

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 101 (1983)  
**Heft:** 6: Prof. Dr. Bruno Thürlimann zum 60. Geburtstag

**Artikel:** Über Nachweise im Gebrauchszustand  
**Autor:** Birkenmaier, Max  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-75057>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Über Nachweise im Gebrauchszustand

Von Max Birkenmaier, Zürich

## Einführung

Im letzten Jahrzehnt ist ein grosser Wandel in der Bemessungspraxis des Stahlbetons eingetreten. Statt des Nachweises von zulässigen Spannungen in Beton und Stahl mittels eines konstanten Elastizitätsverhältnisses  $n = E_e/E_b$  ( $n$ -Verfahren) wird der Bemessung der Bruchzustand des Querschnittes oder Bauteils zugrunde gelegt und ein aus Erfahrung gewonnener Sicherheitsfaktor eingehalten. Dieses Vorgehen erlaubt viel besser als bisher, die Festigkeitseigenschaften von Beton und Stahl richtig zu beurteilen und auszunützen. Für die Bestimmung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit werden auf die Beanspruchungsart (Biegung, Biegung mit Querkraft usw.) abgestimmte, einfache Berechnungsmodelle verwendet. Bei der Herleitung solcher Modelle werden die Regeln der Plastizitätstheorie

eingehalten und die Anwendungsgrenzen dieser Theorie aufgezeigt [1, 2, 3].

Nach der neuen Bemessungspraxis muss auch nachgewiesen werden, dass sich der Bauteil im Gebrauchszustand, d. h. unter Nutzlast und anderen Einflüssen, einwandfrei verhält. Unter anderem muss dabei kontrolliert werden, dass nicht zu breite Risse entstehen und dass die Verformungen des Bauteils nicht zu gross werden. Man verwendet dazu Berechnungsformeln, mit denen man Rissabstand und Rissbreite sowie die Steifigkeit eines Balkenabschnittes angenähert ermitteln kann. Solche halbempirischen Formeln werden meist aufgrund von Beobachtungen an Versuchsbalken hergeleitet [4, 5, 6].

Die Herleitung solcher Formeln aufgrund eines Berechnungsmodells war erst möglich, als Rehm [7] das Verbundgesetz für einbetonierte Betonstähle, d. h. die Beziehung zwischen Verbund-

spannungen und Gleitweg, bekanntgemacht hatte. Aufbauend auf dieser Erkenntnis sind in der Folge eine Reihe von Arbeiten entstanden, die sich mit der genaueren Berechnung von Stahlbeton-Balkenabschnitten befassen, wobei Rissebildung, Verbundverhalten, Betonverformung usw. zutreffend berücksichtigt wurden [8].

Nachfolgend wird für Nachweise im Gebrauchszustand ein einfaches Berechnungsmodell vorgestellt, bei dem das Verbundverhalten der Stähle mitberücksichtigt wird (sog. «Erweitertes  $n$ -Verfahren»).

## Erweitertes Berechnungsmodell

### Grundlagen

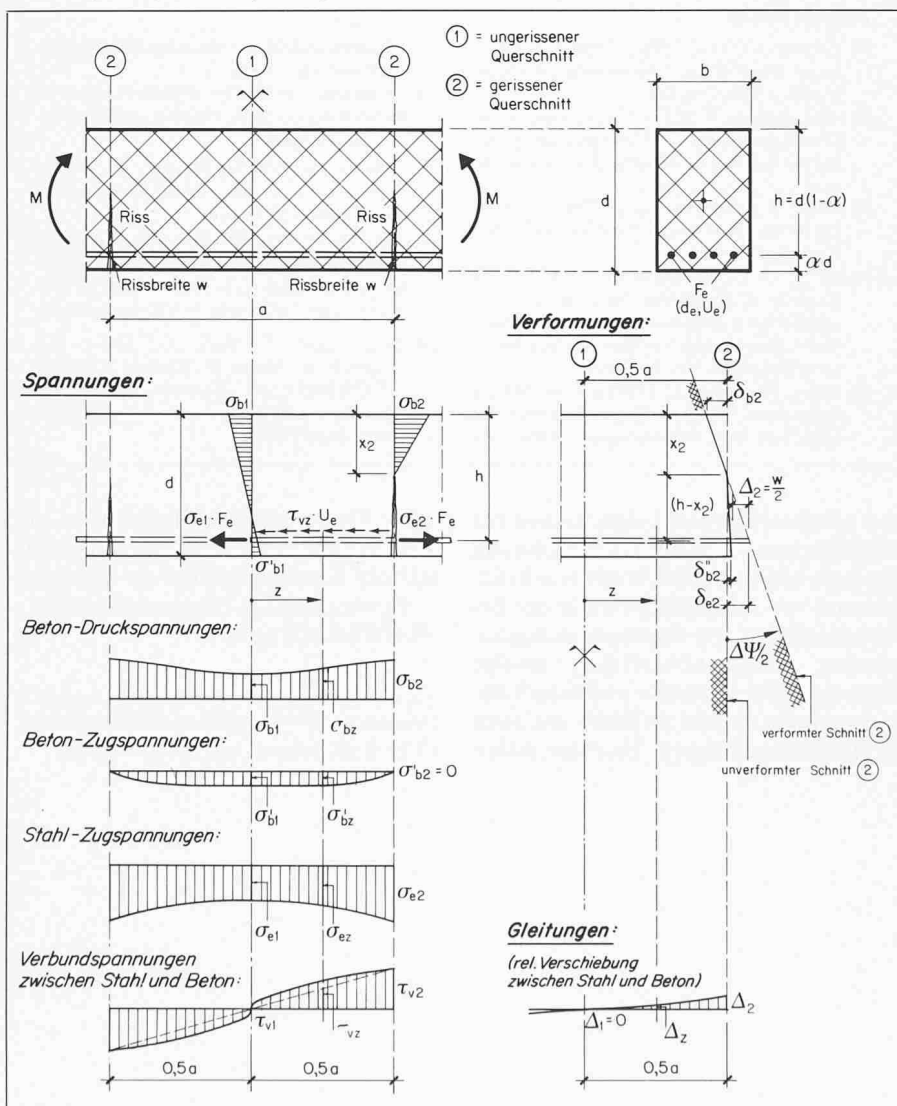
In Bild 1 ist ein unter konstanter Momentenbeanspruchung  $M$  stehender Balkenabschnitt dargestellt, der Risse im Abstand  $a$  aufweist.

Im eingerissenen Querschnitt ② treten am oberen Rande Druckspannungen  $\sigma_{b2}$  und in den Stahleinlagen Zugspannungen  $\sigma_{e2}$  auf. Die resultierende Schnittgrösse dieser im Querschnitt wirkenden Druck- und Zugspannungen entspricht dem äusseren Moment  $M$ . Da der Balken im Gebrauchszustand betrachtet wird, kann zwischen Spannungen und Verformungen sowohl für Beton wie auch für Stahl ein linearer, d. h. elastischer Zusammenhang angenommen werden. Demnach sind die Betondruckspannungen im Schnitt ② linear über die Höhe  $x_2$  der Druckzone verteilt.

Der ungerissene Querschnitt ① liegt in der Mitte zwischen zwei Rissen. Das äussere Moment  $M$  bewirkt in diesem Schnitt ① am oberen Rand Betondruckspannungen  $\sigma_{b1}$ , am unteren Rand Betonzugspannungen  $\sigma_{b1}$  und in den Stählen Zugspannungen  $\sigma_{e1}$ . Es wird angenommen, dass die Betonspannungen linear über die Balkenhöhe verteilt sind. Obwohl besonders bei engerem Rissabstand eine nichtlineare Verteilung der Betonspannung (Scheiben-Spannungszustand) möglich ist, wird für das nachfolgend entwickelte einfache Berechnungsmodell der lineare Verlauf beibehalten.

Die Öffnung des Risses im Schnitt ② d. h. die Rissbreite  $w$  zeigt an, dass zwischen den Stahlstäben und dem umgebenden Beton eine relative Verschiebung oder Gleitung von der Grösse  $\Delta_2$  stattgefunden hat. Durch solche Verschiebungen werden Verbundspannungen  $\tau_{v2}$  zwischen Beton und den profilierten Stahlstäben geweckt. Wie in Bild 1 schematisch dargestellt, wachsen diese

Bild 1. Spannungen und Verformungen im Stahlbeton-Balkenabschnitt



Verschiebungen  $\Delta_z$  vom  $\Delta_1 = 0$  im Schnitt ① auf  $\Delta_2$  im Schnitt ② stetig an. Entsprechend nehmen auch die Verbundspannungen von  $\tau_{v1}$  auf  $\tau_{v2}$  zu. Es wird somit ein solcher Rissabstand  $a$  vorausgesetzt, bei dem sich die vom Riss ② ausgehenden Verbundspannungen  $\tau_{vz}$  bis zum Schnitt ① erstrecken. Durch diese Verbundspannungen  $\tau_{vz}$  werden die Zugspannungen in den Stählen von  $\sigma_{e2}$  im Rissequerschnitt ② auf  $\sigma_{e1}$  im Schnitt ① abgebaut.

Rehm [7] hat gezeigt, dass die Grösse der an der Stelle  $z$  des Stabes wirkenden lokalen Verbundspannung  $\tau_{vz}$  aus der daselbst auftretenden gesamten Verschiebung  $\Delta_z$  bestimmt werden kann. Mittels sorgfältig durchgeführter Ausziehversuche wurde von Martin und Noakowski [9] die in Bild 2 angegebene «Verbund-Verschiebungs-Charakteristik» von Betonstählen ermittelt. Als Mass für die Stärke der Profilierung eines Stahles wurde das Verhältnis  $f_R = A_R/A_M$  verwendet. ( $A_R =$  senkrecht zur Stabachse projizierte Fläche der am Stabumfang vorhandenen Rippen;  $A_M =$  die zu  $A_R$  gehörige Mantelfläche des Stabes mit Nenndurchmesser  $d_e$ .) Wie Bild 2 zeigt, ist bei  $\Delta = 0$  nur ein geringer Haftverbund wirksam; mit zunehmender Verschiebung  $\Delta$  wird der durch die Profilierung gegebene Scherverbund wirksam, wodurch  $\tau_v$  rasch ansteigt. Die Versuche haben zudem gezeigt, dass die Grösse der Verbundspannungen linear mit der Würfeldruckfestigkeit des Betons  $\beta_w$  anwachsen; daher sind in Bild 2 bezogene Werte  $\tau_v/\beta_w$  aufgetragen.

**Lage der Nulllinie**

Es ist leicht einzusehen, dass eine genaue Berücksichtigung der nicht linearen Verbundbeziehungen gemäss Bild 2 in einer Stahlbeton-Berechnung auf komplizierte, unhandliche Formeln führen müsste. Daher wird in der folgenden Ableitung vereinfachend angenommen, dass die Verbundspannungen  $\tau_{vz}$  linear von  $\tau_{v1} = 0$  (Schnitt ①) auf  $\tau_{v2}$  (Schnitt ②) anwachsen (Bild 1). Die Verbundbeziehungen gemäss Bild 2 werden somit nur bei der Ermittlung von  $\tau_{v2}$  herangezogen, d. h. nur die im Schnitt ② auftretende Gleitung

$$\Delta_2 = \frac{w}{2}$$

ist genau berücksichtigt.

Den durch Verbundspannungen bewirkten Abbau der Stahlspannungen von  $\sigma_{e2}$  im Schnitt ② auf  $\sigma_{e1}$  im Schnitt ① erhält man aus folgender Gleichgewichtsbetrachtung:

$$(2) \quad \sigma_{e1} \cdot F_e = \sigma_{e2} \cdot F_e - \tau_{v2} \cdot U_e \cdot \frac{a}{4}$$

Dabei ist  $F_e =$  Querschnitt und  $U_e =$

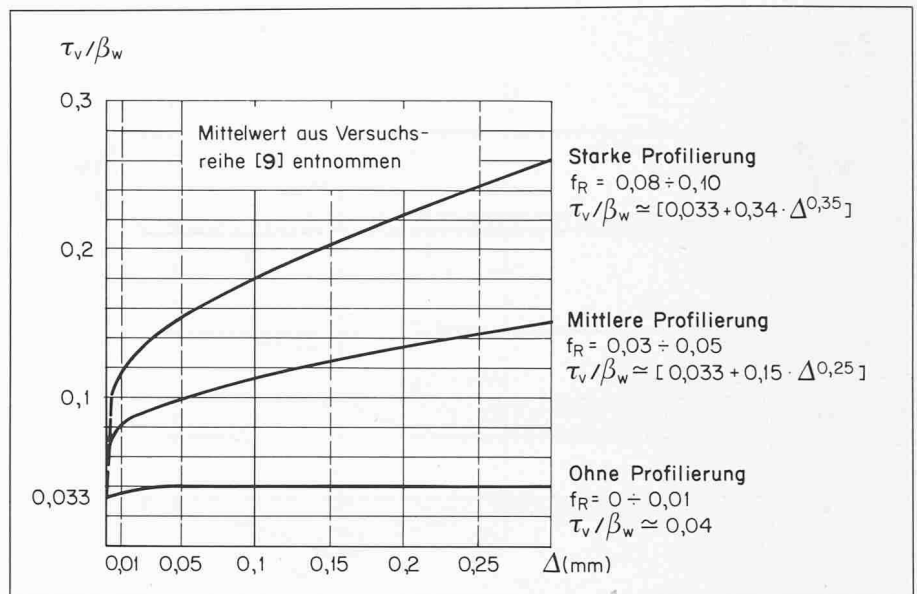


Bild 2. Verbund-Verschiebungs-Charakteristik von Betonstählen

Umfang der Stahlstäbe. Mit  $F_e/U_e = d_e/4$  ( $d_e =$  Stabdurchmesser) folgt aus (2):

$$(2a) \quad \sigma_{e1} = \sigma_{e2} - \tau_{v2} \cdot \frac{a}{d_e}$$

Die Stahlspannung  $\sigma_{e2}$  im eingerissenen Querschnitt ② folgt aus der bekannten Formel:

$$(3) \quad \sigma_{e2} = \frac{M}{F_e \cdot (h - x_2/3)}$$

Mit  $\mu = F_e/bh$  und  $\xi_2 = x_2/h$  ist auch:

$$(3a) \quad \sigma_{e2} = \frac{M}{bh^2} \cdot \frac{1}{\mu \cdot (1 - \xi_2/3)}$$

Der Nulllinien-Abstand  $x_2$  muss aus einer Verformungsbedingung abgeleitet werden, welche für den Balkenabschnitt ① bis ② zu formulieren ist.

Aus der Darstellung in Bild 1 folgt anschaulich diese Verformungsbedingung zu

$$(4) \quad \delta_{b2} = \delta_{e2} \cdot \frac{x_2}{(h - x_2)}$$

Die Beton-Randverformung  $\delta_{b2}$  folgt aus:

$$\delta_{b2} = \int_0^{a/2} \frac{\sigma_{bz}}{E_b} dz$$

Ohne grossen Fehler auf das Endergebnis kann vereinfachend geschrieben werden:

$$(5) \quad \delta_{b2} \approx \frac{\sigma_{b2}}{E_b} \cdot \frac{a}{2}$$

Für die Stahlverformung  $\delta_{e2}$  muss die durch die Verbundspannung  $\tau_{vz}$  bewirkte Veränderlichkeit der Stahlspannungen  $\sigma_{ez}$  berücksichtigt werden.

Bei dreieckförmiger Verteilung von  $\tau_{v2}$  verläuft  $\sigma_{e2}$  zwischen  $\sigma_{e1}$  und  $\sigma_{e2}$  nach quadratischer Parabel. Somit ist

$$\delta_{e2} = \frac{\sigma_{e2} \cdot a}{2 \cdot E_e} - \frac{(\sigma_{e2} - \sigma_{e1}) \cdot a}{3 \cdot E_e}$$

oder

$$(6) \quad \delta_{e2} = \frac{(\sigma_{e2} + 2 \cdot \sigma_{e1}) \cdot a}{6 \cdot E_e}$$

Gl. (5) und Gl. (6) in Gl. (4) eingesetzt ergibt:

$$\frac{\sigma_{b2} \cdot a}{2 \cdot E_b} = \frac{(\sigma_{e2} + 2 \cdot \sigma_{e1}) \cdot a}{6 \cdot E_e} \cdot \frac{x_2}{(h - x_2)}$$

Am Rissequerschnitt gilt zudem:

$$\frac{\sigma_{b2} \cdot b \cdot x_2}{2} = \sigma_{e2} \cdot F_e \quad \text{oder}$$

$$\sigma_{b2} = \frac{2 \cdot \sigma_{e2} \cdot F_e}{b \cdot x_2}$$

Daher ist auch:

$$\frac{\sigma_{e2} \cdot F_e \cdot a}{E_b \cdot b \cdot x_2} = \frac{(\sigma_{e2} + 2 \cdot \sigma_{e1}) \cdot a}{6 \cdot E_e} \cdot \frac{x_2}{(h - x_2)}$$

oder mit:  $E_e = n \cdot E_b$ :

$$x_2^2 - \frac{2 \cdot n \cdot F_e}{b} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{e2}}{(\sigma_{e2} + 2 \cdot \sigma_{e1})} \cdot (h - x_2) = 0$$

Setzt man:

$$(7) \quad \lambda = \frac{3 \cdot \sigma_{e2}}{(\sigma_{e2} + 2 \cdot \sigma_{e1})} = \frac{3}{(1 + 2 \sigma_{e1}/\sigma_{e2})}$$

so erhält man die folgende Bestimmungsgleichung für den Nulllinien-Abstand  $x_2$ :

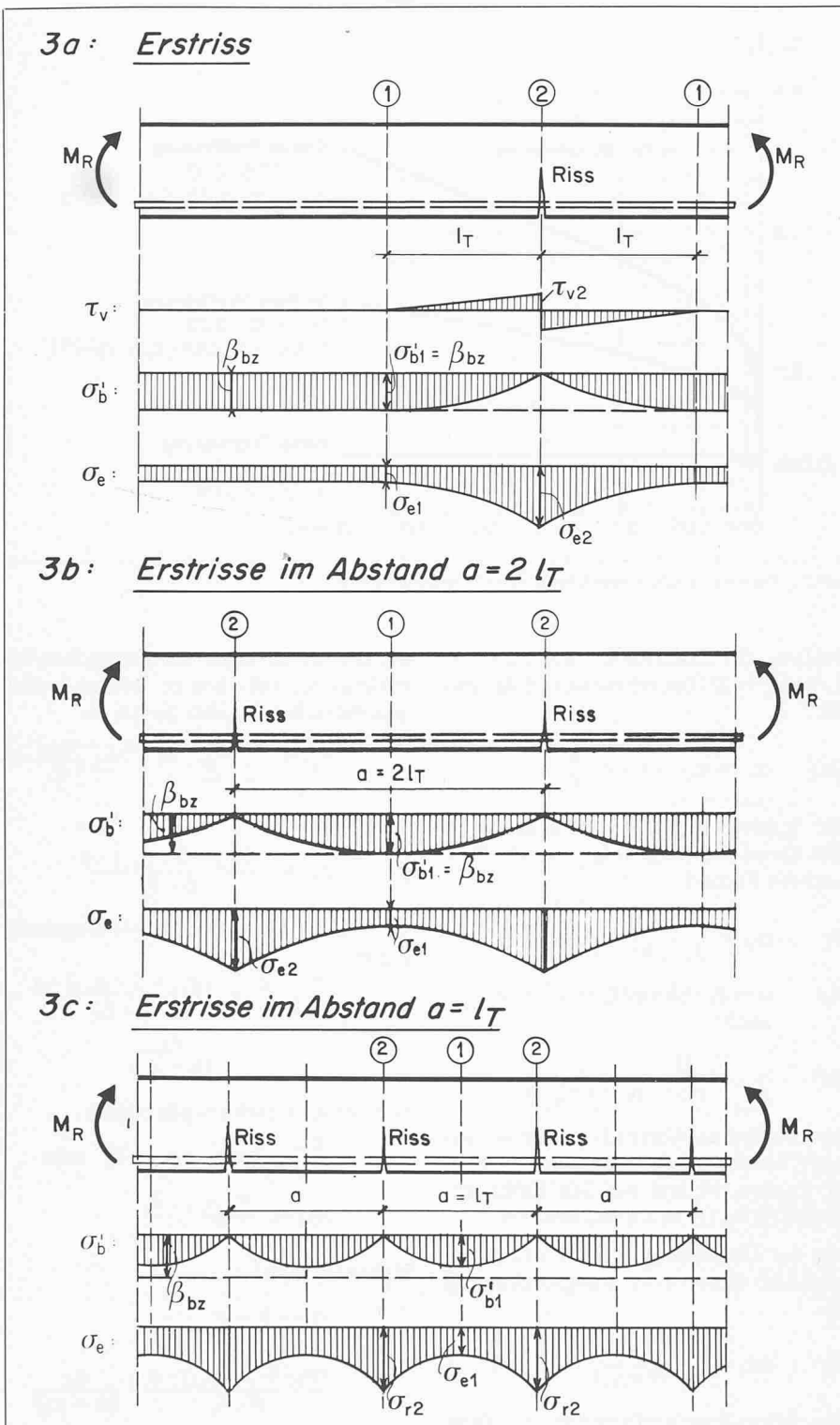


Bild 3. Erstriss-Bildung

$$(8) \quad x_2^2 - \frac{2 \cdot n \cdot \lambda \cdot F_e}{b} (h - x_2) = 0$$

mit:  $\xi_2 = x_2/h$  und  $\mu = F_e/b \cdot h$

ist auch:

$$(9) \quad \xi_2^2 - 2 \cdot n \cdot \lambda \cdot \mu (1 - \xi_2) = 0$$

Die Auflösung der quadratischen Gleichung ergibt:

$$(10) \quad \xi_2 = n \cdot \lambda \cdot \mu \left[ \sqrt{1 + \frac{2}{n \cdot \lambda \cdot \mu}} - 1 \right]$$

Durch den Faktor  $\lambda$  wird in Gl. (10) der Abbau der Stahlspannungen von  $\sigma_{e2}$  im Schnitt ② auf  $\sigma_{e1}$  im Schnitt ① infolge Verbundspannungen berücksichtigt. Bei engem Rissabstand ist  $\sigma_{e1} \approx \sigma_{e2}$  und damit  $\lambda = 1,0$ ; Gl. (10) stimmt in diesem Falle mit der bekannten Gleichung der klassischen Stahlbetontheorie überein.

**Rissbreite**

Die Rissbreite  $w$  ergibt sich gemäss Bild 1 aus der Stahlverformung  $\delta_{e2}$  und der

in der Höhe des Stahles vorhandenen Betonverformung  $\delta''_{b2}$  zu:

$$(11) \quad w = 2 \cdot (\delta_{e2} - \delta''_{b2})$$

Im Vergleich zu  $\delta_{e2}$  ist die zugehörige Verformung  $\delta''_{b2}$  klein, so dass man ohne grossen Fehler in Gl. (11)  $\delta''_{b2} \approx 0$  annehmen kann. Setzt man zudem  $\delta_{e2}$  nach Gl. (6) in Gl. (11) ein, so wird:

$$(12) \quad w = \frac{(\sigma_{e2} + 2 \cdot \sigma_{e1})}{3 E_e} \cdot a$$

Führt man den Faktor  $\lambda$  nach Gl. (7) ein, so ist auch

$$(12a) \quad w = \frac{\sigma_{e2}}{\lambda \cdot E_e} \cdot a$$

Wird  $a$  nach Gl. (2a) eingesetzt, so folgt:

$$(12b) \quad w = \frac{\sigma_{e2} \cdot (\sigma_{e2} - \sigma_{e1})}{\lambda \cdot E_e \cdot \tau_{v2}} \cdot d_e$$

**Krümmung**

Der Balkenabschnitt Bild 1 verformt sich unter Momentenbeanspruchung  $M$  auf der Länge  $a$  um den Winkel:

$$\Delta \psi = 2 \cdot \frac{\delta_{e2}}{(h - x_2)}$$

Die auf der Strecke  $a$  vorhandene mittlere Krümmung  $\chi$  beträgt somit:

$$\chi = \frac{1}{a} = \frac{\Delta \psi}{a} = \frac{2 \cdot \delta_{e2}}{(h - x_2) \cdot a}$$

Mit  $\delta_{e2}$  nach Gl. (6) wird:

$$\chi = \frac{1}{a} = \frac{(\sigma_{e2} + 2 \cdot \sigma_{e1})}{3 \cdot E_e \cdot (h - x_2)}$$

Führt man wiederum den Faktor  $\lambda$  nach Gl. (7) ein, so ist:

$$\chi = \frac{1}{a} = \frac{\sigma_{e2}}{\lambda \cdot E_e \cdot (h - x_2)} = \frac{\sigma_{e2}}{\lambda \cdot E_e \cdot h \cdot (1 - \xi_2)}$$

Mit  $\sigma_{e2}$  nach Gl. (3) und  $E_e = n \cdot E_b$  ist auch:

$$(13) \quad \chi = \frac{1}{a} = \frac{M}{E_b \cdot b \cdot h^3} \cdot \frac{1}{n \cdot \lambda \cdot \mu \cdot (1 - \xi_2) \cdot (1 - \xi_2/3)}$$

Bezieht man die Krümmung auf den homogenen Betonquerschnitt mit  $J_b = b \cdot d^3/12 = b \cdot h^3/12 \cdot (1 - \alpha)^3$

so erhält man:

$$(13a) \quad \chi = \frac{1}{a} = \frac{M}{[E_b \cdot J]};$$

$$[E_b \cdot J] = k \cdot E_b \cdot J_b$$

$$k = [12 \cdot (1 - \alpha)^3 \cdot n \cdot \lambda \cdot \mu \cdot (1 - \xi_2) \cdot (1 - \xi_2/3)]$$

Der Faktor  $k$  beschreibt die Abminde-

rung der Biegesteifigkeit infolge Risse- bildung.

**Rissmoment**

Die ersten Risse entstehen, wenn im homogenen, ungerissenen Balken die Beton-Randspannung  $\sigma'_{b1}$  die Biegezug- festigkeit  $\beta_{bz}$  überschreitet. Das bei  $\sigma'_{b1} = \beta_{bz}$  vorhandene Moment  $M = M_R$  wird als Rissmoment bezeichnet.

$$(14) \quad M_R = \beta_{bz} \cdot w_{iu}$$

Dabei ist  $w_{iu}$  das Widerstandsmoment des ideellen Querschnittes, berechnet mit der vollen Betonfläche und der  $n$ -fachen Stahlfläche. Bei geringem Be- wehrungsgehalt kann  $w_{iu} \approx w_{bu}$  gesetzt werden und man erhält:

$$(14a) \quad M_R = \beta_{bz} \cdot \frac{bh^2}{6(1-\alpha)^2}$$

Die unter  $M_R$  im homogenen Verbund- querschnitt vorhandene geringe Stahl- spannung folgt aus:

$$\sigma_{e1} \approx n \cdot \beta_{bz} \cdot \frac{(d/2 - \alpha d)}{d/2};$$

oder:

$$(14b) \quad \sigma_{e1} \approx n \cdot \beta_{bz} \cdot (1 - 2\alpha)$$

**Erstriss-Abstand**

Auf Bild (3a) ist der Verlauf der Verbundspannungen  $\tau_v$ , der Betonspannungen  $\sigma_{b1}$  und der Stahlspannungen  $\sigma_e$  angegeben, wie diese nach Bildung eines Einzelrisses unter  $M = M_R$  sich einstellen. Im Abstand  $L_T$  (sog. Eintragslänge) vom Riss ist der ungestörte homogene Zustand wieder vorhanden. Mit Hilfe der *Eintragslänge*  $L_T$  lässt sich der mögliche Abstand der Erstrisse unter  $M = M_R$  festlegen. Aus Bild 3b) und 3c) kann entnommen werden, dass solche Erstrisse nur in einem Abstand, der kleiner als  $2 \cdot L_T$  oder grösser als  $L_T$  ist, auftreten können. Somit ist:

$$(15) \quad L_T < a < 2 \cdot L_T$$

Für die üblichen Nachweise ist es zweckmässig, von einem Erstrissabstand  $a = 1,5 L_T$  auszugehen.

Zur Bestimmung der Eintragslänge  $L_T$  betrachtet man den Zustand Bild 3b) mit  $a = 2L_T$  und erhält aus Gl. (2a):

$$(16) \quad a = 2L_T = \frac{(\sigma_{e2} - \sigma_{e1})}{\tau_{v2}} \cdot d_e$$

Die Stahlspannung  $\sigma_{e1}$  im homogenen Mittelschnitt ① folgt aus Gl. (14b), während  $\sigma_{e2}$  nach Gl. (3a) mit  $M = M_R$  bestimmt wird (siehe Beispiel).

**Rissabstand bei Laststeigerung**

Bei Steigerung des Momentes über  $M_R$  hinaus, d. h.  $M > M_R$ , kann der Erstriss-

abstand  $a = 1,5 L_T$  so lange beibehalten werden, bis im Mittelschnitt ① wieder  $\sigma'_{b1} = \beta_{bz}$  erreicht ist. Dann bildet sich dort ein neuer Riss, und die Rechnung muss mit dem neuen Rissabstand  $a = 0,75 L_T$  fortgeführt werden usw.

Man kann den Momentenbereich, bis zu welchem ein bestimmter Rissabstand  $a$  beibehalten werden kann, wie folgt eingrenzen: Das im Schnitt ① wirkende Biegemoment  $M$  wird von der im Stahl vorhandenen Zugkraft  $Z_{e1} = \sigma_{e1} \cdot F_e$  und von den über die Querschnittshöhe linear verteilten Betonspannungen  $\sigma_{b1}$  gebildet.

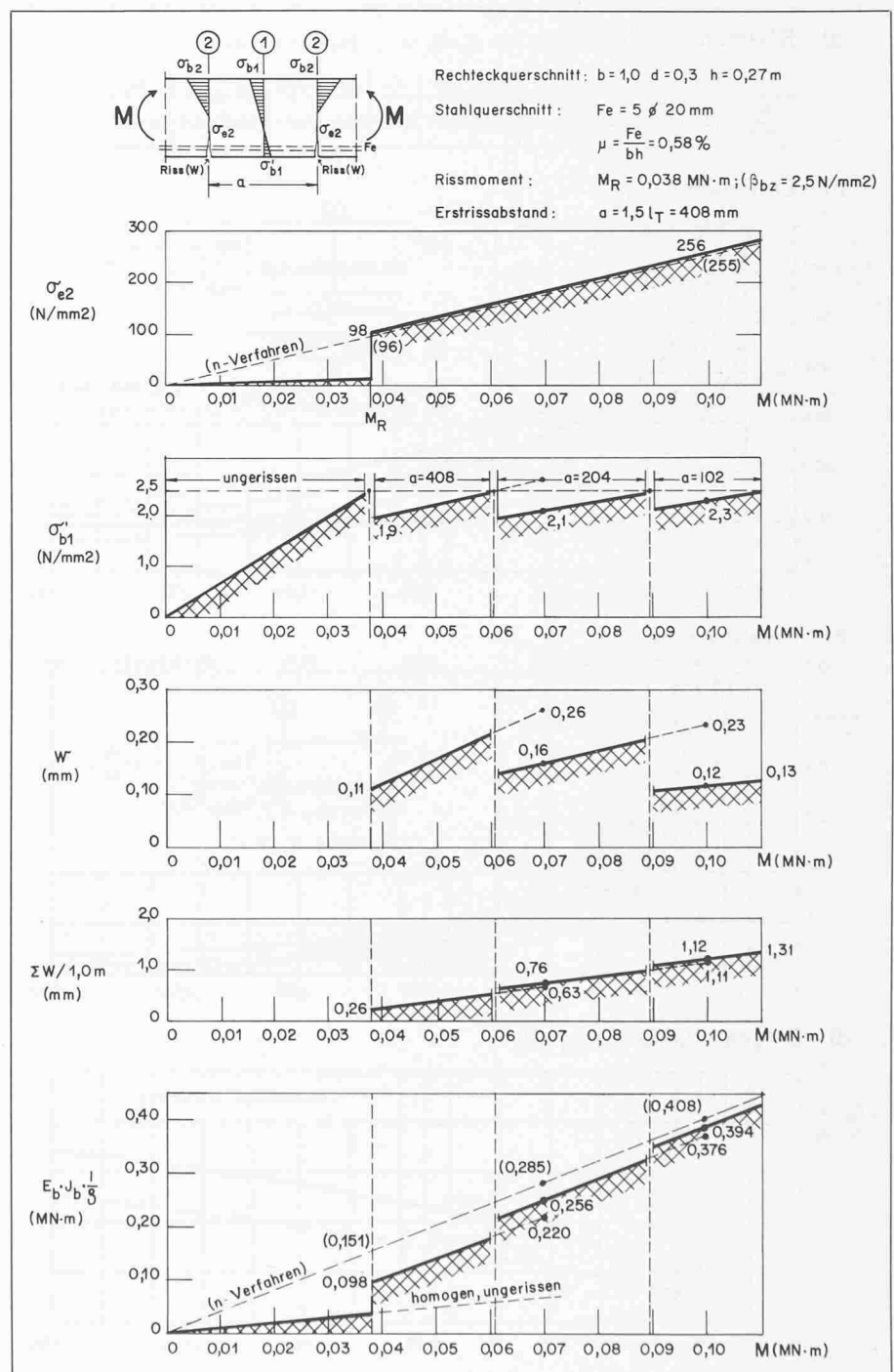
Man kann somit anschreiben:

$$(17) \quad M = \sigma_{e1} \cdot F_e \cdot (h - d/3) + \sigma'_{b1} \cdot \frac{b \cdot d^2}{6}$$

Dabei ist der Abstand der Zugkraft  $Z_{e1}$  vom oberen Kernpunkt und  $bd^2/6$  das Widerstandsmoment des Betonquerschnittes. Mit  $h = d(1 - \alpha)$  erhält man daraus die folgende *Bedingungsgleichung*:

$$(18) \quad \sigma'_{b1} = \frac{M}{b \cdot h^2} \cdot 6 \cdot (1 - \alpha)^2 - \sigma_{e1} \cdot \mu \cdot (4 - 6\alpha) \cdot (1 - \alpha) \leq \beta_{bz}$$

Bild 4. Anwendungsbeispiel



### Anwendungsbeispiel

Bei Anwendung der Formeln ist es zweckmässig, von geschätzten Zahlenwerten für  $\lambda$  auszugehen und diese wenn nötig zu korrigieren.

#### Rechteckquerschnitt

$b = 1,0 \text{ m}; d = 0,3 \text{ m}; h = 0,27 \text{ m};$   
 $bh^2 = 0,0729 \text{ m}^3; \alpha = 0,1$   
 $\beta_w = 30 \text{ N/mm}^2; \beta_{bz} = 2,5 \text{ N/mm}^2$   
 $F_e = 5 \text{ } \varnothing 20 \text{ mm} = 1571 \text{ mm}^2; \mu = 0,58\%;$   
 mittlere Prof.  $f_R \sim 0,04$   
 $\sigma_{ef} = 460 \text{ N/mm}^2; E_e = 210\,000 \text{ N/mm}^2, n = 7$

#### Rissmoment

$$(14a) \frac{M_R}{bh^2} = \frac{\beta_{bz}}{6(1-\alpha)^2} = 0,514 \text{ N/mm}^2; M_R = 0,038 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

#### Eintragslänge $l_T$ für $M = M_R$ :

(Betrachte dazu Zustand gemäss Bild 3b mit  $a = 2l_T$ )  
 Schätze  $\lambda = 2,4$

$$(10): \xi_2 = 0,355$$

$$(3a): \sigma_{e2} = 100,5 \text{ N/mm}^2; (14b): \sigma_{e1} = n \cdot \beta_{bz} (1 - 2\alpha) = 14,0 \text{ N/mm}^2$$

$$(7): \lambda = 2,35 \text{ (Schätzung } \lambda = 2,4 \text{ genügt)}$$

$$(12b): w = \frac{0,352}{\tau_{v2}}$$

$$\Delta_2 = \frac{0,176}{\tau_{v2}}$$

Bild 2:  $\tau_{v2} = 30 [0,033 + 0,15 \cdot \Delta_2^{0,25}]$

Auflösen durch Probieren gibt:  
 $\tau_{v2} = 3,17 \text{ N/mm}^2$

$$(16): a = 2 \cdot L_T = 544 \text{ mm}; L_T = 272 \text{ mm}$$

Erstarrabstand:  $a = 1,5 \cdot L_T = 408 \text{ mm}$

#### Zustand $M = M_R$ :

Rissabstand:  $a = 408 \text{ mm}$

Schätze  $\lambda = 1,8$

$$(10): \xi_2 = 0,316; (3a): \sigma_{e2} = 99,1 \text{ N/mm}^2$$

$$(12a): w = 0,107 \text{ mm}; \Delta_2 = 0,053 \text{ mm}$$

Bild 2:  $\tau_{v2} = 3,15 \text{ N/mm}^2; (2a): \sigma_{e1} = 34,7 \text{ N/mm}^2$

$$(7): \lambda = 1,76 \text{ (Schätzung } \lambda \text{ genügt)}$$

$$(18) \sigma'_{b1} = 1,9 \text{ N/mm}^2$$

$$(13a): [E_b \cdot J] = [0,383] \cdot E_b \cdot J_b;$$

$$E_b J_b \cdot \frac{1}{\varrho} = 0,099 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

#### Zustand $M = M_{ser}$ :

##### Bruchmoment

$$M_{br} = \sigma_{ef} \cdot F_e \cdot h (1 - 0,5 \xi_{ii});$$

$$\xi_{ii} = \frac{\sigma_{ef} \cdot F_e}{0,6 \cdot \beta_w \cdot b \cdot h}$$

$$M_{br} = 0,180 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

Moment unter max. Gebrauchslast:

$$M_{max} = M_{br} / 1,8 = 0,100 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

Moment unter massgebender Gebrauchslast:

$$M_{ser} = 0,070 \cdot M_{max} = 0,100 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

Rissabstand:

$$a = 0,75 \cdot L_T = 204 \text{ mm}$$

Schätze  $\lambda = 1,15$

$$(10): \xi_2 = 0,262; (3a): \sigma_{e2} = 181,9 \text{ N/mm}^2$$

$$(12a): w = 0,155 \text{ mm}; \Delta_2 = 0,077 \text{ mm};$$

Bild 2:  $\tau_{v2} = 3,36 \text{ N/mm}^2$

$$(2a): \sigma_{e1} = 147,6 \text{ N/mm}^2; (7): \lambda = 1,14 \text{ (Schätzung } \lambda \text{ genügt)}$$

$$(18): \sigma'_{b1} = 2,1 \text{ N/mm}^2; \text{ somit ist Annahme } a = 204 \text{ mm} \text{ zulässig}$$

Hinweis: Wenn  $\sigma'_{b1} > \beta_{bz}$  ist, muss Rechnung mit Rissabstand  $a = 0,375 L_T = 102 \text{ mm}$  wiederholt werden.

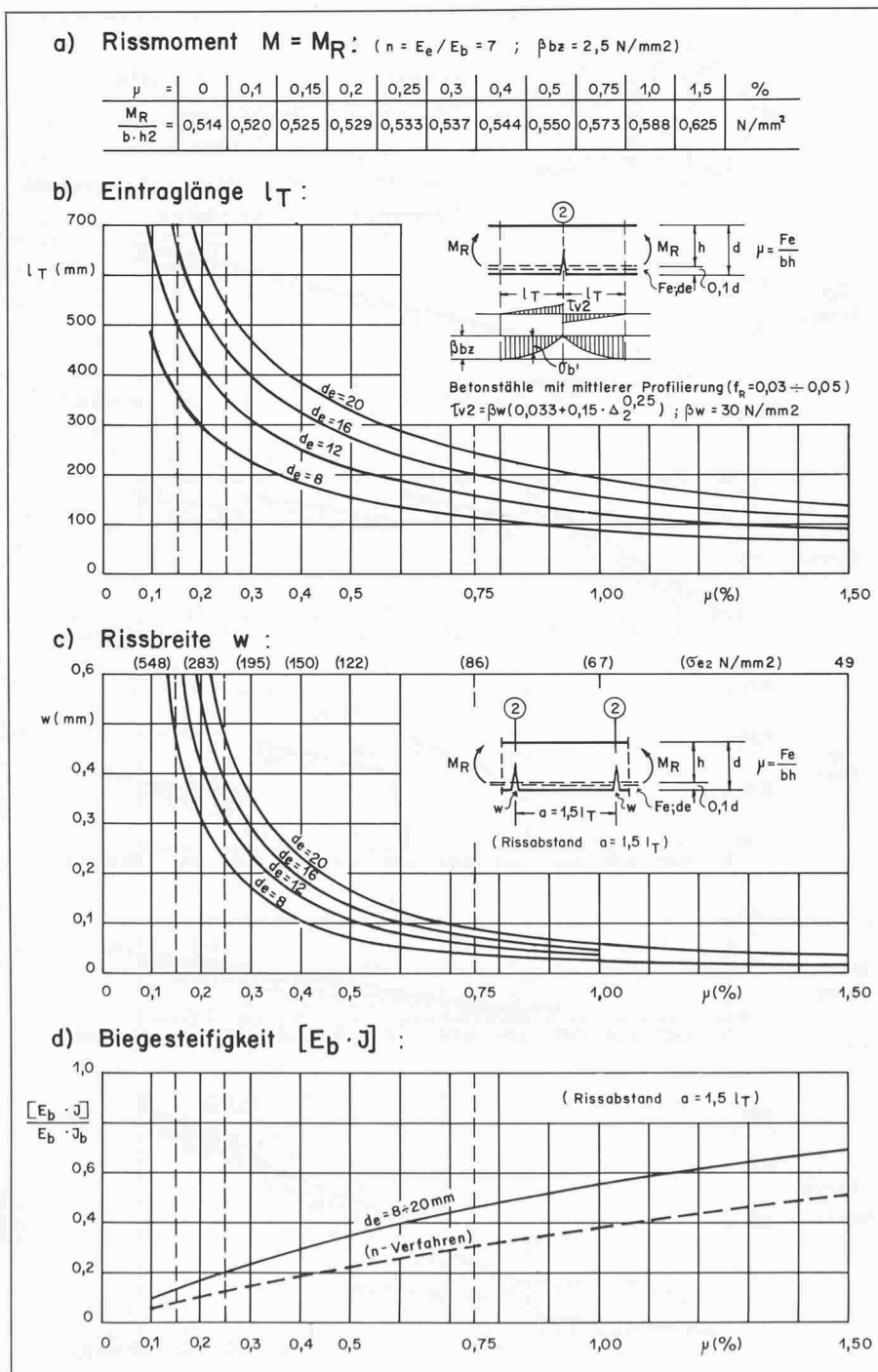
$$(13a): [E_b \cdot J] = [0,273] E_b \cdot J_b;$$

$$E_b \cdot J_b \cdot \frac{1}{\varrho} = 0,256 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

#### Darstellung der Ergebnisse

In Bild 4 sind die Ergebnisse - ergänzt durch Rechnungen für andere  $M$ -Werte - aufgetragen. Solche Zahlenrechnungen werden mit Vorteil auf einem programmierbaren Taschenrechner durchgeführt. Man sieht, dass die Stahlspannung  $\sigma_{e2}$  nur wenig von den Werten der üblichen  $n$ -Berechnung abweicht. Erreicht die Betonzugspannung den Wert  $\sigma'_{b1} = \beta_{bz} = 2,5 \text{ N/mm}^2$ , so halbiert sich jeweils der Rissabstand  $a$ , wobei die im Zwi-

Bild 5. Beanspruchung mit Rissmoment  $M = M_R$



schnitt ① wirkende Zugspannung  $\sigma_{b1}$  jetzt kleiner als  $\beta_{bz}$  ist.

Bemerkenswert ist die Tatsache, dass der mit wachsendem Moment  $M$  sprunghaft sich ändernde Rissabstand  $a$  masgebend die Rissbreite  $w$  beeinflusst. Halbiert sich der Rissabstand  $a$ , so reduziert sich die Rissbreite  $w$  etwa auf die Hälfte.

Wie dargestellt, kann der Rissezustand eines Balkenabschnittes auch durch  $\Sigma_n$ , je 1,0 m, d. h. Anzahl der Risse je 1,0 m mal Rissbreite  $w$ , beschrieben werden. Das aufgetragene Momenten-Krümmungsdiagramm zeigt deutlich den Einfluss der Rissebildung.

### Schlussfolgerungen

Durch Einbau des *Rehmschen Verbundgesetzes* in das bekannte  $n$ -Verfahren erhält man ein Berechnungsmodell, mit dem u. a. der Rissabstand  $a$ , die Rissbreite  $w$  und die Steifigkeit  $[E_b \cdot J]$  in einem Stahlbetonbalken bestimmt werden können (sogenanntes «erweitertes  $n$ -Verfahren»).

Vergleiche mit Beobachtungen an Versuchsbalken zeigen, dass mit dem vorgeschlagenen Modell das Risseverhalten im Gebrauchszustand zutreffend beschrieben wird. Zur Vereinfachung der Nachweise können mit dem Verfahren auch Nachweis-Diagramme aufgestellt werden. Als Beispiel sind in Bild 5 für den Zustand Rissmoment  $M = M_R$  sowohl die Eintragslänge  $L_T$  wie auch die Rissbreite  $w$  und die Biegesteifigkeit  $[E_b \cdot J]$  in Funktion von Bewehrungsgehalt  $\mu$  und Stabdurchmesser  $d_e$  aufgetragen. Auf Bild 6 sind analoge Diagramme für den Momentenbereich  $M > M_R$  aufgetragen. Als Beispiel ist hier das beim Rissabstand  $a = 0,75 L_T$  grösstmögliche Moment  $M = M_2$  gewählt. Bei  $M = M_2$  erreicht nämlich die Betonzugspannung  $\sigma'_{b1}$  den Wert  $\beta_{bz}$  und die zu  $a = 0,75 L_T$  gehörende Rissbreite  $w$  wird hier ein Maximum (siehe Bild 4). Wie dargestellt, ist beim Rissabstand  $a = 0,75 L_T$  die Biegesteifigkeit  $[E_b \cdot J]$  nur noch wenig grösser als nach dem  $n$ -Verfahren.

Man kann zeigen, dass für engere Rissabstände, d. h. für Momente  $M > M_2$ , die errechneten Rissbreiten eher kleiner sind als bei  $a = 0,75 L_T$ , so dass man Bild 6 zur Beschreibung der grösstmöglichen Werte für  $w$  verwenden kann.

Die in Bild 5 und 6 als Beispiele aufgetragenen Diagramme leisten auch beim Aufstellen einfacher Nachweisregeln (z.B. zulässige Stahlspannungen in Funktion von  $\mu$  und  $d_e$ ) gute Dienste.

Die Verwendung eines «geschlosse-

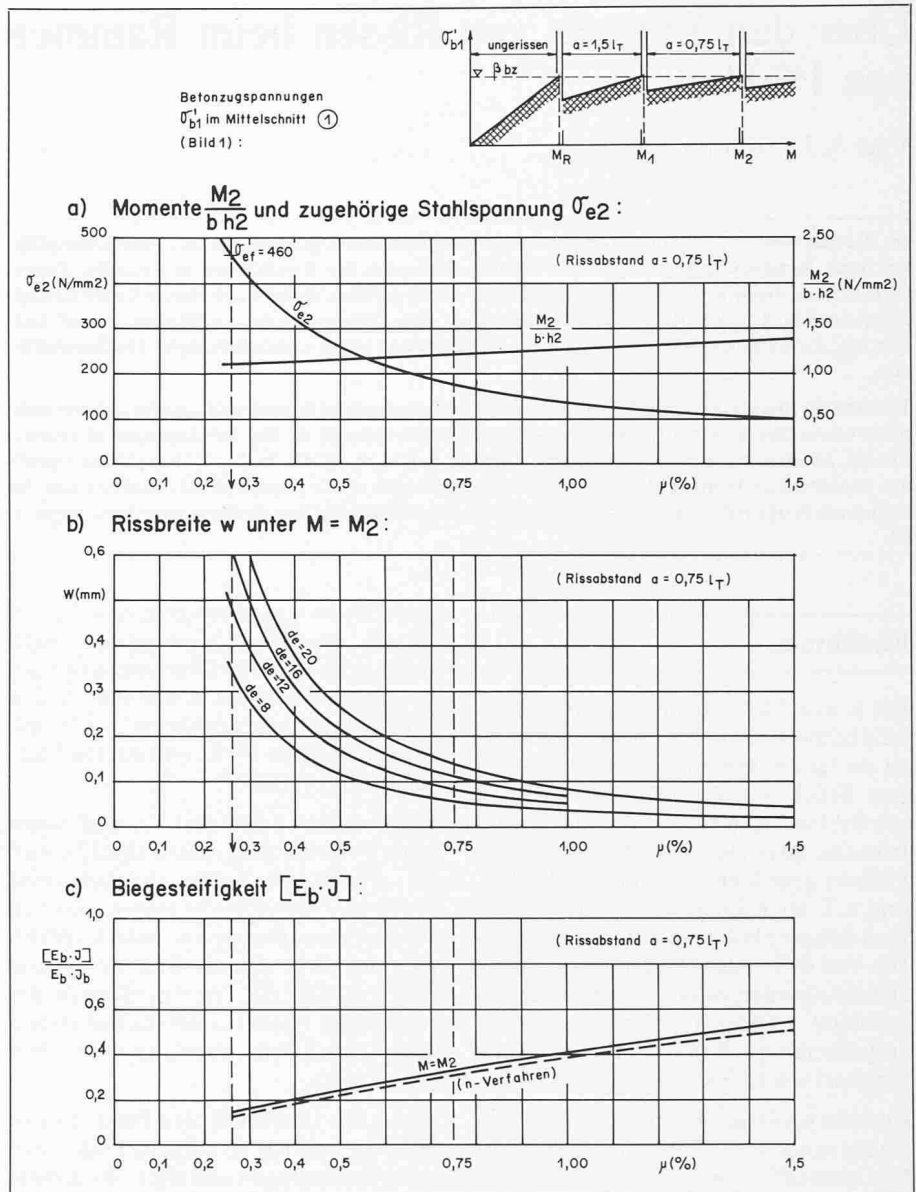


Bild 6. Beanspruchung mit Moment  $M = M_2$  (Berechnungsannahmen siehe Bild 5)

### Literatur

- [1] Thürlimann, B., Grob, J., Lüchinger, P. (1975): «Torsion, Biegung und Schub in Stahlbetonträgern». Vorlesungen, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich
- [2] Marti, P., Thürlimann, B. (1977): «Fließbedingung für Stahlbeton mit Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit». Beton- und Stahlbetonbau Heft 1
- [3] Marti, P. (1980): «Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton». Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 104
- [4] «Code Modèle CEB-FIP pour les structures en béton», 3e édition, 1978
- [5] Favre, R., Koprna, M., Putallaz, J.-C. (1981): «Deformation of Concrete Structures». Theoretical Basis for the Calculation. IVBH-Berichte
- [6] Menn, Ch. (1981): «Gebrauchsfähigkeit von Stahlbetontragwerken». Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 1-2
- [7] Rehm, G. (1961): «Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton». Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Nr. 138
- [8] Noakowski, P. (1978): «Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur». Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 296 (darin ausführliches Literaturverzeichnis)
- [9] Martin, H., Noakowski, P. (1981): «Verbundverhalten von Betonstählen. Untersuchung auf Grundlage von Ausziehversuchen». Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 316

nen» Berechnungsmodelles in der hier gezeigten Art ist oft vorteilhaft, denn mit nur wenigen Modellparametern – in unserem Falle  $n = E_e/E_b$ ;  $\tau_v = f(\Delta)$ ;

$\beta_{bz}$  – kann ein komplexer physikalischer Vorgang einfach erfasst werden.

Adresse des Verfassers: Dr. M. Birkenmaier, Stahlton AG, Riesbachstr. 57, 8034 Zürich.