

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 113 (1995)  
**Heft:** 40

**Artikel:** Wachstum in einem beschränkten Markt  
**Autor:** Frei, Dieter  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-78785>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Anpassungen bereits vorgenommen, wobei weniger die verwendeten Definitionen und Begriffe als vielmehr Bezeichnungen und Tabellen geändert werden mussten. Die überarbeitete Ausgabe kann seit Frühjahr 1995 beim SIA bezogen werden.

Zurzeit haben erst wenige Unternehmungen oder Planungsbüros im Bauwesen ein QM-System aufgrund SN EN ISO 9000-9004 eingeführt und auch zertifiziert. Das soll nicht heissen, dass Qualität und Qualitätsmanagement im Schweizer Bauwesen eine geringe Bedeutung haben. Im Gegenteil, viele Elemente des Qualitätsmanagements sind seit Jahrzehnten in den bewährten Normen und Ordnungen des SIA eingeführt und werden auch angewandt. Insbesondere die Stahlbaunorm SIA 161 hat mit der Revision 1990 dem verstärkten Qualitätsempfinden seitens der Bauherren und Planer Rechnung getragen und konkrete Regelungen und Planungshilfen für den Stahlbau bereitgestellt. Gerade im anspruchsvollen Bereich der Schweissverbindungen werden neben den Qualitätsanforderungen auch Hinweise zur Prüfung und Überwachung der Schweissarbeiten gemacht. Es wäre unsinnig und unwirtschaftlich, für jeden Bauteil das gleiche Qualitätsniveau zu verlangen. Die Norm SIA 161 definiert daher Schweissnaht-Qualitätsstufen QA-QD, die eine Anpassung der Qua-

litätsanforderungen an Beanspruchung, Ausnutzung und Gefährdungsrisiko des Bauteils erlauben. Die finanziellen Konsequenzen aus der Wahl der Qualitätsstufe sind übersichtlich dargestellt und machen den Planer darauf aufmerksam, dass ungerechtfertigte Qualitätsanforderungen unnötige Kostensteigerungen zur Folge haben.

Die Bedeutung des Qualitätsmanagements ist baustoffunabhängig. Es ist jedoch festzustellen, dass konkrete Planungshilfen mit Abstufung der Qualitätsanforderungen in den anderen SIA-Tragwerksnormen weitgehend fehlen. In der europäischen Normung existieren jedoch bereits Vorschläge, die für alle Bauweisen eine Qualitätsabstufung vorsehen.

Qualitätsmanagement ist eine Führungsaufgabe, die neben Gewinnoptimierung, Kostenkontrolle, Risk-Management und Ökologie immer mehr zu einer der wichtigsten Tätigkeiten aller am Bau Beteiligten wird. Die Norm SIA 161 hat dieser Erkenntnis rechtzeitig Rechnung getragen und unseren Ingenieuren ein praxisperechtes und vertrauensförderndes Instrument zur Verfügung gestellt.

Adresse des Verfassers:

Christoph Gemperle, dipl. Bauing. ETH/SIA, Ingenieurbüro Huber + Gemperle, 9500 Wil

## Literatur

- [1] SIA-Merkblatt 2007 «Qualitätssicherung im Bauwesen», Ausgabe 1994
- [2] SIA 161 «Stahlbauten», Ausgabe 1990
- [3] ISO 9000-1: 1994, Normen zum Qualitätsmanagement und zur Qualitätssicherung, QM-Darlegung - Teil 1: Leitfaden zur Auswahl und Anwendung
- [4] ISO 9001: 1994 Qualitätsmanagementsysteme - Modell zur Qualitätssicherung, QM-Darlegung, in Design, Entwicklung, Produktion, Montage und Wartung
- [5] ISO 9002: 1994, Qualitätsmanagementsysteme - Modell zur Qualitätssicherung/QM-Darlegung in Produktion, Montage und Wartung
- [6] ISO 9003: 1994, Qualitätsmanagementsysteme - Modell zur Qualitätssicherung/QM-Darlegung bei der Endprüfung.
- [7] ISO 9004: 1994, Qualitätmanagement und Elemente eines Qualitätsmanagementsystems
- [8] ISO 8402: 1992, Qualitätsmanagement und Qualitätssicherung, Begriffe
- [9] prEN 729: 1993, Schweisstechnische Qualitätsanforderungen, Teil 1: Richtlinien zur Auswahl und Verwendung, Teil 2: Umfassende Qualitätsanforderungen, Teil 3: Standard-Qualitätsanforderungen, Teil 4: Elementar-Qualitätsanforderungen

Dieter Frei, Seuzach

## Wachstum in einem beschränkten Markt

**Die wirtschaftliche Talfahrt der letzten Jahre hat in besonderem Masse auch die Bauwirtschaft in Mitleidenenschaft gezogen. Im Wechselbad der Konjunktur ist diese Branche besonders exponiert. Andererseits gilt das stetige Umsatzwachstum eines Unternehmens, insbesondere über eine Periode von mehreren Jahren, allgemein als Massstab des Erfolges. Theorien und Hypothesen über Erfolgsfaktoren füllen ganze Bibliotheken. Es mag deshalb reizvoll sein, der klassischen Betrachtungsweise einen rein mathematischen Ansatz gegenüberzustellen, dessen Leistungsfähigkeit sich insbesondere auf Aussagen über die Grenzen des Wachstums in einem beschränkten Markt konzentriert. Dabei ergeben sich überraschende Ergebnisse.**

### Das Modell

Das mathematische Modell des gehemmten Wachstums ist weder neu noch anspruchsvoll. Es stammt aus der Welt der «Fraktale», - ein Begriff, der 1975 vom französischen Mathematiker *Benoit Mandelbrot* geprägt wurde. Er konnte zeigen, dass Systeme mit selbstähnlichen Elementen (Fraktalen) ein reiches Spektrum von Möglichkeiten bereitstellen, nicht nur für die Beschreibung von Selbstorganisation, sondern ebenso für eine auf paradoxe Weise vorhersagbare Zufälligkeit, das sogenannte «deterministische Chaos». Die seither erfolgreiche Ausdehnung des fraktalen Ansatzes auf Systeme biologischer, neuronaler, soziologischer oder gar politischer Art unterstreicht dessen Leistungsfähigkeit. Es scheint, dass die uns bekannten Erscheinungsformen der belebten und unbelebten Natur auf diesem

Konzept beruhen. Ein bekanntes Beispiel ist die Entwicklung der Population einer bestimmten Tierart im Wettbewerb mit anderen Futterkonkurrenten bei einem beschränkten Nahrungsangebot. Mit einem kühnen Sprung in die Welt der Wirtschaft gehen wir von einer Analogie zwischen der Situation dieser Tierart und jener eines Unternehmens in einem Markt mit beschränkter Nachfrage aus.

Das mathematische Modell kann grundsätzlich auf einem programmierbaren Taschenrechner angewendet werden. Bequemer und anschaulicher erweist sich indessen ein Personalcomputer mit Grafikfähigkeit.

Das Modell für ungehemmtes Wachstum lautet einfach  $x_{n+1} = a \cdot x_n$ . Die Grösse  $x$  möge für den momentanen Umsatz des Unternehmens stehen, gemessen an der gesamten Nachfrage des Marktes.  $x$  steht also für den Marktanteil unseres Unternehmens und liegt zwischen 0 und 1. Mit  $x = 1$  würde unser Unternehmen konkurrenzlos 100% der Marktnachfrage abdecken. Mit  $x_n$  wollen wir den effektiven Marktanteil im Jahre  $n$  bezeichnen. Die Mathematik hätte nichts gegen kürzer aufeinanderfolgende Zeitperioden, doch wollen wir die Unterneh-

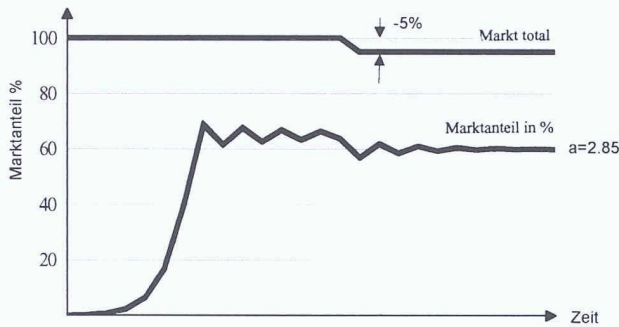


Bild 1.  
Einflus einer Marktschrumpfung

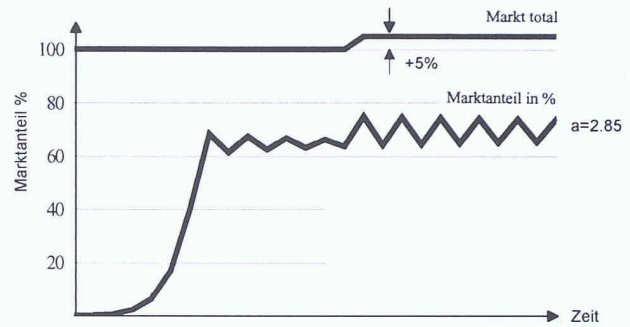


Bild 2.  
Einflus eines Marktwachstums

mensbuchhaltung nicht mit Monatsabschlüssen überfordern und ausserdem saisonale Einflüsse eliminieren. Der Marktanteil im Folgejahr  $n+1$  wächst also um den Faktor  $a$ . Der Faktor  $a$  ist eine Art «Gütesiegel» des Unternehmens. In seiner Grösse drückt sich die Qualität von Innovation, Management, Marketing, Unternehmenskultur, Image, usw. aus. Kurz gesagt:  $a$  ist das Mass der durch Menschen beeinflussbaren Qualität des Unternehmens. Doch selbst bei vorbildlichem Einsatz von Management und Mitarbeitern stösst die Leistung des menschlichen Wirkens an die ehernen Gesetze der Mathematik, ja noch schlimmer. Sie kann bei vollster Entfaltung ein regelrechtes Chaos anrichten, wie wir noch sehen werden. Betrachtet man das ungehemmte Wachstum, so ist  $x_{n+1} = a \cdot x_n$ . Wenn sich das Wachstum beispielsweise jährlich verdoppelt ( $a = 2$ ) und wir mit einem Marktanteil von 1 Promille beginnen, dann erhalten wir die Folge

$x_0 = 0,001; x_1 = 0,002; x_2 = 0,004; x_3 = 0,008;$   
 $x_4 = 0,016; x_5 = 0,032; x_6 = 0,064; x_7 = 0,128;$   
 $x_8 = 0,256; x_9 = 0,512 \dots$  usw.

Dies ist die bekannte Folge des exponentiellen Wachstums. Es wächst über alle Grenzen und verstösst gegen das Prinzip des beschränkten Marktes. Im beschränkten Markt der Grösse «1» ist  $(1-x)$  ein Mass des freien Raumes, der dem Unternehmen theoretisch noch einen Zuwachs erlaubt. Es ist naheliegend,  $a$  durch  $a \cdot (1-x)$  zu ersetzen, um den dämpfenden Einfluss des Verdrängungswettbewerbes in einem gesättigten Markt auszudrücken. Das Modell lautet dann

$$x_{n+1} = a \cdot x_n \cdot (1-x_n) \quad (A)$$

Nehmen wir das gleiche Beispiel mit  $a=2$  und  $x_0=0,001$ , dann erhalten wir:

$x_0 = 0,001; x_1 = 0,002; x_2 = 0,004; x_3 = 0,008;$   
 $x_4 = 0,016; x_5 = 0,031; x_6 = 0,060; x_7 = 0,113;$   
 $x_8 = 0,201; x_9 = 0,321; x_{10} = 0,436; x_{11} = 0,492;$   
 $x_{12} = 0,500; x_{13} = 0,500 \dots$  usw.

Offenbar ist zu Beginn der Unterschied zum exponentiellen Wachstum noch gering, aber vom siebenten «Geschäftsjahr» an wird die Sättigung immer deutlicher erkennbar. Schliesslich bleibt der Marktanteil konstant. Damit ist ein marktwirtschaftliches Gleichgewicht zwischen unseren unternehmerischen Anstrengungen und dem Druck des Wettbewerbes erreicht. Gleichzeitig wird klar, weshalb wir  $a$  als «Gütesiegel» und nicht als Wachstumsrate bezeichnen: Das zum Zeitpunkt  $n$  erzielte, effektive Wachstum wird ja in erster Linie durch die Dynamik des Marktes bestimmt. Hingegen beeinflussen wir mit  $a$  die Lage des Marktanteiles, dem wir uns schliesslich asymptotisch annähern.

Natürlich sind realistische Modelle des Wirtschaftswachstums meist komplizierter. Unser Modell (A) trägt jedoch praktisch alle Kennzeichen der komplizierteren Modelle. Vor allem dasjenige der Selbstähnlichkeit der Glieder dieser Folge! Interessant wird es, die Auswirkungen unserer unternehmerischen Qualitäten, ausgedrückt in  $a$ , auf dem Marktanteil zu untersuchen. Zunächst lösen wir das Modell von seinem wirtschaftlichen Hintergrund. Wir betrachten es mit den Augen des Mathematikers. Wenn  $x$  eine Zahl zwischen 0 und 1 ist, dann ist  $x \cdot (1-x)$  maximal  $1/4$  und  $a \cdot x \cdot (1-x)$  maximal  $a/4$ . Beschränken wir den Faktor  $a$ , also auf das Intervall von 0 bis 4, dann sind wir sicher, dass die Transformation  $x \rightarrow a \cdot x \cdot (1-x)$  uns nicht ausserhalb des erlaubten Intervalls von  $x$  zwischen 0 und 1 bringen wird. Wir nehmen also an, dass  $0 \leq a \leq 4$  ist und führen nun folgende Experimente aus:

### Die Grundmuster des Wachstums

Nach Wahl eines festen Wertes für  $a$  und eines beliebigen Anfangswertes  $x_0$  erstellen wir mit dem Computer eine Folge  $x_1, x_2, x_3, \dots$  und stellen die Frage, was längerfristig geschieht. Dazu gehen wir systematisch vor.

- Wenn  $0 < a \leq 1$  ist, geht  $x_n$  auf 0 zu, also  $x_n \rightarrow 0$ . In die Wirtschaft übertragen bedeutet dies, dass das Unternehmen längerfristig vom Markt verschwinden wird.
- Wenn  $1 < a \leq 2$  ist, zeigt sich, dass  $x_n$  sich einem Gleichgewichtswert nähert. Das Unternehmen sichert sich damit allmählich seinen stabilen Platz im Kräftespiel des Wettbewerbes und wird darin überleben. Der Marktanteil ist leicht auszurechnen, wenn wir in Gleichung (A) sowohl  $x_n$  als auch  $x_{n+1}$  durch den Grenzwert  $G$  ersetzen. Aus der Gleichung  $G = a \cdot G \cdot (1-G)$  ergibt sich dann sofort das Resultat  $G = 1-1/a$ . Diese Gleichung liefert uns auch den Schlüssel dazu, wie wir unser «Gütesiegel»  $a$  aus dem stabilen Marktanteil  $G$  ermitteln können, nämlich  $a = 1/(1-G)$ . Ausserdem zeigt sich, dass die Folge  $x_1, x_2, x_3, \dots$  stetig zu- oder abnimmt. Der Mathematiker sagt dann, dass in diesem Falle die Reihe auf- oder absteigt.
- Wenn  $2 < a < 3$  ist, sehen wir experimentell, dass die Reihe auf einen Grenzwert zugeht, der ebenfalls gleich  $1-1/a$  ist, aber dass man sich nun von beiden Seiten diesem Grenzwert nähert. Was der Mathematiker als Oszillation bezeichnet, dürfte in unserem Unternehmen einiges Kopfzerbrechen hervorrufen. Die erhöhten Anstrengungen im Unternehmen werden mit einiger Unruhe schlecht belohnt. Immerhin klingen die Schwankungen schliesslich ab und stabilisieren sich auf höherem Niveau. Die Oszillationen sind aber Vorboten von weit Schlimmerem.
- Wir wollen nun vorsichtig einen Schritt weitergehen und wählen  $a = 3,2$ . Dann wird sich zeigen, dass nach einem Anlauf die Werte zwischen 0,5130 und 0,7995 hin- und herpendeln. Wir hatten soeben herausgefunden, dass das Gleichgewicht  $G = 1-1/a = 0,6875$  wäre. Das ist tatsächlich richtig, aber das Gleichgewicht ist jetzt instabil, das heisst, empfindlich gegenüber kleinen Störungen. Der hohe mittlere Marktanteil will nicht so richtig Zufriedenheit im Unternehmen verbreiten, mindestens bei jeder Talfahrt hält man gehörig den Atem an. Es ist interessant, die Zah-

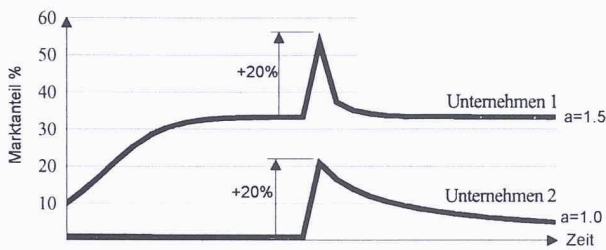


Bild 3.  
«Kauf» von 20% Marktanteil

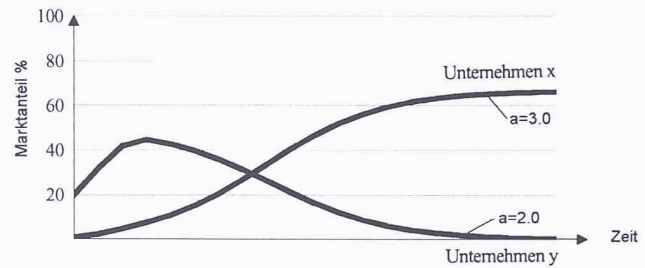


Bild 4.  
Wechselwirkung zwischen zwei Markt-«Riesen»

lenreihe mit  $x_0 = 0,6876$  ganz nahe bei dem theoretischen Gleichgewicht zu beginnen. Selbst nahe an diesem wohlverdienten Platz, an den das Unternehmen bezüglich seiner Anstrengungen eigentlich gehörte, treiben wir doch wieder in die Oszillation zwischen 0,5130 und 0,7995. Das einzig Stabile ist die Amplitude dieser Schwankungen, eines 2-Zyklus.

- Wenn wir  $a$  noch etwas stärker zunehmen lassen, dann bleibt dieses Phänomen noch eine Weile erhalten. Aber wenn  $a$  den Wert 3,4495 (genau  $1 + \sqrt{6}$ ) überschreitet, wird auch der 2-Zyklus instabil und es stellt sich ein 4-Zyklus ein. Was wir beobachten, ist eine sprunghafte Periodenverdoppelung. Wenn z.B.  $a = 3,5$  ist, und wir im Geschäftsjahr «0» mit einem Marktanteil von 20% ( $x = 0.2$ ) anfangen, dann würden wir uns nach 25 Geschäftsjahren in einem voll ausgebildeten 4-Zyklus mit den Amplituden 0,5009, 0,8750, 0,3828, 0,8269 befinden. Bei  $a = 3,5441$  gehen die Pendelbewegungen ebenso sprunghaft in einen 8-Zyklus über. Die Extremwerte der Schwankungen liegen bei jedem dieser Sprünge noch weiter auseinander, als beim jeweils vorhergehenden zyklischen Zustand.

Das mathematische Modell lehrt uns, dass eine forcierte Wachstumspolitik in einem beschränkten Markt, ausgedrückt mit dem Wert von  $a$  in Gleichung (A), von einer bestimmten Grössenordnung an zu Instabilität führt. Theoretisch verdoppeln sich die Perioden dieser Instabilität bei bestimmten Werten von  $a$ . Es lässt sich zeigen, dass bei  $a = 4$  das völlige Chaos eintritt, Chaos auch im Sinne eines mathematischen Begriffes.

### An der Grenze zum Chaos

Damit befinden wir uns an der Türschwelle zur Chaos-Theorie. Es wäre verfehlt, diese Tür im Zusammenhang mit unserem bescheidenen Beispiel öffnen zu wollen. Dennoch sei der Hinweis erlaubt, dass die in den Naturwissenschaften seit 1977 sehr verbreitete Chaostheorie durchaus auch für

grössere wirtschaftliche Zusammenhänge herangezogen werden sollte. Als Merkmale eines chaotischen Systems gelten generell

- Die Elemente des Systems sind selbst-ähnlich (bei Gleichung (A) sind sie sogar in einer einfachen Proportionalität).
- Ein plötzliches, sprunghaftes Verändern von Struktur und Zusammenhängen tritt an ganz bestimmten Zustandspunkten, den sogenannten Gabelpunkten ein.
- die Reorganisation des Systems in einer «höheren Ordnung» erfolgt nach Durchschreiten eines Gabelpunktes.
- Der Abstand zwischen diesen kritischen Gabelpunkten nimmt stetig ab.
- Die Oszillation ist ein Vorbote der Instabilität bei Annäherung an einen Gabelpunkt.

Es wird noch zu prüfen sein, inwieweit regionale und globale wirtschaftliche Phänomene diesen Gesetzen gehorchen. Wie eingangs erwähnt, besteht der Reiz derartiger Überlegungen in einer gewissen Voraussagbarkeit von Entwicklungen.

Doch kehren wir nach diesem Exkurs noch einmal zurück zu unserem Beispiel des Unternehmens in einem beschränkten Markt. Nachdem wir uns bisher konsequent von mathematischen Überlegungen leiten liessen, ist es an der Zeit, die praktischen Grenzen des Modells zu erkunden.

### Praktische Fragen an das Modell

Aus dem Gesagten wird deutlich, dass der Faktor  $a$  so etwas wie die «Note» für die Wachstumskraft eines Unternehmens darstellt: 0 die schlechteste Note, 4 die beste. Es wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass diese Note  $a$  über längere Zeit konstant bleibt. Dies dürfte bei einer einigermaßen harmonischen Unternehmensentwicklung am besten zutreffen. Sobald aber die Fähigkeit zum Wachstum einen gewissen Wert überschreitet, werden die nach dem Modell vorausgesagten Oszillationen in einem Unternehmen interne Turbulenzen auslösen, welche früher oder später zu

einer Korrektur des Wertes  $a$  führt, zwangsläufig nach unten. Forciertes Wachstum, das bis in den Bereich der Instabilität vorstösst, wird kaum lange darin verharren. Die internen Ursachen der Korrektur des Wertes  $a$  dürften jedoch weit schmerzhafter sein, als die dämpfenden Kräfte des Marktes. In der Praxis wird der Wert  $a$  eines gesunden Unternehmens längerfristig im besten Falle zwischen 1 und 2 liegen.

Es wird nun recht spannend, wenn wir einige Fragen an unser Modell stellen, die sich wohl jeder Unternehmer schon einmal gestellt hat.

*Welchen Einfluss hat eine Veränderung des Marktvolumens auf die Entwicklung unseres Unternehmens?*

Eine Schrumpfung des Marktes assoziiert man in erster Linie mit rezessiven Wirtschaftsbewegungen. Allerdings kann auch das Auftreten einer starken Konkurrenz in erster Näherung als Marktschrumpfung betrachtet werden. Sehen wir einmal von den dynamischen Wechselwirkungen ab, und lassen unseren Markt schlagartig auf ein etwas tieferes, aber stabiles Niveau sinken. In unserem Modell (A) behelfen wir uns mit dem Kunstgriff, dass wir den Markt «1» ab einem bestimmten Geschäftsjahr z.B. um 0,1 auf 0,95 reduzieren (Bild 1).

Dabei gerät selbst ein Unternehmen, das sich mit einem  $a$  zwischen 2 und 3 auf «seinem» Platz im Markt stabilisiert hat, durch den herben Schlag ins Oszillieren. Allerdings *nicht* sehr lange. Die Dämpfung, die vom reduzierten Marktvolumen ausgeht ist nun stärker als vorher, der freie Spielraum ist geringer. Es treten sehr rasch wieder stabile Verhältnisse ein, wenn auch auf einem, gegenüber vorher, tieferen Niveau. Genau umgekehrt verhält es sich bei einer Vergrösserung des Marktvolumens (Bild 2).

Wir können uns dabei den jähen Konkurs eines bedeutenden Konkurrenten oder die Öffnung des Marktes in noch brachliegende Räume vorstellen. Ein erfolgreiches Unternehmen (mit hohem  $a$ ) gerät sehr schnell in einen instabilen Zustand. Sein Wachstum verläuft weniger

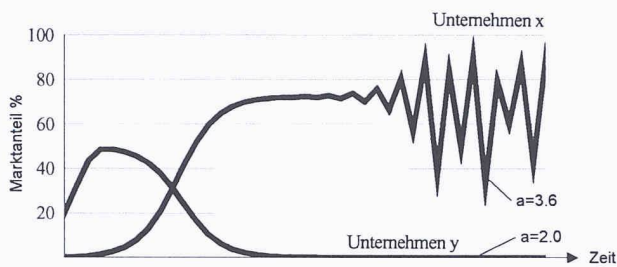


Bild 5.  
Instabilität in der  
Wechselwirkung  
zwischen zwei Unter-  
nehmen

harmonisch als bisher. Die Neigung zu Oszillationen nimmt zu und wird gar noch angeregt durch die Schlagartigkeit der Marktvergrößerung.

*Soll ich als erfolgreicher Unternehmer meinen grössten Konkurrenten kaufen?*

Die Antwort unseres Modells stimmt nachdenklich? Vor allem dann, wenn man sich durch Fleiss und Geschick ( $a$  um 2) einen hohen Marktanteil bereits aus eigener Kraft erarbeitet hat. Nehmen wir an, dass unsere Managementressourcen ausreichen, um vom Tag der Übernahme an auch beim zugekauften Unternehmen mit derselben Qualität weiter zu wirtschaften. (Das Gegenteil wäre ja Zeugnis einer unüberlegten und schlecht vorbereiteten Übernahme ...) Der Wert  $a$  bliebe demzufolge auch nach der Übernahme gleich hoch.

Dies aber erweist sich als geradezu verheerend. Denn der längerfristig stabile Grenzwert eines Marktanteiles ist ja durch  $a$  und nur durch  $a$  bestimmt. Die «Marktesetze» weisen nach einiger Zeit unserem Unternehmen wieder seinen verdienten Platz zu, nämlich denselben wie vor der Aquisition. Interessanterweise profitiert ein schwächeres Unternehmen weit mehr vom Kauf eines (ebenso schwachen) Konkurrenten.

Bei  $a = 1$  anstatt 1.5 (Bild 3) dauert es mehr als viermal solange, bis sich der zugekaufte Marktanteil wieder aufgebaut hat: Eine echte Chance, diese Zeit für die Verbesserung der Unternehmensqualität  $a$  zu nutzen, und einen bleibenden Erfolg zu sichern!

Und zuletzt noch die Simulation einer in vereinzelt Branchen oft anzutreffenden Situation:

*Wie ist die Wechselwirkung zweier Konkurrenten, die praktisch den Markt dominieren?*

Wir behelfen uns erneut mit einem kleinen Kunstgriff, indem wir das ursprüngliche Modell wie folgt modifizieren:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= a_x \cdot x_n \cdot (1 - x_n - y_n) \\ y_{n+1} &= a_y \cdot y_n \cdot (1 - x_n - y_n) \end{aligned} \quad (B)$$

Aus der Sicht des Unternehmens «x» wird der momentane freie Raum im Markt, um den momentanen Anteil des Unternehmens «y» vermindert und umgekehrt. Die Wechselwirkung erfolgt nun, im Gegensatz zur erzwungenen Zu- und Abnahme des Marktes in Bild 1 und 2, äusserst dynamisch. Aus (B) folgt, dass das Modell versagt, falls die beiden Unternehmen den ganzen Markt unter sich aufteilen. Der Klammerausdruck wäre dann gleich Null. Dies dürfte aber selbst in der extremsten Kartellwirtschaft kaum je eintreffen. Das Modell funktioniert aber auch dann noch recht gut, wenn die Konkurrenz sehr klein ist.

Nun lassen wir die Kontrahenten unseres Zweigestirns aufeinander los. Zunächst einen «kleinen Streber»  $x$  (Ausgangs-Marktanteil: 1%;  $a$ -«Note»: 3) und ein noch recht rühriges Grossunternehmen  $y$  (Ausgangs-Marktanteil: 20%;  $a$ -«Note»: 2). Letzteres entwickelt sich zunächst erfreulich dem ihm zustehenden Grenzwert zu. Langsam holt der Kleine aber auf. Mit seinem Wachstum fängt er das Wachstum des grösseren Unternehmens ab, bis es schliesslich abflacht und sich gar nach unten bewegt. Jetzt hat die Stunde des Kleinen geschlagen. Er beschleunigt nun sein Wachstum in den vom Konkurrenten freigegebenen Raum hinein. Die beiden vertauschen schliesslich ihre Plätze und stabilisieren sich allmählich auf den durch (B) bestimmten Grenzwerten (Bild 4).

Interessant ist die dämpfende Wirkung der beiden Hauptkonkurrenten aufeinander. Eine gegenseitige Aufschaukelung von Oszillationen, wie man sie bei den hohen  $a$ -Werten vielleicht erwartet hätte, tritt nicht ein. Im Gegenteil: Lässt man in unserem Beispiel den Ehrgeiz des Kleinen über die kritische Grenze wachsen und setzt ihn bei  $a = 3.6$ , dann tritt die erwartete Pendelbewegung erst nach praktisch vollständiger Marktverdrängung des zweiten Konkurrenten ein (Bild 5).

Das Modell (B) lässt sich selbstverständlich auf 3 oder mehrere Unternehmen ausdehnen. Je höher die Anzahl, desto

mehr nähert man sich wieder dem ursprünglichen Modell (A), dem ja eine unendlich grosse Anzahl Mitbewerber zum gerade ins Auge gefassten Unternehmen zugrunde liegt.

## Ausblick

Die Modelle sind sehr einfach zu programmieren. Zahlreiche weitere Fragen lassen sich stellen, - die Antworten der Modelle sind nicht selten verblüffend. Die hier dargestellte Auswahl beschränkte sich auf das Wachstum von Unternehmen im Markt. Es sind einfache aber konkrete Beispiele eines neuartigen Ansatzes zum möglicherweise besseren Verständnis von Marktmechanismen, - eines Ansatzes, dessen potentielle Leistungsfähigkeit auch in den übrigen Zweigen der Wirtschaftswissenschaft noch kaum abzuschätzen ist.

Weshalb sollte die Modellierung ganzer Wirtschaftssysteme schwieriger sein als diejenige neuronaler Systeme? Die frappante Ähnlichkeit zwischen den Verhaltensmustern fraktaler Systeme und den uns täglich begegnenden Erscheinungen der Natur bestärkt die Zuversicht. Ein «Griff in die Werkzeugkiste der Natur» verdient vielleicht ebensoviel Aufmerksamkeit und Akzeptanz wie die politische oder gar ethisch argumentierte Rechtfertigung bestimmter Wirtschaftssysteme. Die Attraktivität besteht darin, dass unsere Methode eine wertneutrale Antwort auf historische Streitfragen gibt. Was wird das Modell beispielsweise zur sozialen Ordnung meinen: Geplante Verteilung der Güter und der Arbeit contra freies Spiel der Marktkräfte? Liegt in Anbetracht der Neigung natürlicher Systeme zu spontaner Selbstorganisation die Antwort nicht schon fast in Griffweite?

Adresse des Verfassers:

Dieter Frei, Dr. sc. techn. ETH, Herbstackerstrasse 42, 8472 Seuzach.