

**Zeitschrift:** Schweizer Schule  
**Herausgeber:** Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz  
**Band:** 55 (1968)  
**Heft:** 11

**Artikel:** Über die Lehre von den Gleichungen [Fortsetzung]  
**Autor:** Ineichen, Robert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-529465>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

in engem Kontakt mit Vertretern des Gewerbes, der Industrie und der Verwaltung erfolgen.

Wir sehen keinen andern Weg als die Schaffung eines neuen Typus für die «mittlere Reife», ja, die Schaffung einer Schule, die mehr gibt als die heutige Sekundarschule und zugleich weniger fordert als das gute Gymnasium. Wäre es nicht denkbar, daß diese «Schule mittlerer Reife» als Nebenweig des Gymnasiums – also auch in seinen Räumen und in seinem geistigen Umkreis – sich entfalten könnte? Also ein gemeinsamer «Hort der studierenden Jugend».

Utopie? Gewiß, eine solche Umstellung, ein solches Umdenken scheint zurzeit beinahe ausgeschlossen. Wenn aber die Idee der Education um ihrer selbst willen durchzudringen vermag, dann sind die Anfänge vielleicht da. Opfer und Vorurteilslosigkeit werden nötig sein. Werden wir sie wohl aufbringen?

## Über die Lehre von den Gleichungen

### II. Teil \*

Dr. Robert Ineichen, Luzern

#### 3. Der Begriff der Gleichung

Wir haben eben gesehen, wie eine Darstellungsweise, die von der neueren Logik und von der Mengenlehre angeregt worden ist, klärend wirken kann. Es scheint uns, dies sei beim Begriff der Gleichung noch vermehrt der Fall. Hier ist eine kurze Bemerkung über die Rolle der neueren (der «mathematischen») Logik und der Mengenlehre bei der Neugestaltung des Mathematikunterrichtes am Platze: Diese für die moderne Mathematik grundlegenden Disziplinen sollen uns im Unterricht vor allem zu einer zweckmäßigen Darstellungs- und Sprechweise verhelfen; dies ist – vor allem im ersten Unterricht – viel wichtiger und sinnvoller als zum Beispiel ein besonderes Kapitel «Mengenlehre», das ohne Verbindung mit den traditionellen Gebieten dem üblichen Stoff beigefügt wird, ohne ihn zu durchdringen. Auf der Oberstufe sind dann solche Kapitel – maßvoll dosiert – im Sinne einer Zusammenfassung am Platze.<sup>4</sup>

Wir betrachten einige Sätze, wie:

Die Erde ist ein Planet.

Das Huhn ist ein Säugetier.

\* I. Teil erschienen in Nr. 7/8, 1968, S. 276–280.

$$5 + 7 = 12.$$

$$3 > 19.$$

38 891 ist eine Primzahl.

Solche Sätze nennt man in der Logik *Aussagen*. *Es sind sprachliche Gebilde, die entweder falsch oder wahr sind* (sie haben einen von zwei «Wahrheitswerten»). Keine Aussagen sind zum Beispiel sprachliche Gebilde, wie «Frohe Weihnacht!» oder «Oh, diese Gleichungen!»; diese sprachlichen Gebilde haben nicht einen der beiden Wahrheitswerte «falsch» oder «wahr».

Daneben kennen wir sprachliche Gebilde, die *Variable enthalten*, und die in Aussagen übergehen, wenn für die Variablen geeignete Elemente einer Grundmenge eingesetzt werden, zum Beispiel:

$$x + 8 = 27.$$

$$x + y = 15.$$

... ist Bundespräsident.

$$8 + ? = 22.$$

$$6x < 42.$$

Diese Sätzen haben bloß die *Form* von Aussagen; man nennt sie dementsprechend *Aussageformen*. Keine Aussageformen sind demnach etwa

«... Ostern!» oder «2y ist kleiner».

Diese Betrachtungen führen zum Begriff der Gleichung: *Eine Gleichung ist eine Aussage oder eine Aussageform der Art  $t_1 = t_2$ , wobei  $t_1$  und  $t_2$  Termen sind.* – Ganz entsprechend lassen sich jetzt auch Ungleichungen definieren; es ist hier zu erwähnen, daß es zweckmäßig ist, Ungleichungen und Gleichungen über weite Strecken gemeinsam zu behandeln. Aus Platzmangel befassen wir uns hier nur mit Gleichungen.

Jene Elemente der Grundmenge, die beim Einsetzen in eine Aussageform eine *richtige Aussage* ergeben, sind *Lösungen* dieser Aussageform. Ihre Gesamtheit bildet die zugehörige *Lösungsmenge* L; statt von Lösungsmenge spricht man oft auch von Erfüllungsmenge.

Jetzt ergibt sich eine ganz natürliche Einteilung der *Gleichungen mit einer Variablen*:

Die Grundmenge sei die Menge R der reellen Zahlen. Wir betrachten nun jeweils die Lösungsmenge L und vergleichen sie mit der Grundmenge.

1.  $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ . Hier ist die *Lösungsmenge gleich der Grundmenge*:  $L = R$ . Eine solche Gleichung nennen wir *allgemeingültige Gleichung*; die ältere Bezeichnung «identische Gleichung» erscheint uns wesentlich farbloser zu sein.

Es ist zu beachten, daß die Allgemeingültigkeit nur *bezüglich einer Grundmenge* ausgesagt werden kann.

2.  $x(x + 3) = (x + 1)(x + 2)$ . Wie wir bereits früher bemerkt haben, ist die *Lösungsmenge* dieser Gleichung *leer*:  $L = \emptyset$ . Eine *nicht erfüllbare Gleichung* (Widerspruch, Kontradiktion). – Auch  $x^2 = -1$  ist *bezüglich* unserer Grundmenge  $\mathbb{R}$  eine nicht erfüllbare Gleichung; hätten wir aber als Grundmenge die Menge der komplexen Zahlen genommen, so würde sie zur nächsten Gruppe von Gleichungen gehören.

3. Gleichungen schließlich, wie  $x - 2 = 5$  oder  $(x - 3)(x + 6) = 0$  oder  $\sin x = 0,5$  können wir als *Bedingungsgleichungen* bezeichnen. Durch sie ist eine Bedingung gegeben, die aus der Grundmenge eine *echte Teilmenge* als Lösungsmenge aussondert:  $L \subset \mathbb{R}$ .

Ganz entsprechend können auch Ungleichungen mit einer Variablen eingeteilt werden.

Wird eine lineare Gleichung mit zwei Variablen betrachtet, zum Beispiel  $x + y = 1$ , so besteht ihre Lösungsmenge aus unendlich vielen geordneten Paaren von reellen Zahlen. Tritt zu dieser Gleichung eine zweite hinzu, etwa  $x - y = 2$ , so ist die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$$

durch jene Paare gegeben, die beiden Lösungsmengen gemeinsam sind, also durch den *Durchschnitt der beiden Lösungsmengen*. – Es kann sein, daß dieser Durchschnitt leer ist, wie beim System

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ x + y &= 2, \end{aligned}$$

dann ist das System nicht erfüllbar. Und es kann der Fall auftreten, daß dieser Durchschnitt gleich der Lösungsmenge der ersten und auch gleich der Lösungsmenge der zweiten Gleichung ist, wie bei

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ 2x + 2y &= 2, \end{aligned}$$

dann hat das System *unendlich viele* Lösungen. Bei den Gleichungen mit zwei Variablen ordnen wir auch die *Funktionsgleichungen* ein, die eine *eindeutige Zuordnung* eines Elementes  $y$  zu einem Element  $x$  beschreiben.  $2y - x^2 = 3$  ist ein Beispiel einer solchen Funktionsgleichung;  $x^2 + y^2 = 25$  ist *keine* Funktionsgleichung. – Man vergleiche zu diesen Ausführungen den vor einiger Zeit in dieser Zeitschrift erschienenen Beitrag (9) von F. Regli.

#### 4. Über das Lösen von Gleichungen

Wir wollen hier nur zu einigen uns wesentlich scheinenden Punkten einige Bemerkungen machen:

a) *Einfache Gleichungen* (und Ungleichungen) mit einer, gelegentlich mit zwei Variablen sollen im Algebraunterricht schon sehr früh auftreten. Es braucht dazu keine systematische Behandlung von Lösungsverfahren; sie treten auf als *Zahlenrätsel*. Die Lösungsmenge wird durch Probieren bestimmt.

b) Natürlich soll das bekannte *Waagemodell* bei einfachen, geeigneten Beispielen zur Veranschaulichung herangezogen werden. *Man darf nur nicht die ganze Gleichungslehre damit begründen wollen.* (So dürften etwa das Multiplizieren beider Seiten einer Gleichung mit  $(-2)$  oder das Ausziehen der Quadratwurzel aus beiden Seiten oder auch gewisse Multiplikationen mit Termen nur sehr schwierig oder überhaupt nicht durch das Waagemodell «begründet» werden können.)

c) Eine *befriedigende Begründung der Lösungsverfahren* setzt voraus, daß im Laufe des Unterrichtes die Grundgesetze des Rechnens im rationalen (später im reellen) Zahlkörper erfaßt werden. Man wird sie an Beispielen gewinnen und durch Betrachtungen an Strecken der Zahlengeraden oder an Mengen usw. veranschaulichen und später zusammenfassend darstellen.

d) Die beim Lösen von Gleichungen üblichen Umformungen führen zu einer neuen Gleichung, aber zu einer, deren Lösungsmenge sofort erkannt werden kann. Hier ist es nun notwendig, anhand von Beispielen darauf hinzuweisen, daß es *äquivalente Umformungen* und *nicht-äquivalente Umformungen* gibt. Eine äquivalente Umformung führt eine Gleichung in eine *äquivalente Gleichung*, das heißt, in eine Gleichung mit *derselben Lösungsmenge* über. Der Sachverhalt soll hier an zwei Beispielen skizziert werden:

1. *Beispiel*: Es sei die Gleichung  $G: 2x + 3 = 7 + 4x$  vorgelegt. Daraus folgen die weiteren Gleichungen

$G_1: 2x - 4x = 7 - 3$ ;  $G_2: -2x = 4$ ;  $G_3: x = -2$ . Die Begründung für diese Umformungen: *Wenn* für  $x$  in  $G$  eine Zahl eingesetzt werden *kann*, die  $G$  zu einer wahren Aussage macht, *dann* gehen für dieselbe Einsetzung auch  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$  in wahre Aussagen über.<sup>5</sup>

Nun läßt  $G_3$  sofort erkennen, daß sie für die Einsetzung  $(-2)$  in eine richtige Aussage übergeht. Somit kann auch  $G$  nur für diese Einsetzung in eine richtige Aussage übergehen; daß sie tatsächlich durch  $(-2)$  erfüllt wird, zeigt die Probe.

Da die Probe in solchen Beispielen immer stimmt, falls keine Rechnungsfehler vorliegen, wird sie von den Schülern bald als lästig empfunden. Könnte sie wirklich nicht weggelassen werden? Ja, sie könnte hier weggelassen werden, wenn wir keine Rechnungsfehler begehen würden, weil wir hier nur äquivalente Umformungen vorgenommen haben. In der Tat: Wenn umgekehrt für  $x$  in  $G_3$  eine Zahl eingesetzt werden kann, die  $G_3$  zu einer wahren Aussage macht, dann gehen für dieselbe Einsetzung auch  $G_2$ ,  $G_1$  und  $G$  in wahre Aussagen über.

Die Gleichungen  $G$ ,  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$  sind also äquivalent, sie haben alle dieselbe Lösungsmenge.

2. Beispiel: Es sei die Gleichung  $G$ :  $\sqrt{2x+5} + 1 = \sqrt{4x-4}$ . Daraus folgt in bekannter Weise

$$G_1: 2x + 5 + 2\sqrt{2x+5} + 1 = 4x - 4$$

$$G_2: \sqrt{2x+5} = x - 5$$

$$G_3: 2x + 5 = x^2 - 10x + 25$$

$$G_4: x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$G_5: x = 10 \text{ oder } x = 2.$$

Die Begründung für diese Umformungen ist dieselbe wie im ersten Beispiel. Die beiden Gleichungen  $G_5$  lassen erkennen, daß die Lösungsmenge der ursprünglichen Gleichung  $G$  entweder aus 10 und 2 oder nur aus 2 oder nur aus 10 besteht. Die Probe zeigt, daß die Lösungsmenge von  $G$  nur das Element 10 enthält; 2 ist also keine Lösung der ursprünglichen Gleichung. Hier ist eine Probe unumgänglich! Der Grund liegt darin, daß wir hier nicht nur äquivalente Umformungen vorgenommen haben: Aus  $G_3$  folgt rückwärts zum Beispiel nur  $\sqrt{2x+5} = |x-5|$  und das heißt  $\sqrt{2x+5} = x-5$ , falls  $x \geq 5$  und  $\sqrt{2x+5} = -(x-5)$ , falls  $x < 5$ . Das bedeutet aber, daß  $G_2$  und  $G_3$  nicht dieselbe Lösungsmenge haben, also nicht äquivalent sind.<sup>1</sup>

Die Untersuchung derartiger Beispiele – auch Bruchgleichungen eignen sich dazu – lehrt, daß Multiplizieren und Dividieren mit einem Term und ebenso das Quadrieren der Seiten einer Gleichung, nicht immer äquivalente Gleichungen ergeben. Bei diesen Umformungen ist eine Probe unumgänglich.

Äquivalente Umformungen sind hingegen:

- Addition und Subtraktion derselben Zahl zu beiden Seiten einer Gleichung.
- Multiplikation und Division mit derselben (von Null verschiedenen) Zahl der beiden Seiten einer Gleichung.
- Addition eines Terms (der die Variable enthält) zu beiden Seiten einer Gleichung, wenn dieser Term mindestens im gleichen Bereich definiert ist wie die Gleichung.

Sehr ausführliche Untersuchungen dieser Sachverhalte mit den notwendigen Beispielen und Beweisen findet man in (6).

## 5. Einige Ergänzungen

Es ging uns in unsern Darlegungen vor allem darum, den Begriff der Variablen und den Begriff der Gleichung zu klären und zu zeigen, worin das Lösen einer Gleichung besteht und welche Unterscheidungen hier wichtig sind. Selbstverständlich wäre zu unserem Thema noch vieles zu sagen, dazu muß auf die Literatur verwiesen werden. Aber einige kurze Bemerkungen sind noch nötig:

### a) Gleichungen mit Formvariablen

Gleichungen wie  $3x + 5 = 10$  oder  $2x - 20 = x + 3$  oder  $4x + 6 = 0$  können alle auf die Form  $ax + b = 0$  gebracht werden. Hier sind  $a$  und  $b$  wieder Platzhalter, also Variable, für (meistens rationale oder reelle) Zahlen. Aber hier ist nun eine Unterscheidung am Platze: Die Variablen  $a$  und  $b$ , die die Form der Gleichung festlegen, können als *Formvariable* bezeichnet werden; die Variable  $x$ , die Platzhalter für die Lösungen der Gleichung ist, wird dann als *Lösungsvariable* bezeichnet.<sup>6</sup> Zur Bezeichnung der Formvariablen wählt man oft Anfangsbuchstaben des Alphabetes. Eine Lösung einer Gleichung mit Formvariablen ist (im allgemeinen) ein Term mit diesen Variablen.

– Wird dieser Term an Stelle der Gleichungsvariablen eingesetzt, so entsteht eine Gleichung, die bezüglich der Formvariablen allgemeingültig ist.

Beispiel:  $4x = a - 2b + 3x$  sei die gegebene Gleichung. Sie geht in die allgemeingültige Gleichung  $4(a - 2b) = a - 2b + 3(a - 2b)$  über, wenn für  $x$  die Lösung  $(a - 2b)$  eingesetzt wird.

Statt *Formvariable* könnte man hier auch *Parameter* sagen, da die Bezeichnung *Parameter* oft verwendet wird, wenn eine Variable in einem ganz bestimmten Zusammenhang verwendet wird. Auf der Oberstufe können diese Zusammenhänge

noch anders gesehen werden:  $ax + b = 0$  stellt eine *Gleichungsschar* dar. Und diese Gleichungsschar stellt die Bildmenge dar, wenn eine Menge von Zahlenpaaren in eine passend gewählte Menge von Gleichungen abgebildet wird.<sup>7</sup>

b) Da sehr viele Funktionen durch *Funktionsgleichungen* dargestellt werden können, müßten wir in unserer Darstellung auch auf diese Gleichungen noch ausführlich eingehen. Aus Platzgründen unterlassen wir es. Die Behandlung im Unterricht muß zunächst den Begriff der *Funktion* (als Abbildung oder als spezielle Relation) herauschälen. Von diesem Begriff ist der Begriff der in vielen Fällen vorhandenen *Funktionsgleichung* wohl zu unterscheiden und selbstverständlich darf nicht mehr – wie das in älteren Darstellungen noch geschieht – einfach die abhängige Variable als Funktion bezeichnet werden. Mit der Funktion, das heißt mit dieser Abbildung, ist auch die *Definitionsmenge* (oder der Definitionsbereich) gegeben: Die Menge jener Elemente, denen durch die Funktion genau ein Element zugeordnet ist. Diese zugeordneten Elemente bilden die *Wertmenge* (oder den Wertbereich).

c) Wir haben an einigen Stellen darauf hingewiesen, daß es zweckmäßig ist, auch *Ungleichungen* früh heranzuziehen. Hier bilden einfache Aufgaben aus der linearen Optimierung ein reizvolles Anwendungsgebiet. Man vergleiche dazu den letzten Abschnitt von (6) oder (4).

#### d) Definitionsgleichungen

Im Rahmen der Potenzrechnung wird zum Beispiel definiert:  $a^0 = 1$ , wobei  $a \neq 0$ ; man kann solche Definitionsgleichungen in gewissem Sinne den allgemeingültigen Gleichungen zugesellen. Ihre Allgemeingültigkeit hat aber einen rein konventionellen Charakter, was hervorgehoben werden sollte, zum Beispiel durch die Voranstellung von *Definition* oder durch  $a^0 =_{\text{Df}} 1$  usw.

#### e) Konstante

Wir haben im ersten Abschnitt auf die mit dem Begriff der Konstanten verbundenen Schwierigkeiten aufmerksam gemacht, wenn eine solche Konstante etwa variiert wird. Dieselbe Schwierigkeit ergibt sich auch mit der *willkürlichen Konstante* beim unbestimmten Integral. Eine klare Lösung wird zum Beispiel in (11) vorgeschlagen. Hier werden nur die in den Termen, Aussagen und Aussageformen auftretenden *Zah-*

*len als Konstanten* bezeichnet (und selbstverständlich jene Buchstaben, die besondere Zahlen bezeichnen, wie  $\pi$  oder  $e$ ). Demgemäß muß in anderen Fällen von Formvariablen oder von Parametern gesprochen werden. So bezeichnen zum Beispiel (1) und (14) die *Integrationskonstante* ausdrücklich als Parameter, was sicher verständlicher klingt, als eine *Konstante*, die alle möglichen Werte annehmen kann).

f) Abschließend möchten wir nochmals darauf hinweisen, daß solche Bereinigungen und Anpassungen an die moderne Sicht- und Sprechweise mit der notwendigen *Zurückhaltung* eingeführt werden müssen. Sehr oft werden zuerst einfache Beispiele einen Begriff (wie etwa jenen des Terms oder der Gleichung) illustrieren; später werden die Fundamente tiefer gelegt, dann ist eine Definition oder eine Umschreibung am Platze, dann können auch Unterscheidungen (wie Formvariable und Lösungsvariable) gemacht werden. – Wichtig ist aber, daß wir uns als Lehrer schon im ersten Unterricht bei aller Anschaulichkeit um eine Ausdrucksweise bemühen, die eine spätere Vertiefung im angedeuteten Sinne gestattet.

#### Anmerkungen

- <sup>1</sup> Wobei hier die Definition der Wurzel so gefaßt ist: Ist  $a$  eine nicht negative Zahl, so ist die  $n$ -te Wurzel aus  $a$  jene *nicht negative Zahl*, deren  $n$ -te Potenz gleich  $a$  ist ( $n$  eine natürliche Zahl).
- <sup>2</sup> Es wäre möglich, die Variablen durch ihre Bindungsart (im Sinne der mathematischen Logik) näher zu charakterisieren. *Allgemeine Zahlen* wären dann die durch den All-Quantor gebundenen Variablen; *Unbekannte* wären durch den Mengenbildungsoperator gebunden usw. Vgl. dazu (12) in den Semesterberichten.
- <sup>3</sup> Das Wort *terminus* bezeichnete ursprünglich in der Logik die *Grenzwörter*  $A, B$  in einem Satz der Form *A ist B*.
- <sup>4</sup> Wir denken dabei an kurze, zusammenfassende Kapitel, wie sie zum Beispiel F. Blumer in (1) in den Abschnitten *Einiges aus der Logik*, *Einiges aus der Mengenlehre* usw. sehr schön formuliert hat.
- <sup>5</sup> Daß dies so ist, folgt eben aus den Grundgesetzen des Rechnens im rationalen (später im reellen, eventuell im komplexen) Zahlkörper. Man kommt nicht darum herum, diese vorher herauszuarbeiten!
- <sup>6</sup> Selbstverständlich muß diese Rollenverteilung der Variablen durch die Wahl entsprechender Buchstaben (eben zum Beispiel  $a, b, c, \dots$  als Formvariable,  $x, y, z$  als Lösungsvariable) oder durch eine Bemerkung klar gestellt werden.
- <sup>7</sup> Nach F. Blumer in (1).

## Literatur:

- (1) F. Blumer, Mathematik (Arbeitsbuch für die Oberstufe), Zürich 1966.
- (2) W. Götz, Notwendigkeit und Grenzen einer Umgestaltung des Algebraunterrichtes, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 1963.
- (3) W. Hänke, Gedanken zum Algebraunterricht der Mittelstufe (in: Schröder, Der Mathematikunterricht am Gymnasium), Hannover 1966.
- (4) R. Ineichen, Elementare Beispiele zur linearen Programmierung und zur Spieltheorie, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 1964.
- (5) W. Krücken, Elemente der Algebra, Praxis der Mathematik, 1963.
- (6) Lambacher-Schweizer, Algebra 1, Stuttgart 1966.
- (7) J. Lautner, Aufbau der elementaren Gleichungslehre nach logischen und mengen-theoretischen Gesichtspunkten, Der Mathematikunterricht, 1964.
- (8) G. Pickert, Bemerkungen zum Variablenbegriff, Math.-Physikal. Semesterberichte, 1960.
- (9) F. Regli, Moderne Begriffe in der Mittelschulmathematik, (Schweizer Schule), 1963 und 1964.
- (10) Reidt-Wolff-Athen, Elemente der Mathematik, Mittelstufe 1, Hannover 1964.
- (11) Schmittlein-Kratz, Lineare Algebra mit Aufbau des Zahlensystems, München 1965.
- (12) H. G. Steiner, Das Moderne mathematische Denken und die Schulmathematik, Der Mathematikunterricht, 1959.
  - Ansatzpunkte für logische Betrachtungen und Übungen im Unter- und Mittelstufenunterricht, Der Mathematikunterricht, 1961.
  - Logische Probleme im Mathematikunterricht: Die Gleichungslehre, Math.-Physikal. Semesterberichte, 1961.
- (13) H. Wäsche, Logische Probleme der Lehre von den Gleichungen und Ungleichungen, Der Mathematikunterricht, 1961.
  - Logische Begründung der Lehre von den Gleichungen und Ungleichungen, Der Mathematikunterricht, 1964.
- (14) Wörle-Kratz-Keil, Infinitesimalrechnung, München 1965.

## Programmierter Unterricht 1968

Dipl. Psychologe A. Flammer  
Heilpädagogisches Institut der Universität  
Freiburg/Schweiz

Vom 24. bis 28. März 1968 fand im Deutschen Museum in München das 6. *Internationale Symposium über Programmierte Instruktion und Lehrmaschinen* statt. Mit seinen fast 1000 Teilnehmern (gegen 1500 mit den Teilnehmern an den allgemeinerorientierenden Rahmenveranstaltungen) und 119 angekündigten Referaten hat es einmal mehr alle vorausgehenden übertroffen. Die überragende Mehrzahl der Beiträge aus der Bundesrepublik hat gezeigt, daß dort diese neuen Methoden bereits zu einer großen Bewegung geworden sind. Unter den ausländischen Referaten distanzieren die tschechischen an Qualität und Quantität die andern beträchtlich.

Um von den sich abzeichnenden gegenwärtigen Tendenzen der Entwicklung einen Ausschnitt zu zeigen, seien im folgenden einige Schwerpunkte genannt, die dem Besucher des diesjährigen Symposiums besonders aufgefallen sind.

### *Vom Kleinexperiment zum Großeinsatz*

Während bislang vorwiegend Kleinprogramme und Programmentwürfe mit kleineren Stichproben für einen «ersten Einblick» durchgearbeitet wurden, konnte diesmal bereits von Untersuchungen berichtet werden, die mehrere tausend Schüler während einem Jahr und mehr einbezogen hatten. Dabei ist zu bemerken, daß die Erfolge anhielten und der vielgenannte Neuheitseffekt, der nach einigen Wochen wieder nachlassen soll, bei den Schülern praktisch nicht festgestellt werden konnte. Mit einem Jahrgangsprogramm für den Rechenunterricht (*Harde und Dralle*) für 4. und 5. Volksschulklassen z. B. arbeitete bei gleicher Wochenstundenzahl in einem halben Jahr die Hälfte der Schüler den ganzen Jahresstoff mit nachgewiesenem, nachhaltigem Erfolg durch. Dabei erwies sich, daß die Schüler die

---

### Für Ihr Heim (oder Ihre Sammelmappe)

KLS-Graphik für Burundi Fr. 45.— bis Fr. 120.— (Gehr, Stettler, Stocker)  
Auskunft, Prospekte, Bestellungen: KLS-Graphik, Dornacherstraße 14,  
4147 Aesch BL