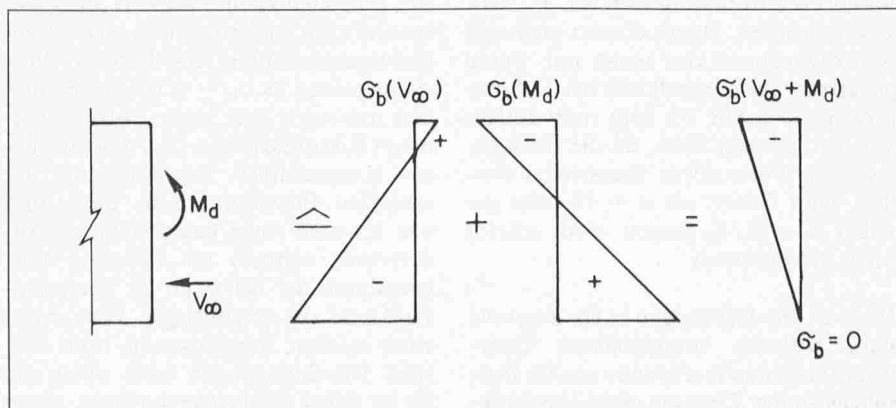


Bild 1. Spannungen am ungerissenen Querschnitt infolge Vorspannkraft und Dekompressionsmoment

Durchbildung der schlaffen Armierung erfüllt werden.

Im folgenden wird eine Bemessungsmethode, die einen stufenlosen Übergang vom Stahlbeton zum vorgespannten Beton erlaubt und den genannten weiteren Anforderungen genügt, kurz beschrieben. Sie besteht normalerweise aus vier Schritten. Im Falle einer Ermüdungsbeanspruchung kommt noch ein weiterer Schritt hinzu.

Es wird vorausgesetzt, dass die äusseren Abmessungen des zu bemessenden Betonquerschnitts bekannt sind. Ebenso sei die Lage der Vorspannkraft bzw. der Spannglieder bekannt, die meist der geometrisch maximal möglichen Exzentrizität entspricht. Ferner seien das Gesamtlastmoment  $M_{g+p}$  und die Materialkenngrössen gegeben.

### 1. Schritt: Wahl des Vorspanngrades

Im ersten Schritt der Bemessung wird der gewünschte Vorspanngrad  $\kappa$  festgelegt. Damit ergibt sich das Moment  $M_d = \kappa \cdot M_{g+p}$ , für das der Querschnitt vorgespannt werden soll.

### 2. Schritt: Bemessung der vorgespannten Bewehrung

Im zweiten Schritt der Bemessung wird für das Moment  $M_d$  nach den üblichen Regeln des Spannbetons die erforderliche Vorspannkraft bestimmt. Daraus wird der entsprechende Querschnitt der vorgespannten Bewehrung  $A_v$  berechnet und die Spannglieder werden definitiv gewählt.

### 3. Schritt: Bemessung der schlaffen Bewehrung

Im dritten Schritt der Bemessung wird der erforderliche Querschnitt der schlaffen Bewehrung aus der Bruchsicherheitsbedingung ermittelt (Bild 2):

$$M_u = s M_{g+p} = A_v f_v z_v + A_s f_s z_s$$

$$A_s = f_s z_s (M_u - A_v f_v z_v)$$

Mit etwas Erfahrung können die Hebelarme  $z_v$  und  $z_s$  der Kräfte  $A_v f_v$  und  $A_s f_s$  meist auf Anhieb genügend genau geschätzt werden.

### 4. Schritt: Konstruktive Durchbildung der schlaffen Bewehrung

Der vierte und in den meisten Fällen letzte Schritt der Bemessung betrifft die konstruktive Durchbildung der schlaffen Bewehrung.

Für das Verhalten von teilweise vorgespannten Bauteilen im Gebrauchszustand ist es von grosser Bedeutung, dass die schlaffe Bewehrung sehr sorgfältig durchgebildet wird. Einzelheiten hiezu werden unter These 9 behandelt.

### 5. Schritt: Spannungsberechnung am Rissequerschnitt (nur bei Ermüdungsbeanspruchung erforderlich)

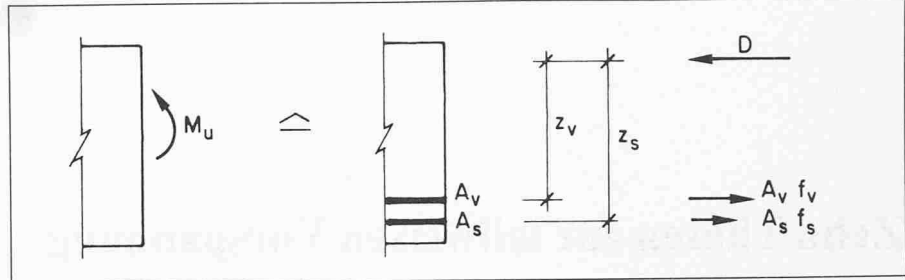


Bild 2. Bruchmoment und entsprechende innere Kräfte

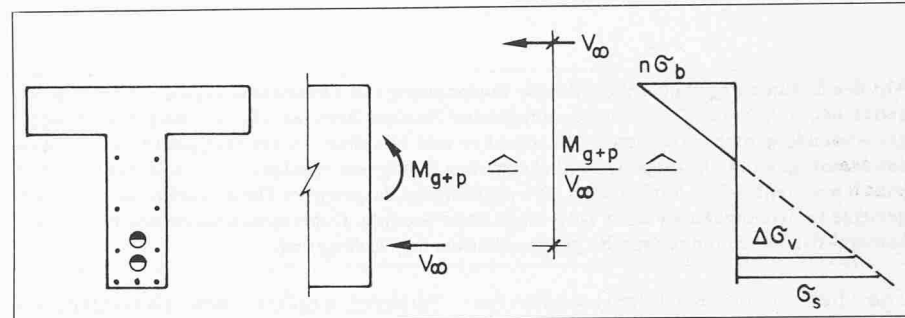


Bild 3. Spannungen am gerissenen Querschnitt

In eher seltenen Fällen – vor allem aber bei Ermüdungsbeanspruchung – sind als fünfter Schritt der Bemessung am gerissenen Querschnitt unter Gesamlast zu berechnen:

- die Spannung in der untersten Lage der schlaffen Bewehrung  $\sigma_s$ ,
- der Spannungszuwachs in der untersten Lage der vorgespannten Bewehrung  $\Delta \sigma_v$ , und
- die Betonspannung am Druckrand  $\sigma_b$ .

$\sigma_s$  und  $\Delta \sigma_v$  geben Hinweise auf das Verhalten im Gebrauchszustand, und sie sind im Falle einer Ermüdungsbeanspruchung (z. B. bei Eisenbahnbrücken, Kranbahnen usw.) mit entsprechenden zulässigen Spannungsänderungen zu vergleichen. Die Grösse von  $\sigma_b$  hingegen ist meist von untergeordneter Bedeutung.

Die Werte  $\sigma_s$ ,  $\Delta \sigma_v$  und  $\sigma_b$  können auf bewährte Weise nach den Regeln «Biegung mit Längskraft» mit dem  $n$ -Verfahren ermittelt werden (Bild 3). Das Biegemoment ist das Moment infolge Gesamlast  $M_{g+p}$ . Als Längskraft kann die Vorspannkraft nach Schwinden, Kriechen und Stahlrelaxation,  $V_\infty$ , eingesetzt werden. Damit erspart man sich das Ausrechnen der meist nur wenig grösseren Spanngliedkraft bei Dekompression  $V_d$ . Mit  $V_\infty$  liegt man zudem auf der sicheren Seite, da die oben genannten Werte etwas überschätzt werden. Und ferner: ob  $n = 10$  oder genauer  $n = E_s/E_b$  gesetzt wird, scheint nicht so wesentlich.

**These 3: Die Dehnungen in der Zugzone eines teilweise vorgespannten Querschnittes sind immer kleiner als die Dehnungen in der Zugzone eines konventionellen Stahlbetonquerschnittes.**

Dies ist eine an und für sich triviale Feststellung. Trotzdem soll sie an einem Beispiel verdeutlicht werden. Bild 4 zeigt für einen Rechteckquerschnitt die Spannung in der schlaffen Bewehrung  $\sigma_s$  und den Spannungszuwachs in der vorgespannten Bewehrung  $\Delta \sigma_v$  in Abhängigkeit vom Vorspanngrad  $\kappa$ . Ferner sind die Querschnitte der bei verschiedenen Vorspanngraden erforderlichen vorgespannten und schlaffen Bewehrungen aufgetragen. Die für die Berechnungen angenommenen Zahlenwerte sind in der Bildlegende angegeben.

Die Vermehrung der vorgespannten Bewehrung und eine entsprechende Verminderung der schlaffen Bewehrung bedeutet stets eine Verbesserung des Spannungszustandes in der Zugzone unter Gebrauchslast. Mit der Zunahme des Vorspanngrades nehmen die Spannungen  $\sigma_s$  und  $\Delta \sigma_v$  ab. Somit werden auch die Dehnungen verringert.

### These 4: Hohe Vorspanngrade sind oft unzuweckmässig

Bild 4 zeigt, dass bereits bei mittleren Vorspanngraden ( $\kappa=0,4 \div 0,7$ )  $\sigma_s$  und  $\Delta \sigma_v$  erheblich kleiner sind als die Stahlspannungen in konventionellen Stahlbetonquerschnitten. Bei höheren Vorspanngraden ( $\kappa \geq \sim 0,7$ ) sind  $\sigma_s$  und  $\Delta \sigma_v$  nur noch sehr klein. Sofern überhaupt Risse entstehen, sind diese bei guter konstruktiver Durchbildung der schlaffen Bewehrung sehr dünn und von blossen Auge kaum sichtbar. Andererseits nehmen mit höherem Vorspanngrad der Aufwand an Vorspannstahl und die ungünstigen Wirkungen einer starken Vorspannung, zum Beispiel Durchbiegungen nach oben, zu. Es ist daher oft unzuweckmässig, einen Vorspanngrad zu wählen, der über dem

liegt, der den kleinsten Gesamtbedarf an schlaffem und vorgespanntem Stahl ergibt (im Beispiel von Bild 4:  $\kappa = 0,6$ ).

**These 5: Die teilweise Vorspannung soll auch für ständige Lasten zugelassen werden.**

In den wenigen Normen, welche die teilweise Vorspannung bereits eingeführt haben [3], wird im allgemeinen verlangt, dass für ständige Lasten volle bzw. beschränkte Vorspannung vorhanden sein muss. Dies bedeutet, dass der Vorspanngrad  $\kappa$  mindestens gleich dem Verhältnis der Momente aus Dauerlast und Gesamtlast sein muss, d. h.  $\kappa \geq M_g/M_{g+p}$ .

Aufgrund der gemachten Erfahrungen erscheint diese Vorschrift jedoch als zu eng. Es gibt durchaus Fälle, wo ein Vorspanngrad  $\kappa < M_g/M_{g+p}$  sinnvoll und zweckmässig sein kann (z. B. Lagerhäuser, Fundamentplatten usw.). Eine Vorspannung bringt immer eine Verbesserung des Spannungs- und Verformungszustandes (Bild 4), ausgenommen, sie sei allzu stark. Es ist deshalb nicht einzusehen, warum man diese Verbesserung nicht erlauben soll, und zwar auch dann, wenn  $\kappa < M_g/M_{g+p}$  resultiert. Auch sollte die konstruktive Freiheit nicht unnötig eingeschränkt werden. Der Verfasser schlägt daher vor, in Zukunft auf die obgenannte Forderung der geltenden Normen zu verzichten und es dem konstruierenden Ingenieur zu überlassen, im konkreten Fall unter Abwägung aller wesentlichen Gesichtspunkte den zweckmässigsten Vorspanngrad selbst zu wählen.

Für eine möglichst universelle Anwendung der Vorspannung ist es von wesentlicher Bedeutung, dass in Zukunft grundsätzlich beliebige Vorspanngrade  $\kappa$  zwischen 0 und 1 angewendet werden dürfen. Beliebige Vorspanngrade bedeuten auch, dass schlaffe und vorgespannte Armierungen in beliebigem Verhältnis angeordnet werden können. Dies eröffnet dem entwerfenden Ingenieur grosse konstruktive Möglichkeiten. Einschränkungen beim zugelassenen Vorspanngrad durch die Normen sollten nur noch dort in Betracht gezogen werden, wo besondere Verhältnisse vorliegen (z. B. stark aggressive Umgebung, ausgeprägte Ermüdungsbeanspruchung).

**These 6: Bei hohem Nutzlastanteil empfiehlt sich die Wahl eines Vorspanngrades, der über dem Verhältnis aus Dauerlast und Gesamtlast liegt.**

Von besonderem Interesse sind – vor allem bei Ermüdungsbeanspruchung – die Spannungsänderungen im schlaffen Stahl und im Spannstahl infolge Nutzlast allein,  $\Delta\sigma_s(p)$  bzw.  $\Delta\Delta\sigma_v(p)$ .

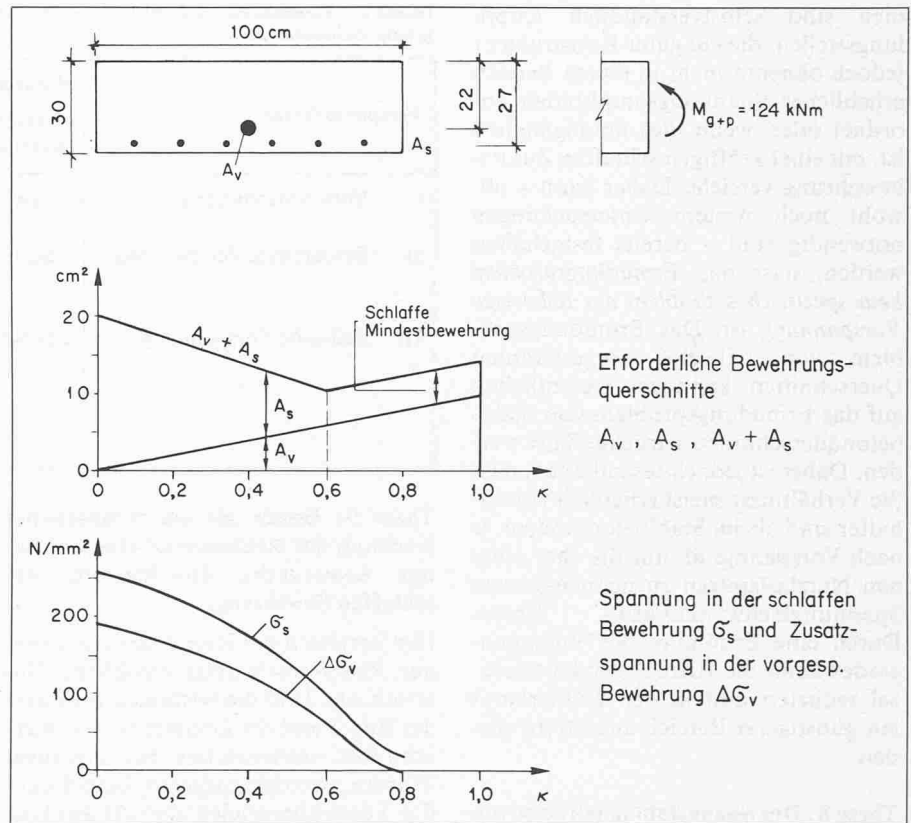


Bild 4. Spannung in der schlaffen Bewehrung. Spannungszuwachs in der vorgespannten Bewehrung und erforderliche Bewehrungsquerschnitte in Abhängigkeit vom Vorspanngrad (Angenommene Zahlenwerte:  $f_t = 1500 \text{ N/mm}^2$ ,  $\sigma_{v(t=\infty)} = 1030 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_s = 460 \text{ N/mm}^2$ ,  $\sigma_{b,zul(ZUG)} = 0$ ,  $n = 10$ )

$\Delta\sigma_s(p)$  kann wie folgt berechnet werden:

$$\kappa < M_g/M_{g+p}: \Delta\sigma_s(p) = \sigma_s(M_{g+p}, V_\infty) - \sigma_s(M_g, V_\infty)$$

$$\kappa \geq M_g/M_{g+p}: \Delta\sigma_s(p) = \sigma_s(M_{g+p}, V_\infty)$$

Für  $\kappa < M_g/M_{g+p}$  sind bereits unter Dauerlast eine gewisse Rissbildung und somit Zugspannungen im schlaffen Stahl zu erwarten. Von den Spannungen infolge Gesamtlast muss daher die – ebenfalls am Rissequerschnitt ermittelte – Spannung infolge Dauerlast abgezogen werden. Für  $\kappa \geq M_g/M_{g+p}$  hingegen sind unter Dauerlast die Spannungen im schlaffen Stahl etwa Null (Annahme:  $V_\infty \approx V_d$ ). Die Spannungsänderung infolge Nutzlast ist daher mit genügender Genauigkeit gerade gleich der Spannung infolge Gesamtlast.  $\Delta\Delta\sigma_v(p)$  kann aufgrund analoger Überlegungen berechnet werden.

Bild 5 zeigt – wiederum für das betrachtete Beispiel – die Änderung der Spannung in der schlaffen Bewehrung infolge Nutzlast  $\Delta\sigma_s(p)$  für verschiedene Verhältnisse der Momente aus Dauerlast und Gesamtlast,  $M_g/M_{g+p}$ . Für den Vorspanngrad  $\kappa \geq M_g/M_{g+p}$  gilt stets die ausgezogene Linie. Für  $\kappa < M_g/M_{g+p}$  gelten die zum jeweiligen  $M_g/M_{g+p}$  gehörigen gestrichelten Linien. Ein sehr ähnliches Bild ergäbe sich für die Änderung der Zusatzspannung in der vorgespannten Bewehrung  $\Delta\Delta\sigma_v(p)$ . Bild 5 zeigt erwartungsgemäss, dass die Spannungsänderung infolge Nutzlast

$\Delta\sigma_s(p)$  umso grösser ist, je kleiner der Anteil der ständigen Last an der Gesamtlast, d. h. je kleiner  $M_g/M_{g+p}$  ist. Diese Spannungsänderungen infolge Nutzlast können aber verkleinert werden, indem ein Vorspanngrad gewählt wird, der über dem Verhältnis aus Dauerlast und Gesamtlast, d. h.  $\kappa > M_g/M_{g+p}$ , liegt.

**These 7: Das Ermüdungsproblem bei teilweise vorgespannten Bauteilen kann auf das Ermüdungsproblem von schlaff armierten Bauteilen zurückgeführt werden.**

Versuche an Betonbalken mit gemischter Bewehrung (z. B. [2]) haben gezeigt, dass sich bei Ermüdungsbeanspruchung Spannstahl nicht ungünstiger, sondern tendenziell eher besser verhält als schlaffer Stahl. Die meisten Ermüdungsbrüche traten zuerst in der schlaffen Bewehrung auf. Davon ausgenom-

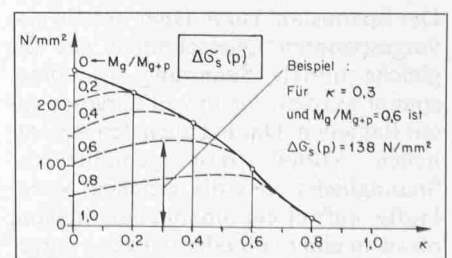


Bild 5. Änderung der Spannung in der schlaffen Bewehrung durch Nutzlast



men sind selbstverständlich Kuppungsstellen, die ein guter Konstrukteur jedoch ohnehin nicht in einem Bereich erheblicher Spannungsamplituden anordnet oder, wenn dies unumgänglich ist, mit einer kräftigen schlaffen Zusatzbewehrung versieht. Daher kann - obwohl noch weitere Untersuchungen notwendig sind - bereits festgehalten werden, dass das *Ermüdungsproblem kein spezifisches Problem der teilweisen Vorspannung* ist. Das Ermüdungsproblem von teilweise vorgespannten Querschnitten kann im wesentlichen auf das Ermüdungsproblem von Stahlbetonquerschnitten zurückgeführt werden. Dabei ist jedoch festzuhalten, dass die Verhältnisse meist erheblich vorteilhafter sind als im Stahlbeton, indem, je nach Vorspanngrad, nur die eher seltenen Nutzlastspitzen zu nennenswerten Spannungsschwankungen führen. Durch eine Erhöhung des Vorspanngrades kann die Anzahl der Lastwechsel reduziert und in der Wöhlerkurve ein günstigerer Bereich angestrebt werden.

**These 8: Der Spannstahl in teilweise vorgespannten Bauteilen kann auf die gleiche initiale Spannung vorgespannt werden wie in voll vorgespannten Bauteilen. Ein Nachweis der absoluten Grösse der Spannung im Spannstahl ist nicht erforderlich.**

Das Verhalten eines teilweise vorgespannten Bauteils unter Gebrauchslast hängt vor allem von der zusätzlichen Dehnung, d. h. von der Änderung der Spannung im schlaffen und im vorgespannten Stahl infolge Rissebildung ab. Die Grösse der im vorgespannten Stahl vorhandenen absoluten Spannung hat auf das Verhalten unter Gebrauchslast keinen Einfluss, sofern der Stahl nicht über die Proportionalitätsgrenze hinaus beansprucht wird. Diese Bedingung ist bei den üblichen Verhältnissen praktisch immer erfüllt.

Die Notwendigkeit eines Nachweises der absoluten Grösse der Spannung im Spannstahl kann aber auch nicht durch die Forderung nach einer genügenden Bruchsicherheit begründet werden. Denn diese Sicherheit muss ja durch ein genügendes Bruchmoment des gesamten Balkenquerschnittes gewährleistet sein.

Der Spannstahl kann daher in teilweise vorgespannten Querschnitten auf die gleiche initiale Spannung  $\sigma_{vv}$  vorgespannt werden, wie in voll vorgespannten Bauteilen. Das hat auch den wesentlichen Vorteil, dass gebräuchliche Spannglieder stets die gleichen Nennkräfte aufweisen, unabhängig davon, ob sie in einer voll oder teilweise vorgespannten Konstruktion verwendet werden.

Tabelle 1. Vorschlag für die Definition von Vorspannklassen aufgrund der Beanspruchungen in der Zugzone unter Gebrauchslast

Vorspannklassen		Beanspruchung in der Zugzone unter Gebrauchslast	
		Querschnitt für die Berechnung	Berechnete Spannungen
I	Volle Vorspannung	Ungerissen	Keine Zugspannungen zugelassen
II	Beschränkte Vorspannung	Ungerissen	Geringe Zugspannungen zugelassen (Im Beton bis ca. $f_b/10$ )
III	Teilweise Vorspannung	Gerissen	Spannungszuwächse infolge Rissebildung im schlaffen und im vorgespannten Stahl zugelassen

**These 9: Besser als ein rechnerischer Nachweis der Rissbreite ist eine sorgfältige konstruktive Durchbildung der schlaffen Bewehrung.**

Der Vergleich der Resultate verschiedener *Risseformeln* zeigt erhebliche Unterschiede. Und die wichtigen Einflüsse der Bügel und der Geometrie des Querschnittes, insbesondere bei niedrigen Trägern, werden nirgends berücksichtigt. Diese überspielen aber oft den Einfluss der Längsbewehrung, und sie sollten noch gründlich erforscht werden. Solange hier nicht schlüssige Resultate vorliegen, wird der Ingenieur gut daran tun, seine Aufmerksamkeit anstatt einer Risseformel vor allem der sauberen konstruktiven Durchbildung der schlaffen Bewehrung zuzuwenden. Dabei sind insbesondere die folgenden Punkte zu beachten:

- a) Bei *höheren* Vorspanngraden ( $\kappa > \approx 0,7$ ), bei denen normalerweise zur Gewährleistung der erforderlichen Bruchsicherheit keine schlaffe Bewehrung nötig wäre, ist stets eine *schlaffe Mindestbewehrung* einzulegen. Sie soll aus zahlreichen, vergleichsweise dünnen und gut verbügelten Stäben bestehen, so dass die Spannglieder von einem unter den Bauteiloberflächen angeordneten, verhältnismässig dichten Bewehrungsgeflecht umgeben sind. Diese Mindestbewehrung soll, je nach Betongüte, folgenden *Bewehrunggehalten* (bezüglich der gezogenen Querschnittsteile) entsprechen:

0,2-0,3% bei Biegezugbeanspruchung  
0,5-0,7% bei Zugbeanspruchung (z. B. Zugflanschen).

Eine solche *Mindestbewehrung* ist nach Ansicht des Verfassers auch in voll und beschränkt vorgespannten Tragwerken mit statisch bestimmter oder statisch unbestimmter Lagerung unbedingt erforderlich.

- b) Bei *mittleren* Vorspanngraden ( $\kappa \sim 0,4-0,7$ ) müssen im Vergleich zur Mindestbewehrung insbesondere die Stabdurchmesser der untersten Bewehrungslagen vergrössert werden.
- c) Bei *niedrigen* Vorspanngraden ( $\kappa < \sim 0,4$ ) dominiert die schlaffe gegenüber der vorgespannten Bewehrung. Für die Wahl der Stabdurchmesser, Abstände usw. sind die konstruktiven Regeln des Stahlbetons einzuhalten.

Diese Hinweise gelten für *Vorspannung durch Spannglieder in Hüllrohren mit nachträglichem Verbund*. Der Fall von Spanngliedern ohne Verbund muss hingegen noch weiter erforscht werden.

**Bezeichnungen**

**Beton**

$f_b$  Druckfestigkeit  
 $\sigma_b$  Spannung

**Armierungsstahl**

$A_s$  Querschnitt in der Zugzone  
 $f_s$  Streckgrenze  
 $\sigma_s$  (zulässige) Spannung am Rissequerschnitt

**Spannstahl**

$A_v$  Querschnitt  
 $f_v$  Streckgrenze  
 $\Delta\sigma_v$  (zulässiger) Spannungszuwachs am Rissequerschnitt  
 $\sigma_{vv}$  Spannung aus Vorspannung

**Momente und Kräfte**

$M_g$  Moment aus ständiger Last  
 $M_p$  Moment aus Nutzlast  
 $M_{g+p}$  Moment aus Gesamtlast  
 $M_d$  Dekompressionsmoment ( $\sigma_b = 0$ )  
 $M_u$  Bruchmoment  
 $V_\infty$  Vorspannkraft nach Schwinden, Kriechen und Relaxation  
 $V_d$  Vorspannkraft nach Dekompression ( $\sigma_b = 0$ )

**Verschiedenes**

$s$  Globaler Sicherheitsfaktor  
 $n$  Verhältnis der E-Moduli  
 $\kappa$  Vorspanngrad

Bei Vorspannung im Spannbett durch gut verteilte profilierte Einzeldrähte mit direktem Verbund erübrigt sich eine schlaffe Längsbewehrung, sofern sie zur Gewährleistung der Bruchsicherheit nicht erforderlich ist. Allfällige Risse weisen wegen der günstigen Verbundverhältnisse kleine Abstände auf, womit unter Gebrauchslast nur geringe Rissweiten zu erwarten sind.

#### These 10: Es ist eine internationale Vereinheitlichung der Vorspannklassen anzustreben.

Eine kürzlich durchgeführte internationale Umfrage (siehe [3]) hat ergeben, dass die teilweise Vorspannung erst in einigen wenigen Normen eingeführt ist, und dass sehr unterschiedliche Definitionen für die Vorspannklassen existieren. Die Einteilung in Vorspannklassen erfolgt z. B. nach den am ungerissenen Querschnitt berechneten Betonrandzugspannungen, oder nach dem Rissverhalten im Gebrauchszustand, ausgedrückt durch eine zulässige Rissweite. Teilweise wird auch die Grösse der Spannungszuwächse im schlaffen und

im vorgespannten Stahl, berechnet am gerissenen Querschnitt, herangezogen. Meist werden je Norm 2 oder 3 hauptsächlich Vorspannklassen definiert.

Diese sehr unterschiedlichen Definitionen der Vorspannklassen in verschiedenen Normen und die vielen verschiedenen verwendeten Begriffe erschweren die Übersicht, und sie machen einen Vergleich fast unmöglich. Sofern überhaupt noch Vorspannklassen definiert werden sollen, sollte hierüber eine internationale Verständigung angestrebt werden.

Als Merkmal für die Vorspannklassen kann die Beanspruchung in der Zugzone des Querschnittes unter Gebrauchslast dienen. Dies führt zur Definition der Vorspannklassen gemäss Tab. 1. Dabei könnte man die Vorspannklassen I und II auch in eine einzige Vorspannklasse zusammenfassen, wie dies in der Norm SIA 162 (1968) etwa der Fall ist.

Eine einfache und durchaus zweckmässige Variante wäre der gänzliche Verzicht auf die Vorspannklasse «Beschränkte Vorspannung», da deren Bereich durch die Vorspannklasse «Teil-

weise Vorspannung» ja grundsätzlich abgedeckt ist.

#### Literatur

- [1] Birkenmaier M., Jacobssohn W.: «Das Verhalten von Spannbetonquerschnitten zwischen Risslast und Bruchlast». Schweiz. Bauzeitung, 77. Jahrgang (1959), S. 218-227
- [2] Bennett E.W., Joynes H.W.: «Fatigue Strength of Coldworked Non-Prestressed Reinforcement in Prestressed Concrete Beams». Magazine of Concrete Research, Vol. 31, No. 106, London, March 1979
- [3] Bachmann H.: «Partial prestressing of concrete structures». IABSE-Survey S-11/79. International Association of Bridge and Structural Engineering, Zurich, November 1979
- [4] Bachmann H.: «Stahlbeton II - Vorlesungs-Autographie». Eidg. Technische Hochschule Zürich, 1972

Adresse des Verfassers: Prof. Dr. H. Bachmann, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH-Zürich, 8093 Zürich

Nach einem Vortrag am Symposium «Partial Prestressing» der Internationalen Spannbeton-Vereinigung (FIP) in Bukarest, 15./16. Sept. 1980.

## Massenberechnung mit finiten Elementen

Von Josef Huber, Bern

Die Ermittlung der Massen und Mengen im Erd-, Strassen- und Tiefbau ist recht aufwendig. Vielfach dient sie als Grundlage für die Bauabrechnung, und es ist daher notwendig, eine gewisse Genauigkeit einzuhalten, wirken sich doch Abweichungen direkt in Frankenbeträgen aus, die einige Prozente der Bau-summe ausmachen können.

Die bisher üblichen Methoden sind die Berechnung von Einzelkörpern wie Quader, Prisma usw., sowie die Aufnahme von Quer- oder Horizontalprofilen. Bei nicht gleichförmigen Baukörpern, wie beispielsweise einer Autobahnauffahrt, sind demnach für eine einigermaßen genaue Berechnung eine Vielzahl von Querprofilen in engem Abstand erforderlich.

Im folgenden soll nun auf ein Verfahren aufmerksam gemacht werden, mit dessen Hilfe es möglich ist, beliebige komplizierte Bauformen mit relativ geringem Aufwand zu berechnen.

### Ablauf des Verfahrens

Die Oberfläche des zu berechnenden Baukörpers wird in eine begrenzte An-

zahl von Elementen zerlegt (Bild 1). Es sind folgende Elementtypen möglich:

- A Dreieckelemente
- B Viereckelemente
- C Fünfeckelemente
- D Streckenelemente.

Auf diese Weise kann man sich der Figur je nach Bedarf mehr oder weniger genau anpassen, indem markante Geländepunkte (Knickpunkte) durch Elemente verbunden werden. Die Eckpunkte der Elemente werden durch kartesische Koordination ( $x, y, z$ ) angegeben, können aber auch direkt auf der Baustelle mit dem Vermessungsinstrument polar ( $d, \alpha, \beta$ ) aufgemessen werden. Die Polaraufnahme mit Distanz- und Winkelmessung ist für die Praxis unbedingt erforderlich, sind doch die Eckpunkte des zu berechnenden Baukörpers in den seltensten Fällen durch kartesische Koordinaten gegeben.

Es ist auch möglich, die Polaraufnahmen von verschiedenen Standpunkten aus durchzuführen, wobei die Transformationen automatisch erfolgen.

Für jedes einzelne Element werden je nach Bedarf berechnet:

- die Fläche,
- das darunterliegende Volumen (bis

zur horizontalen Bezugsebene durch den Koordinatennullpunkt),  
- die Streckenlänge (bei Typ D).

Die folgende Aufsummierung (Integration) aller Elemente ergibt dann die gefragte Menge des Baukörpers.

Der hierfür erforderliche Rechenaufwand ist beträchtlich und kann naturgemäss nicht mehr manuell bewältigt werden. Es war deshalb notwendig, ein Computerprogramm zu entwickeln, das integriert abläuft und ein Mindestmass an Eingabedaten erfordert. So können die tachymetrischen Aufnahmen der Punkte direkt auf der Baustelle in ein Formular eingetragen werden und genügen, ergänzt durch die Elementpunktnummern, für die gesamte Berechnung.

Werden Bauetappen berücksichtigt, wie beispielsweise Urgelände und Aufschüttung, so ist für die Speicherung der Punkte ein grösserer Speicherraum vorzusehen.

### Formeln

Je nach Elementtyp (A bis D) und je nachdem, ob es sich um die Berechnung der Fläche ( $F$ ), des Volumens ( $V$ ) oder einer Strecke ( $S$ ) handelt, wurden folgende Formeln einprogrammiert.  $F_B$  bedeutet beispielsweise die Formel für die Fläche ( $F$ ) eines Viereckelementes ( $B$ ) mit den Koordinaten  $x_i, y_i, z_i$  der Eckpunkte.