

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 112 (1994)  
**Heft:** 21

**Artikel:** Einfluss der Betoneigenschaften auf die Biegeverformungen  
**Autor:** Favre, Renaud  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-78444>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



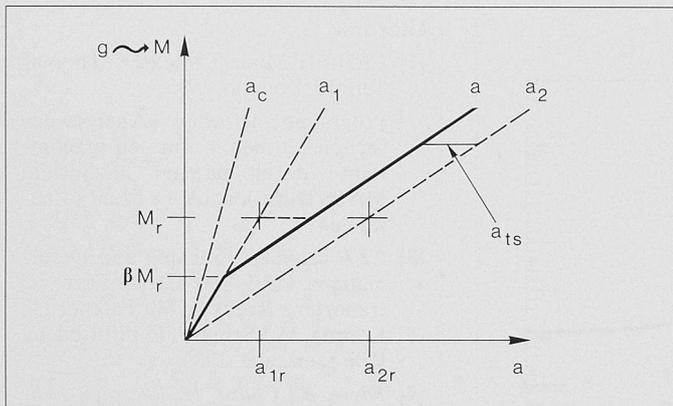


Bild 3. Bilineare Momenten-Durchbiegungs-Beziehung

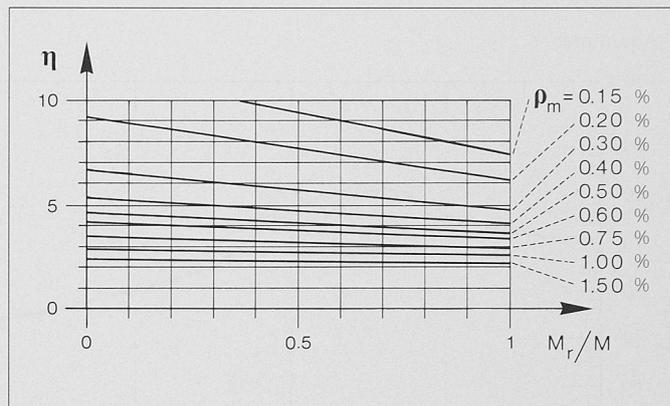


Bild 4. Korrekturfaktor  $\eta$

Dazu kann aufgrund theoretischer Überlegungen und praktischer Versuche die in Bild 3 angegebene Last-Durchbiegungs-Beziehung hergeleitet werden [3].

Darin bedeuten  $a_1$  und  $a_2$  die Durchbiegungen im Stadium 1 bzw. 2 unter Berücksichtigung des Kriechens,  $a_{ts}$  die aussteifende Wirkung des gezogenen Betons.  $M_r$  ist das Rissmoment an der Stelle (meistens Feldmitte), wo die Durchbiegung am grössten ist. Für Langzeitdurchbiegungen ist  $\beta = 0,5$ . Die zu erwartende Durchbiegung  $a$  folgt einem bilinearen Gesetz und verläuft für  $M > \beta \cdot M_r$  parallel zur Geraden  $a_2$ . Dank einer parametrischen Studie konnte aus diesem Ansatz folgende stark vereinfachte Beziehung für die Langzeitdurchbiegung  $a$  hergeleitet werden:

$$a = \eta \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot (1 - 20\rho_m) a_c$$

Darin bedeuten:

- $\eta$  Risse und Kriechen berücksichtigender Faktor
- $h$  Querschnittshöhe
- $d$  statische Höhe
- $\rho_m$  mittlerer Druckarmierungsgehalt
- $a_c$  elastische Durchbiegung berechnet nach der Elastizitätstheorie

Weil das zugrunde liegende Gesetz bilinear und nicht linear ist, hängt  $\eta$  vom Verhältnis  $M_r/M$  ab.  $\eta$  hängt des weiteren stark vom mittleren Zugarmierungsgehalt  $\rho_m$  ab. Für die anderen Parameter wurden vereinfachend folgende konstante Werte angenommen:  
 $\alpha = E_s/E_c = 7$ , Kriechzahl  $\varphi = 2,5$   
 Alterungsfaktor  $\chi = 0,8$

Damit konnte das in Bild 4 abgebildete Diagramm hergeleitet werden.

Für die praktische Anwendung wirkt sich zum Teil noch erschwerend die Bestimmung von  $M_r/M$  aus. Da  $\eta$  aber zumindest für  $\rho_m > 0,30\%$  nur wenig von diesem Verhältnis abhängt, wurde im Sinne einer weiteren Vereinfachung  $\eta$  grob für  $M_r/M \approx 0,5$  aus Bild 4 bestimmt.

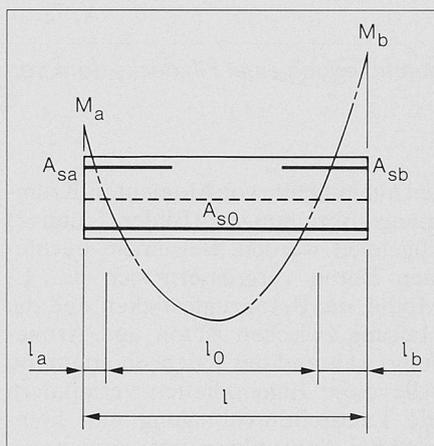


Bild 5. Bestimmung der Längen  $l_a$ ,  $l_o$  und  $l_b$

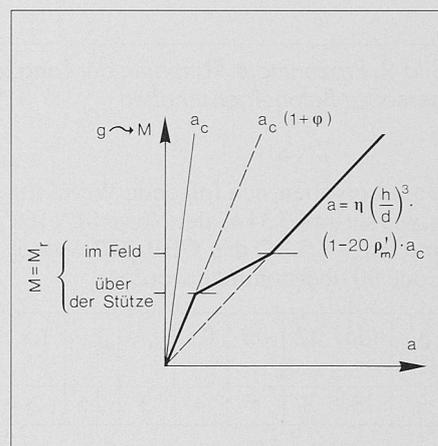


Bild 6. Vereinfachte Momenten-Durchbiegungs-Beziehung

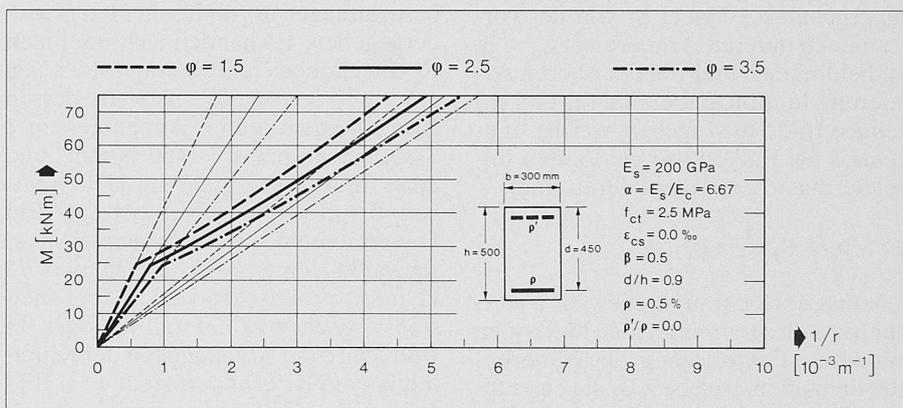


Bild 7. Momenten-Krümmungs-Beziehungen für  $\varphi = 1,5; 2,5; 3,5$

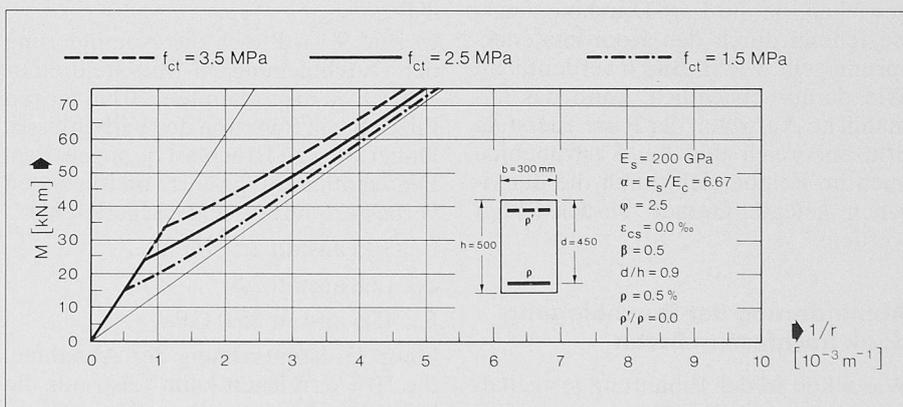


Bild 8. Momenten-Krümmungs-Beziehungen für  $f_{ct} = 1,5; 2,5; 3,5 \text{ N/mm}^2 \text{ (MPa)}$

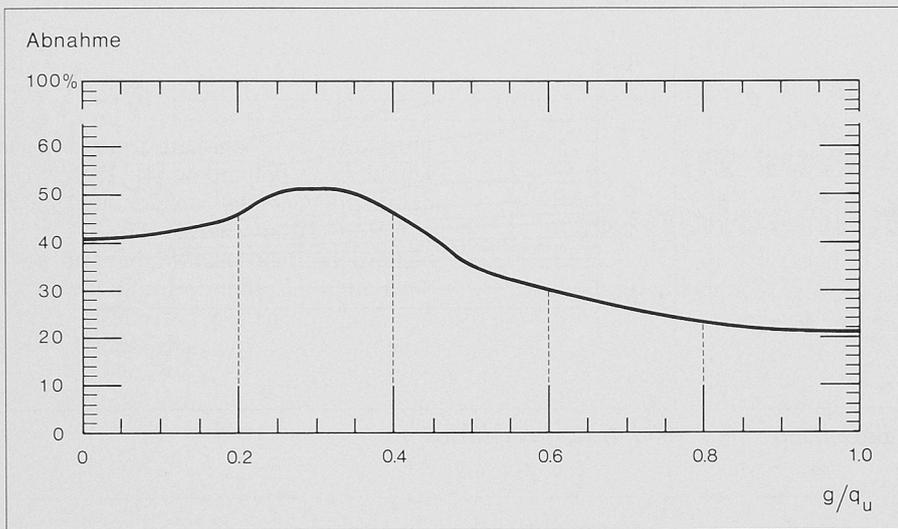


Bild 9. Prozentuale Abnahme der Langzeitdurchbiegung einer Pilzdecke dank verbesserter Betoneigenschaften.

Damit ergaben sich folgende Werte für  $\eta$ , wie sie im § 3.34.2 der Norm SIA 162 und im § 7.5.2.2 des CEB-FIP Model Code 90 übernommen wurden:

$\rho_m$ [%]	0,15	0,2	0,3	0,5	0,75	1,0	1,5
$\eta$	10	8	6	4	3	2,5	2

Wesentlich für die brauchbare Anwendung dieser vereinfachten Methoden mit dem  $\eta$ -Faktor ist eine gute Abschätzung vom mittleren Zugarmierungsgehalt  $\rho_m$ . Dabei ist von der vorhandenen unteren Armierung  $A_{so} \rightarrow \rho_0$  im Feldbereich und von der oberen Armierung im Stützenbereich ( $\rho_a$  und  $\rho_b$ ) gemäss Bild 5 auszugehen, welche sinn-gemäss bei Balken wie bei Platten fol-gendermassen zu kombinieren sind:

$$\rho_m = \rho_a \frac{l_a}{l} + \rho_0 \frac{l_0}{l} + \rho_b \frac{l_b}{l}$$

Es muss noch darauf hingewiesen werden, dass diese vereinfachten Methoden mit dem  $\eta$ -Faktor sehr grobe Näherungen darstellen, welche z.B. die eigentli-chen Betoneigenschaften wie Kriechen undifferenziert berücksichtigen. Auch wird damit vom bilinearen Ansatz ab-gewichen, da die Last-Durchbiegungs-Beziehung durch den Koordinatenur-sprung geht, wie in Bild 6 verdeutlicht. Wie daraus ersichtlich, kann das all-mähliche Auftreten der Risse zuerst im Stützenbereich und bei Lastzunahme auch im Feldbereich durch die dazwi-schen gelegte Gerade berücksichtigt werden.

### Abminderung der Durchbiegung dank hochfestem Beton

Wie schon in der Einleitung festgehal-ten, können die Einflüsse verbesserter (oder verminderter) Betoneigenschaf-

ten nur mit Hilfe von Momenten-Krüm-mungs-Beziehungen (Bilder 1 und 2) abgeleitet werden. Bei einem hochfes-ten Beton vergrössern sich der E-Modul, die Betonzugfestigkeit und die Haftung zwischen Beton und Armie-rung, während das Kriechen abnimmt. Alle diese Eigenschaften vermindern die Langzeitdurchbiegung und kom-men bei Anwendung eines geeigneten nichtlinearen FE-Programms [2] voll zur Geltung.

Nachfolgend werden einige Vergleichs-berechnungen in graphischer Form wie-dergegeben. Es handelt sich um einen Rechteckquerschnitt  $b \times h = 300 \times 500$  mm, mit  $\rho = 0,5\%$ ,  $\rho' = 0$ , dessen Bruchmoment unter Annahme einer Stahlflussgrenze  $f_y = 460$  N/mm<sup>2</sup> und eines mittleren inneren Hebelarms von  $0,9 d = 125$  kNm beträgt. Ein Dauermoment im Gebrauchszustand schwankt somit zwischen 20 und 75 kNm, in praktischen Fällen aber meis-tens zwischen ca. 30 und 60 kNm. In Bild 7 wird die Abhängigkeit der Krüm-mung vom Kriechkoeffizient  $\varphi$ , in Bild 8 von der Zugfestigkeit  $f_{ct}$  gezeigt. Dabei wird ersichtlich, wie stark die Einflüsse von der Grösse von M abhän-gen.

In Bild 9 wird noch die Abminderung der Durchbiegung im Mittelfeld einer  $8,30 \times 8,30$  m gespannten, 30 cm dicken Pilzdecke in Funktion des Verhältnisses Dauerlast  $g$  zu Bruchlast  $q_u$  angegeben. Die Abminderung rührt von folgenden verbesserten Betoneigenschaften her:

$f_{ct}$ : 3,75 anstatt 2,5 N/mm<sup>2</sup>

$\varphi$ : 1,68 anstatt 2,8

$E_c$ : 45,5 anstatt 35,0 GPa

Diese Grössenordnung der Abnahme, die 50% erreichen kann (also nur die halbe Durchbiegung!), wurde auch ex-perimentell nachgewiesen [5].

### Literatur

- [1] CEB-FIP Model Code 1990, Thomas Telford, London, 1993.
- [2] Programme Di-Maps «Analyse des sections en béton armé ou précont- raint» développé par la Société MAPS Diffusion SA, Le Mont s/Lau- sanne.
- [3] *CEB Manual: Cracking and Deformations*, CEB Task Group Favre R. (reporter), Beeby A. W., Falkner H., Koprna M., Schiessl P. diffused by EPF Lausanne, 1985.
- [4] *Favre, R., Charif, H., Jaccoud, J.-P.*: Large reduction of deflections due to HPC, in High Performance Concrete, from materiel to structure. Yves Ma- lier, Chapman and Hall, London, 1992.
- [5] *Charif, H.*: Réduction des déforma- tions des structures en béton grâce à l'utilisation de bétons à hautes per- formances; étude numérique et ex- périmentale. Thèse n° 884, EPF Lau- sanne, 1990.
- [6] *Ghali, A., Favre, R.*: Concrete struc- tures; stresses and deformations. Ed. Chapman and Hall, London, New York, 2<sup>nd</sup> edition, 1994.
- [7] *Espion, B., Halleux, P.*: Long-term Deflections of Reinforced Concrete Beams: Reconsideration of Their Va- riability. ACI Structural Journal, March-April 1990, vol. 89 n° 2, p. 232-236.
- [8] *Favre, R., Jaccoud, J.-P., Koprna, M., Radojicic, A.*: Dimensionnement des structures en béton. Traité de Génie Civil, vol. 8, Ed. PPR, Lausanne, 1990.

### Ausblick

Auch wenn heute nichtlineare FE-Pro- gramme vom praktisch tätigen Inge- nieur nur selten angewendet werden, erlauben sie dem Forscher, die wesent- lichen Einflüsse der verschiedenen Parameter auf die Verformungen zu erfassen. Auch kann damit die z.T. ins Gewicht fallende Momentenumlage- rung im Gebrauchszustand berücksich- tigt werden, welche bei hochfestem Beton oft kleiner ausfällt.

Noch nicht oder sehr mangelhaft abge- klärt sind die Einflüsse von zyklischen Einwirkungen, wie Temperatur- und Feuchtigkeitsänderungen, sowie von momentanen, sich wiederholenden Nutzlasten, welche zu den irreversiblen Verformungen beitragen können. Es scheint aber festzustehen, dass eine Ver- besserung der Betoneigenschaften die lastinduzierten Verformungen und Riss- weiten wesentlich vermindert.

Adresse des Verfassers: Prof. *Renaud Favre*, Institut de statique et structures/IBAP, Département de Génie Civil, ETH Lausan- ne, 1015 Lausanne.