

Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 50 (1963)
Heft: 4

Artikel: Ein elementarer Beitrag zum dritten Keplerschen Gesetz
Autor: Schwegler, Theodor
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-529621>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

gewinnen, um ihr Hauptziel, die religiöse Erziehung, verwirklichen zu können. Die äußere Betriebsamkeit, sie mag vielleicht gelegentlich etwas überborden, ist nur Mittel und nicht Zweck. Eine Jugendgruppe muß fesseln können, und ihr eigentliches Erziehungsziel deckt sich nur zum Teil mit demjenigen der Schule.

Es ist sogar möglich, daß die Jungwachtpädagogik unsere Schularbeit befruchten und ergänzen kann, unter der Voraussetzung, daß wir von ihr ehrlich Kenntnis nehmen und sie auszunützen verstehen. Ich habe in der Jungwacht hervorragende Pädagogen kennengelernt, die ihre Ausbildung keinem Seminar und keiner Hochschule verdanken. Wir schreiben unserem Bestreben, Erziehung durch Unterricht erreichen zu können, oft zu große Bedeutung zu und vermeinen, das Seelenheil sei in Gefahr, wenn schulischer Erfolg ausbleibt. Die Erzieherarbeit in einer Jugendgruppe kann umfassender, allseitiger und oft auch fruchtbarer sein als in der Schule. Nicht, als ob sie die Schule ersetzen könnte! Sie vermag aber auf gewissen Sektoren durch eine harmonische, Körper, Geist und Seele umfassende Sorge mehr zu bieten als der oft intellektualistisch ausgerichtete Schulunterricht. Der Einfluß in der Jugendbewegung geschieht oft unbeabsichtigt, in der Atmosphäre freiwilliger, froher Mitarbeit, nicht gebunden durch Schulpläne und Prüfungsverordnungen. Und wo Freude die Grundstimmung gibt,

da kann der Erfolg nicht ausbleiben. Nicht umsonst hat man Don Bosco zum Patron der Jungwacht bestimmt, jenen begnadeten Erzieher, der sein pädagogisches Handbuch nicht auf Papier, sondern in die Herzen seiner Zöglinge eingeschrieben hat.

Statt Kritik an einer mehr oder weniger geduldeten Jugendbewegung auszuüben, wäre es vorteilhafter, mitzuhelfen und unsere erzieherischen Erfahrungen zur Verfügung zu stellen. Jungen Lehrern möchte man die Mitarbeit sehr empfehlen. Ich habe es nie bereut, zu gleicher Zeit während manchen Jahren der Schule und der Jungwacht gedient zu haben. Die Sorge, man könnte dabei an Autorität einbüßen, ist völlig unbegründet, im Gegenteil! Nie kann der Erzieher seine Schüler besser kennenlernen, besser beeinflussen und mit ihnen ins Gespräch kommen als in einem freiwilligen, ungezwungenen Zusammenleben.

Es ist zu wünschen, daß unsere Lehrerschaft die Existenz dieser katholischen, aus der Not der dreißiger Jahre geborenen Bewegung nicht nur zur Kenntnis nehme, sondern sich bemühe, ihre Aufgabe zu verstehen und ihre Erziehungserfolge anzuerkennen. Möge sie sich weiterentwickeln und unsere Schulstuben mit dem frischen Wind eines jugendlichen Optimismus erfüllen! Die unliebsamen Begleiterscheinungen wollen wir gerne übersehen, wenn das Hauptziel erreicht wird: junge Menschen zu Christusträgern zu machen.

Ein elementarer Beitrag zum dritten Keplerschen Gesetz *

Dr. P. Theodor Schwegler OSB, Einsiedeln

Als Frucht langjähriger Beobachtungen und Rechnungen konnte 1609 der deutsche Astronom Johann *Kepler* die zwei ersten der nach ihm benannten Ge-

* Vgl. auch Th. Schwegler, Die Geschwindigkeit der Planeten als Funktion der Massenanziehung, 'Schweizer Schule' Nr. 10, 48. Jg. (15. Sept. 1961).

Sekundar- und Mittelschule

setze der Planetenbahnen veröffentlichen, nämlich die ihrer Ellipsenform und der Gleichheit der in der Zeiteinheit vom Fahrstrahl beschriebenen Flächen. In genialer Intuition fand er 1619 auch das dritte Gesetz, nämlich daß sich die Kuben der Abstände von der Sonne verhalten wie die Quadrate der Um-

laufzeiten. Gleichviel, ob Kepler noch den innern Zusammenhang dieser Gesetze ahnte oder nicht; jedenfalls mußte zuerst Isaak *Newton* das Gesetz der Massenanziehung entdecken (1666), mußten er und fast gleichzeitig ein paar Jahre später G. W. von *Leibniz* das hauptsächlichste mathematische Werkzeug des Physikers, die Infinitesimalrechnung, erfinden, ehe die Keplerschen Gesetze sich als streng mathematische Folgerungen aus dem Newtonschen Gesetz der Massenanziehung erwiesen. Aber diese Ableitungen setzen mehr als eine ‚schülerhafte‘ Beherrschung dieser Rechnungsart voraus, besonders bezüglich des ersten Gesetzes. Sodann wird das dritte Gesetz erst ‚fruchtbar‘, wenn der Abstand der Erde von der Sonne und die *siderischen* Umlaufzeiten des (oder der) Planeten bekannt sind. Der Sonnenabstand der Erde wird aus deren Parallaxe berechnet, das heißt aus dem Winkel, unter dem, von der Sonne aus gesehen, der Erddhalbmesser erscheint, und dieser Winkel kann aus dem (allerdings seltenen) Phänomen eines Durchganges der Venus oder des Planetoiden Ceres über der Sonnenscheibe mit genügender Genauigkeit bestimmt werden. Was aber die Umlaufzeit der Planeten betrifft, so ist unmittelbar nur beobachtbar die *synodische* Umlaufzeit, das heißt die Zeit, die zwischen zwei Konjunktionen oder Oppositionen mit Erde und Sonne verfließt. Im folgenden wird die einfache Formel entwickelt, mittels der die *siderische* Umlaufzeit aus der *synodischen* gefunden wird. Zugleich zeigen wir einen *elementaren* Weg zur Auffindung des dritten Keplerschen Gesetzes.

Bezeichnen wir mit t_1 und t_2 die *siderischen* Umlaufzeiten zweier Planeten, wobei $t_1 < t_2$, also t_{\ominus}

$$t_{\ominus} (= 365^d,25636) = \begin{cases} t_1 \\ t_2 \end{cases}, \text{ je nachdem der andere}$$

ein $\begin{cases} \text{äußerer} \\ \text{innerer} \end{cases}$ Planet ist. Hat z. B. der innere Pla-

net \ominus seinen Umlauf vollendet, so \oplus erst den Bruchteil t_1/t_2 ihres Umlaufes. Wenn \ominus die gleiche *siderische* Stellung eingeholt hat, hat \oplus wiederum den t_1/t_2 -Bruchteil des bisherigen Weges gemacht, also den Bruchteil $(t_1/t_2)^2$. Die Wegabschnitte, die \ominus zurücklegen muß, um die *siderische* Stellung der \oplus einzuholen, bilden eine *unendliche, konvergente geometrische Reihe* mit dem Anfangsgliede t_1 , dem Quotienten t_1/t_2 und dem Summengliede $t_{\ominus \text{ syn}}$, in Formel also

$$t_{\ominus \text{ syn}} = \frac{t_1}{1 - t_1/t_2} = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_2 - t_1}$$

$$\text{oder } \frac{1}{t_{\text{syn}}} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 \cdot t_2} = \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2},$$

$$\text{also } \frac{1}{t_{\text{sid}}} = \frac{1}{t_{\oplus}} + \frac{1}{t_{1 \text{ syn}}} \text{ für einen inneren Planeten,}$$

$$\frac{1}{t_{\text{sid}}} = \frac{1}{t_{\oplus}} - \frac{1}{t_{2 \text{ syn}}} \text{ für einen äußern Planeten.}$$

Diese Formeln gelten natürlich auch für den Fall, daß statt mit Tagen mit Jahren gemessen wird. Mittels dieser Formel wird auch der mittlere *siderische* Monat aus dem *synodischen* Monat und dem *siderischen Jahre* errechnet.

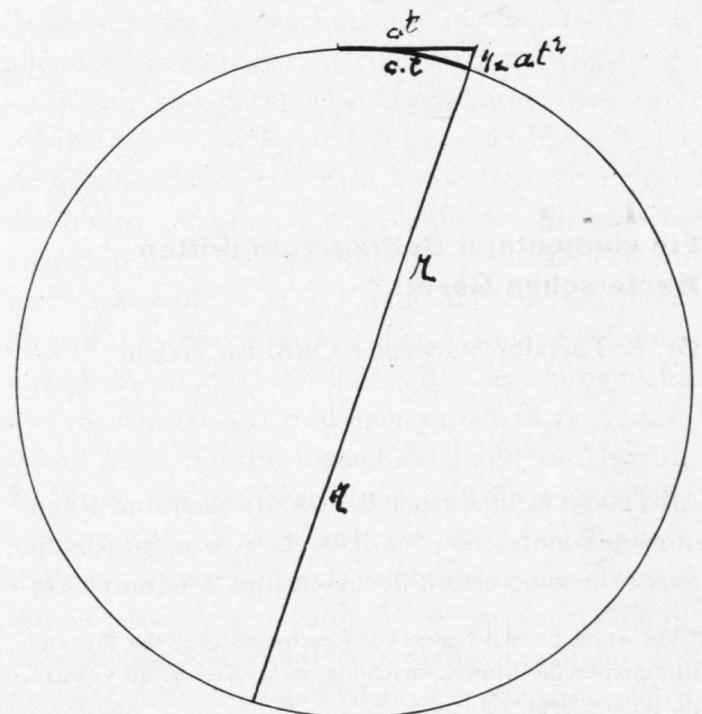
Das dritte Keplersche Gesetz wird auch aus dem mechanischen Prinzip der *Zentripetalbeschleunigung* gefunden. Wenn je eine Zentrifugal- und eine Zentripetalkraft so auf einen Körper einwirken, daß sein Abstand von einem Mittel- (oder Schwer-)punkt gleich bleibt, so liefert der auf ein genügend kleines Tangenten- bzw. Bogenstück angewandte Sehnens-Tangenten-Satz (siehe Zeichnung) sofort die Gleichung:

$$(c \cdot t)^2 = \frac{1}{2} at^2 (2r + \frac{1}{2} at^2) = rat^2 + \frac{1}{4} a^2 t^4$$

also für genügend kleine Bogenstücke

$(c \cdot t)^2 \approx rat^2$ oder $c^2 \approx ra$, wobei c die Geschwindigkeit, r den Radius, t die Zeit und a die Zentripetalbeschleunigung bedeuten.

Wächst nun r (im Fall der Planeten der Abstand)



um das n -fache, so nehmen die physikalischen Wirkungen des Zentrums der Sonne, um n^2 ab, also

$$c^2 = n \cdot r \cdot \frac{a}{n^2} = \frac{r \cdot a}{n} \text{ oder } c = \sqrt{\frac{r \cdot a}{n}}$$

Die Geschwindigkeit c ist demnach *umgekehrt proportional der Quadratwurzel der Entfernung*.

Wird dieses Gesetz auf die Planetenbahnen angewandt, so nimmt mit n -facher Entfernung einerseits der Weg um das n -fache zu, andererseits muß die Zeit in demselben Verhältnis zunehmen, wie die Geschwindigkeit abnimmt, also

$$t = n \cdot n^{1/2} = n^{3/2} \text{ oder } t^2 = n^3.$$

Umgekehrt kann nun die große Halbachse der Bahn-Ellipse auch direkt aus der synodischen Umlaufzeit berechnet werden: wobei man besser, statt mit Tagen, mit (siderischen) *Jahren* rechnet und dafür U setzt:

$$\frac{1}{U_{\text{sid}}} = n^{-3/2} \left(1 \pm \frac{U_{\odot}}{U_{\text{syn}}} \right); \text{ also } n = \left(1 \pm \frac{U_{\odot}}{U_{\text{syn}}} \right)^{-2/3}$$

Sofern nicht mit größeren Störungen zu rechnen ist, wie beim sonnennahen Merkur und bei den sonnenfernen Uranus und den folgenden, liefert diese Formel recht gute Ergebnisse.

Die hundert Jahre lang verkannten Yamana

Alois Bucher, Freiburg

Die Feuerländer und besonders die Yamana wurden früher für ganz oder doch fast ganz religionslos gehalten. Darwin hatte es behauptet, und die andern sagten es ihm nach.

Er hatte Feuerland zweimal besucht, das erstemal im Dezember/Januar 1832/1833, das zweitemal von Ende Mai bis 10. Juni 1834.

Zu seinem Aufenthalt auf Feuerland ist folgendes zu sagen:

1. Er hielt sich im ganzen nur zwei Monate lang auf Feuerland auf.

2. Er studierte als Naturforscher in erster Linie Fauna und Flora der Inseln, nicht die Ethnologie und Religionswissenschaft.

3. In der kurzen Zeit, die er auf Feuerland verbrachte, hielt er sich nicht längere Zeit bei einem Stamm auf, sondern bei allen drei Feuerlandstämmen, den Selk'nam (oder Ona), den Yamana (oder Yagan) und den Halakwulup (oder Alakuluf)-

4. Er hatte von den einheitlichen Sprachen keine Kenntnis, weshalb ihm ja auch die Volksseele verschlossen bleiben mußte.

«Um so staunenswerter nur, daß Darwin, die Situation völlig verkennend, den Mut fand, zu behaupten, daß von religiösen Ideen bei diesen, äußerlich allerdings elenden und vielleicht am niedrigsten stehenden Menschenkindern keine Rede sein könne¹.»

Dabei wurde auch übersehen, daß schon im Jahre 1830, ein paar Jahre vorher, ein starker Glaube an ein Höchstes Wesen bei den Yamana festgestellt worden war. Ein Kapitän, Fitz-Roy, hatte von einer Expedition 1830 drei Feuerländer nach London mitgenommen, von wo sie 1 1/2 Jahre später wieder nach Feuerland zurückgebracht wurden. Die Auffassungen dieser drei Feuerländer wurden noch 1830 erforscht, wobei bei allen starke religiöse Gefühle für ein Höchstes Wesen festgestellt wurden. Diese Mitteilung von einem ausgeprägten Eingottglauben verfiel der absoluten Nichtbeachtung und Vergessenheit, während die aus ungefähr derselben Zeit stammenden Aussagen über Kannibalismus und Religionslosigkeit der primitiven Feuerländer eine so willige Aufnahme und weltweite Verbreitung fanden. Das erstere paßte eben nicht in die Entwicklungsreihen des materialistischen Zeitalters und zum Fortschrittsdünkel des 19. Jahrhunderts.

Die Entdeckung des Hochgottglaubens der Yamana ist ein so bedeutendes Ereignis, daß ich sie hier mit den Worten der Forscher Koppers Wilhelm, SVD, und Martin Gusinde, SVD², wiedergeben möchte (a. a. O. S. 145f.). Sie berichten:

¹ Koppers Wilhelm: „Der älteste Mensch und seine Religion“, in: König Franz: „Christus und die Religionen der Erde“, Bd. 1, S. 141.

² Die Missionsgesellschaft *Societas Verbi Divini* (vom Göttlichen Wort, Steyler-Missionare) haben in der Nähe von Freiburg (Schweiz) ein berühmtes *Völkerkunde- und Sprachforschungsinstitut*; die Anthropos-Bibliothek umfaßt über 30 000 Bände in Ethnologie, Religionswissenschaft, Archäologie, Sprachwissenschaft; die weltbekannte *Anthropos-Zeitschrift* für Ethnologie und andere genannte Forschungszweige kommt hier heraus.