

Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 63 (1976)
Heft: 5

Artikel: Die Unterrichtseinheiten 1./2. Klasse der Projektgruppe Mathematik St. Gallen : eine psychologisch-didaktische Analyse
Autor: Beck, Erwin
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-527234>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

- sche Perspektiven der Erwachsenenbildung, in E. Prokop u. G. Rückriem (Hrsg.): *Erwachsenenbildung – Grundlagen und Modelle*, Weinheim/Berlin/Basel, Beltz 1969, S. 301 ff.
- ¹⁶ Siehe hierzu F. Pöggeler: *Erwachsenenbildung*, Stuttgart: Kohlhammer 1974, S. 134 ff.: *Der Erwachsenenbildner*.
- ¹⁷ Sir Richard Livingstone: *Zukunft der Erziehung*, Bonn: Dümmler 1948. Eine Übersicht über die heutigen Entschulungstheorien, vor allem in Form der «Open Schools» und «Free Schools», bietet neuerdings Jörg Ramseger in seinem Buch: *Gegenschulen*, Bad Heilbrunn: Klinkhardt 1975.
- ¹⁸ Vgl. seine Schrift: *Wesensformen des Lehrers*, Stuttgart: Klett 1957, 3. Aufl.
- ¹⁹ Einen Überblick über den soziologischen Stand des Professionalisierungsproblems bietet Helga Krüger: *Professionalisierung und Innovation in pädagogischen Berufen*, in H. Lüdtke a.a.O., S. 110–131.
- ²⁰ Diese Forderung wird z. B. im «Zweiten Familienbericht» der deutschen Bundesregierung (Bonn: Bundesdruckerei 1975, bes. S. 107 ff. und S. 25 ff.) diskutiert. Der Verf. ist Mitautor dieses «Familienberichts».
- ²¹ Es gibt heute bereits Reformkonzepte, die eine sozusagen «lehrerlose» Schule vorsehen, die primär von den Schülern selbst geprägt wird. Bekannt wurde besonders die «Scuola di Barbiana», dargestellt in: *Die Schülerschule – Brief an eine Lehrerin*, Berlin: Wagenbach 1970. Ähnlich strukturiert ist die Kinderrepublik von Bemposta (Eberhard Möbius: *Die Kinderrepublik – Bemposta und die Muchachos*, Reinbek: Rowohlt 1973).
- ²² A. S. Neill plädierte für eine starke Reduktion der Lehrerautorität und für maximale Freiheit der Schüler, bot in seiner eigenen Persönlichkeit jedoch ein eklatantes Beispiel dafür, wie sehr das «Prinzip Summerhill» von der Anerkennung der Lehrerautorität abhängt. Vgl. von ihm: *Theorie und Praxis der antiautoritären Erziehung*, Reinbek: Rowohlt 1969 ff.; *Das Prinzip Summerhill – Fragen und Antworten*, Reinbek: Rowohlt 1972.
- ²³ Freilich hat das Vordringen des Einflusses der Medien auf die Schule auch die Furcht aufkommen lassen, der Lehrer solle durch Roboter ersetzt werden. Eine sachliche Antwort auf dieses Problem gibt Heribert Heinrichs: *Roboter vor der Schultür*, Bochum: Kamp o. J.
- ²⁴ Diese Kritik äusserte Spranger im Kollegenkreis, als er Anfang der fünfziger Jahre anlässlich der Verleihung des Goethe-Preises in Hamburg weilte. Der Verf. war dort damals Mitarbeiter von Wilhelm Flitner, einem Weggefährten Sprangers.
- ²⁵ A. Combe a.a.O., S. 9.
- ²⁶ Zur Geschichte der deutschen Volksschule, Heidelberg: Quelle & Meyer 1949, S. 56.
- ²⁷ Adornos Essay «Tabus über dem Lehrerberuf» ist abgedruckt in dem posthumen Sammelband: *Erziehung zur Mündigkeit*, hrsg. v. Gerd Kadelbach, Frankfurt: Suhrkamp 1970, S. 73–91. Der Essay erschien zum erstenmal 1965 in der Zeitschrift «Die Sammlung».

Die Unterrichtseinheiten 1./2. Klasse der Projektgruppe Mathematik St. Gallen*

Eine psychologisch-didaktische Analyse

Erwin Beck

1.1 Ein neues Lehrwerk für den Mathematikunterricht der Grundschule

Der Titel dieses neuen Lehrwerks für die Grundschule lässt vermuten, dass es sich nicht um einen vollständigen Mathematiklehrgang handelt. Die Unterrichtseinheiten

(UE) bestehen aus Aufgaben und Spielen zum *pränumerischen Teil* des Mathematikunterrichts der ersten und zweiten Klasse der Primarschule. In bisher 11 Einheiten wurden folgende Themen bearbeitet:

- UE 1: Freies Spiel
- UE 2: Sortieren (Mengen bilden)
- UE 3: Symbolisieren
- UE 4: Musterreihen
- UE 5: Anordnung – Matrixspiele
- UE 6: Baumspiele
- UE 7: Ordnungsrelationen I

* Diese Arbeit wurde im Rahmen eines Oberseminars: Probleme der Mathematikdidaktik im Wintersemester 1974/75, Sommersemester 1975 unter der Leitung von Prof. Dr. H. Aebli und Dr. G. Steiner, Bern, geleistet.

- UE 8: Umgang mit Diagrammen
- UE 9: Ordnungsrelationen II
- UE 10: Änderungsspiele
- UE 11: Lagebezeichnungen und Labyrinth

Jede UE enthält Aufgaben-Seiten und dazugehörige Kommentar-Seiten, die für die Hand des Lehrers gedacht sind und die Aufgabenblätter für die Schüler. Während die Aufgaben-Seiten über Spielformen, Aufgaben und Ziele orientieren, geben die Kommentar-Seiten zahlreiche Hinweise, etwa zu mathematischen Sachverhalten, zu den Arbeitsmitteln, zur Rolle des Lehrers, aber auch Alternativvorschläge zu Aufgaben und Spielen, Auszüge aus Unterrichtsprotokollen, u. a. m. Am Rand der Aufgaben-Seiten stehen verschiedene Symbole, die eine Differenzierung der Aufgaben nach unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden anzeigen. Es gibt Aufgaben und Spiele, die allen Kindern angeboten werden können und solche, die je nach Lerntempo für langsamere, resp. für schnellere Schüler vorgesehen sind.

Eine zweite Gruppe von Symbolen kennzeichnet verschiedene *Sozialformen*, die von den Verfassern versuchsweise vorgeschlagen werden:

- Anordnung im Halbkreis
- Gruppenarbeit
- zwei Gruppen wechseln den Tisch
- Rundgang durch die Klasse

Die Autoren weisen mehrmals darauf hin, dass sie die UE nicht als abgeschlossenes Lehrwerk betrachten, das von den Lehrern nur noch auszuführen ist. Sie sehen die UE als Vorlage für Unterrichtsplanung und -aufarbeitung, veränderbar und anpassbar an die Bedingungen der unterschiedlichen konkreten Unterrichtssituationen.

Die Schüler-Arbeitsblätter regen zu Spielen mit konkretem Material an. Sie haben aber auch die Funktion der Diagnose, der Kontrolle und der Konsolidierung (Anmerkungen dazu findet man auf den Kommentar-Seiten).

Ein Stichwortverzeichnis erleichtert das Auffinden von Kommentaren und Protokollausschnitten zu wichtigen mathematischen und didaktischen Begriffen.

Wann und wie die UE eingesetzt werden sollen, wird weitgehend dem einzelnen Leh-

rer überlassen. Mit Ausnahme der ersten drei Einheiten, in denen sich die Schüler mit dem Arbeitsmaterial (Sabemat, Begriffsspiel u. a.) vertraut machen, besteht auch kein Zwang, sich an die Reihenfolge der UE zu halten. Es besteht also freie Wahl der Zusammenstellung, was einen unterrichtsspezifischen, individuellen Einsatz gewährleistet.

Die besondere Form und der etwas aussergewöhnliche Aufbau dieses Lehrwerkes wird verständlicher, wenn man etwas über dessen Entstehung erfährt.

1.2 Entstehung der Unterrichtseinheiten

Die UE sind ein Teilergebnis eines breit angelegten Projektes zur Reform des Mathematikunterrichts in der Grundschule. In einem Beitrag in der «Zeitschrift für Pädagogik» (1, 1975) haben E. HENGARTNER und H. WEINREBE ausführlich über die fast vierjährige curriculare Entwicklungsarbeit berichtet.

Wir beschränken uns darauf, einige wichtige Stationen dieser Projektarbeit aufzuzeigen, die vor allem zum besseren Verständnis der UE verhelfen sollen.

Weitgehend unberücksichtigt bleibt dabei der ebenso interessante Aspekt der Lehrerfortbildung in der Form einer curricularen Entwicklungsarbeit. Über die Erfahrungen, die beim Versuch gemacht wurden, Lehrerfortbildung und Reformarbeit miteinander zu verbinden, werden die Projektleiter in einem späteren Zeitpunkt selbst berichten.

Wie kam es nun aber zu den UE? Die Pädagogische Arbeitsstelle des Kantons St. Gallen wurde vom Erziehungsrat beauftragt, den Mathematikunterricht in der Grundschule zu reformieren. Lehrer der Grundschulstufe sowie Mathematik- und Psychologielehrer der Lehrerbildung entwickelten in einer Studiengruppe einen Projektplan. In Fortbildungsveranstaltungen sollten die Lehrer die Kompetenz erwerben, bei der curricularen Entwicklung aktiv teilzunehmen. Zuerst wurde ein Instrument zur Inspektionsevaluation von Lehrwerken geschaffen, das eine rationale Entscheidung bei der Beurteilung und Auswahl von Lehrmitteln ermöglichen sollte¹.

Inzwischen hatte die kantonale Schulbehörde entschieden, für die ersten beiden

Schuljahre das Lehrmittel «Westermann Mathematik für die Grundschule» von RESAG/BAERMANN versuchsweise einzuführen. Zu diesem Zweck wurde es an die bestehenden Verhältnisse angepasst, der mengentheoretische Teil des Buches wurde weggelassen. Der Studiengruppe für Mathematik stellte sich die Aufgabe, für den nicht-arithmetischen Bereich der Grundschulmathematik ein Lehrwerk zu konzipieren, das mit einem Angebot an Spielen mit strukturiertem Material (Sabemat, Logische Blöcke, Begriffsspiel usw.) und an Übungen mit Mengenoperationen den Aufbau eines Gesamtsystems von logisch-mathematischen Operationen gewährleistet².

Die Projektgruppe wählte zuerst ein bereits bestehendes mengentheoretisch fundiertes Lehrmittel aus («alef», Frankfurter Mathematik-Projekt). Dieses Lehrmittel wurde in Versuchsklassen eingesetzt. Aufgrund der Erfahrungen, die in kritischer Auseinandersetzung mit diesem Lehrmittel gemacht wurden, und mit Hilfe weiterer Lehrgänge wurden die UE geplant und entworfen. Sie wurden dann ebenfalls in Versuchsklassen erprobt und in Diskussion mit Mathematikern und Didaktikern in die vorliegende Form gebracht.

1.3 Ziele der Unterrichtseinheiten

In der Einleitung (S. 8 ff.) und in den begleitenden Kommentaren der UE erfahren wir einiges über Intentionen und Grobziele der Autorengruppe:

- Das Selbstvertrauen der Schüler hinsichtlich ihrer mathematischen Fähigkeiten soll verbessert werden.
- Dem Schüler sollen Erfolgserlebnisse verschafft werden.
- Kreativität und Problemlösefähigkeit werden gefördert.
- Soziale Erfahrungen, vor allem im Zusammenhang mit dem Gruppenunterricht, werden ermöglicht.
- Durch Handeln und Spielen mit konkretem Material sollen logisch-mathematische Begriffe präfiguriert werden.
- Der Lehrer soll instande sein, mit dem Lehrwerk eigenständig umzugehen.
- Der Lehrer soll ein partnerschaftliches Verhältnis zu den Schülern pflegen.

In diesem vielfältigen Strauss von Forderungen, Ideen und Absichten lassen sich zwei Schwerpunktbereiche erkennen, denen von seiten der Verfasser besondere Aufmerksamkeit geschenkt wurde, nämlich ein *psychologisch-mathematischer* und ein *sozialpädagogischer*.

Die Stichworte des Handelns an konkretem Material, des Problemlösens, der Kreativität, des Denkens in Beziehungen (UE 5, 5), des Prinzips der Variation von Aufgabenstellungen und Darstellungsweisen deuten auf die dem Werk zugrunde liegende Auffassung der mathematischen Früherziehung als *Denkerziehung*.

Der zweite Schwerpunktbereich zeigt sich immer dann, wenn den Kindern soziale Erfahrungen in der Gruppe verschafft werden, wenn auf den Wechsel der Sozialformen besonderer Wert gelegt wird, wenn Gruppenarbeiten diskutiert werden, oder auch wenn die Aufgaben des Lehrers vorwiegend vom Aspekt seines partnerschaftlichen Verhältnisses zu den Kindern her definiert wird. In dieser Hinsicht dient ein so vermittelter Mathematikunterricht der *sozialen Erziehung*.

Wie weit das vorliegende Lehrwerk dem zweiten Schwerpunkt, der Forderung nach einer sozialen Erziehung gerecht wird, ist allein aufgrund des Lehrmittels schwer zu beurteilen, hängt doch die Erfüllung dieser Forderung grossteils von der konkreten Unterrichtssituation und vom praktizierten Unterrichtsstil des einzelnen Lehrers ab.

Die Berücksichtigung des ersten Schwerpunkts jedoch kann mit Hilfe geeigneter Kriterien in einer psychologisch-didaktischen Analyse überprüft werden. Dies soll nun auch Gegenstand unserer weiteren Ausführungen sein.

2. Psychologisch-didaktische Analyse

Wir fragen uns also, in welchem Masse die vorliegenden Unterrichtseinheiten (UE) die Kinder zu mathematischem Denken erziehen.

In einer psychologisch-didaktischen Analyse des Lehrwerkes wollen wir versuchen, diese Frage zu beantworten. G. STEINER (1973) hat in seinem umfassenden Werk «Mathematik als Denkerziehung» die Psychologie PIAGETS und die daraus gezoge-

nen didaktischen Folgerungen AEBLIS als Grundlagen für eine psychologische Untersuchung über die Rolle des Denkens in der mathematischen Früherziehung gewählt. Als Ergebnis seiner Untersuchung hat STEINER mehrere Kriterien für die Beurteilung von Lehrmitteln und Unterrichtsverfahren im Bereich der Grundschulmathematik gewonnen. Diese Kriterien sollen unserer Analyse der UE als Bezugsrahmen dienen.

2.1 Die Mobilität des Denkens

Die Entwicklung des Denkens ist nach der Psychologie PIAGETS eine Entwicklung zum operatorischen Denken, gekennzeichnet durch ein vielfältiges In-Beziehungsetzen (*mise en relation*) der wahrgenommenen oder vorgestellten Elemente.

Daher schreibt STEINER:

«...so ist die konsequente Forderung an den Unterricht die, dass Handlungen ermöglicht werden müssen, welche als solche das Stiften von Relationen – m. a. W.: eine Systembildung – ermöglichen oder sie geradezu provozieren» (1973, 227).

Im Unterricht kann dies durch Vergleichs- und Transformationshandlungen erreicht werden. Das Kind nimmt verschiedene Handlungen an einem Gegenstand vor, indem es einzelne Elemente verknüpft, Anfangs- und Endzustand vergleicht und so sich abspielende Transformationen verstehen, assimilieren lernt.

Das Wesentliche am hier geforderten Primat der Handlung ist aber nicht die einzelne Handlung für sich, sondern die Koordination mehrerer Handlungen zu einem beweglichen System. Das führt zum Aufbau von kognitiven Strukturen oder Schemata. STEINER zitiert (1974):

«Es ist der generalisierbare Aspekt der Koordination von Handlungen, der auf analoge Situationen angewendet werden kann. So können wir von einem Schema des Ordnen, des Klassifizierens, der Proportion und der Wahrscheinlichkeit sprechen» (LOVELL 1971, zitiert nach STEINER, S. 685).

Die freie Verfügbarkeit über verschiedene gelernte, verinnerlichte Operationen im grösseren Rahmen dieser Organisations-schemata, das Spiel lebendiger Operatio-

nen (AEBLI 1970⁴) macht das Wesen des mobilen Denkens aus. Die bestimmenden Merkmale dieser Operationen sind Reversibilität (Umkehrbarkeit) und Assoziativität (variable Gruppierbarkeit) (AEBLI, a. a. O.). Das heisst: Jede Operation hat ihre Gegenoperation, was sich didaktisch in echten Umkehraufgaben widerspiegeln sollte, die Operationen sind leicht verknüpfbar, was zum didaktisch bedeutsamen Prinzip der Variabilität der Lösungswege führt.

Neben dem strukturellen Aspekt in der kognitiven Entwicklung nach der Theorie PIAGETS sieht STEINER (1974) noch einen weiteren Punkt, der bei der Charakterisierung der geistigen Entwicklung zu beachten ist, nämlich die Frage, wie das Kind seine Erfahrungen mit der Umwelt darstellt. Das ist die zentrale Frage in der kognitiven Theorie BRUNERS (1971). Er unterscheidet ein en-aktives (handlungsmässiges), ikonisches (bildhaftes) und ein symbolisches Medium. Für die Schulung des mobilen Denkens ist es nach STEINER bedeutsam, ob die Möglichkeit eines Wechsels der Darstellungsweisen geboten wird.

2.2 Fördern die Unterrichtseinheiten relationales Denken?

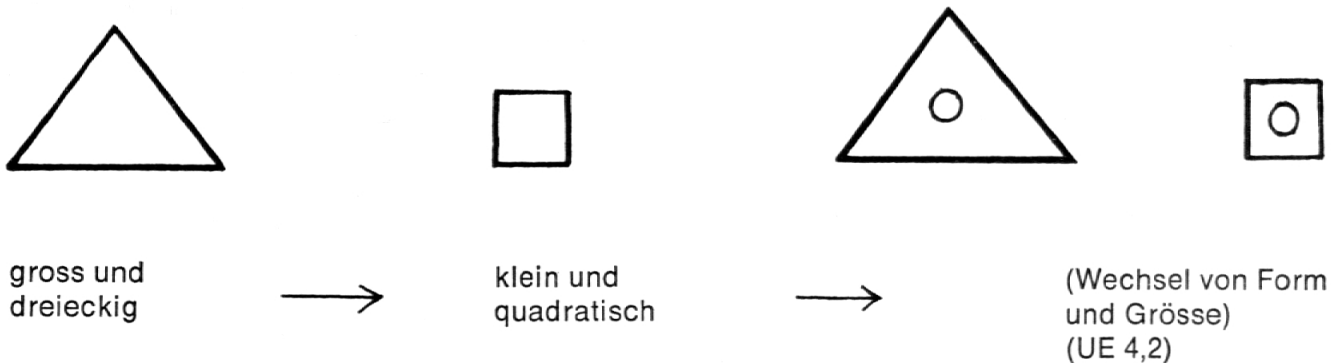
In der UE 4 (Musterreihen) wird folgende Aufgabe vorgeschlagen:

Man kann den Kindern gruppenweise einen Sabematkasten geben und sie auffordern: «Legt mit den Plättchen eine Reihe, die regelmässig geordnet ist» (UE 4,2).

Den Kindern ist das strukturierte Material von ihren Erfahrungen mit den ersten UE (Freies Spiel, Sortieren, Symbolisieren) hinlänglich bekannt.

Sie versuchen nun, *handelnd* die verschiedenen Plättchen nach einer ganz bestimmten Ordnung, einer Regel, in eine Reihe zu legen. Dabei beachten sie die einzelnen Merkmale der Plättchen, um zu prüfen, ob die einander folgenden Elemente der selbstgewählten Regel entsprechen. Die einzelnen Plättchen werden verglichen und unter ganz bestimmten Ordnungsbedingungen zueinander in Beziehung gesetzt, in einer Reihe verknüpft.

Beispiel:



Nachdem die Kinder verschiedene Musterreihen selbst gelegt haben und dabei die zugrunde liegenden Regeln kennen und einhalten gelernt haben, wird ihnen die «Umkehraufgabe» gestellt. Den handelnd erlebten Ordnungsoperationen folgen die *inversen Operationen*, das Rekonstruieren der Ordnungsprinzipien.

Hier wäre zu beachten, dass diese Aufgabe nicht handelnd, sondern ausgehend von einer bildhaften Darstellung gelöst wird. Bei diesen Aufgaben ist die Regel in der Anordnung der Plättchen ikonisch repräsentiert.

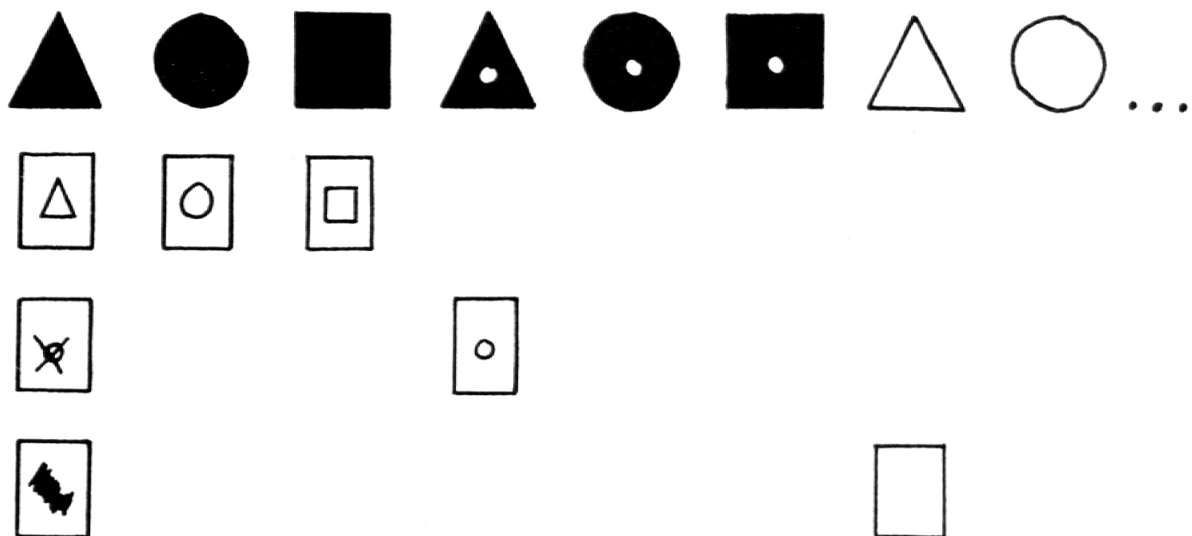
In einem weiteren Schritt werden die Kin-

der dazu angeleitet, die erkannte Regel auch darzustellen. Das geschieht zwar schon spontan im Moment, wo die Kinder über die Regel sprechen und verschiedene Regeln im Gespräch miteinander vergleichen. Damit werden die Regeln *sprachlich* (symbolisch) dargestellt. Die Kinder kennen aber seit der UE 3 (Symbolisieren) die Merkmalskarten, mit denen sie eine weitere Möglichkeit der symbolischen Darstellung der Regeln ausführen können.

In einer Aufgabe der UE 4,3 werden sie aufgefordert:

«Gebt mit den Merkmalskarten an, wie die Plättchen nacheinander liegen.»

Beispiel:



Dieser Aufgabe folgt gleich eine Umkehraufgabe, indem die Kinder nach den gelegten Merkmalskarten, die eine Regel vorgeben, die Musterreihen konstruieren müssen. Mit den drei Arbeitsblättern 8–10 werden

Beispiele gegeben, wie die Aufgaben mit Musterreihen auch auf der zeichnerisch-bildhaften (ikonischen) Ebene geübt werden können (angefangene Reihen fertig zeichnen, Lücken ausfüllen).

Der Aufbau dieser UE lässt deutlich erkennen, dass das Primat des Handelns, das Prinzip der inversen Operationen (Umkehraufgaben), die Forderung nach verschiedenen Lösungsmöglichkeiten sowie ein vielseitiger Wechsel der Darstellungsweisen berücksichtigt wurden.

Dem Kriterium der Mobilität des Denkens wird also in hohem Masse Rechnung getragen.

Was u. E. jedoch zu kurz kommt, sind die Gelegenheiten, die neu erlernten operatorischen Strukturen in Form eines «operatorischen Übens» (AEBLI 1970⁴) zu festigen. So sollte man für das «Regel-Erkennen» weitere Übungen anbieten, bevor man zu den Aufgaben mit den Merkmalskarten übergeht.

2.3 Kontinuität in der Förderung der kognitiven Entwicklung

Im zweiten Steinerschen Kriterium, dem der Kontinuität der kognitiven Entwicklung, fragen wir uns, in welchem Masse und mit welchen Mitteln eine Methode einen kontinuierlichen Aufbau der kognitiven Strukturen gewährleistet.

Da die UE ausdrücklich als Lehrwerk, d. h. als Angebot von Aufgaben und Spielen zu einzelnen Bereichen der pränumerischen Grundschulmathematik, und nicht als Lehrgang vorgestellt werden, kann dieses Prinzip nur an den einzelnen UE innerhalb desselben Themas überprüft werden.

So kann man etwa zeigen, dass in der UE 7 der sorgfältige Aufbau von Pfeildiagrammen das Verstehen der schwierigeren, nicht mehr in Handlungsvollzügen erfassbaren Ordnungsbeziehungen der UE 9, die Verwandtschaftsbeziehungen, vorbereitet.

2.4 Zur Kreativität des Denkens

Eng verbunden mit der Forderung eines mobilen Denkens im Mathematikunterricht ist auch diejenige nach Kreativität des Denkens.

AEBLI (1975) spricht dann von Kreativität, wenn das Kind ein Problem selbst stellt und es dann auch selbst löst. Das Problemlösen ist also der Bereich, wo sich kreatives Denken entfaltet.

In der Beschreibung des kreativen Denkens wird sowohl von AEBLI (a. a. O.) als auch

von STEINER (1974) auf den Begriff des «divergenten Denkens» nach GUILFORD hingewiesen. Im Gegensatz zum konvergenten Denken, bei dem ein gestelltes Problem nur eine bestimmte Lösung zulässt, wird beim divergenten Denken ein offenes Problem vorausgesetzt. Es gibt in einer Problemsituation verschiedene Lösungsmöglichkeiten, mehrere unterschiedliche Wege führen zum Ziel.

Nach STEINER (1973) hängt die divergente Produktion von Lösungen weitgehend von der Beweglichkeit der Gesamtsysteme der Operationen ab:

«Man erkennt in diesem Fall, dass die Kreativität im Zusammenhang mit dem Aufbau und vor allem der Festigung der Operationen in besonderem Masse gefördert werden kann, sofern die Mobilität der Operationen gepflegt wird, m. a. W., sofern ein *Durcharbeiten* der Operationen zu ihrer Konsolidierung und Mobilisierung stattfindet» (STEINER a. a. O., S. 380).

Für die Kreativitätsschulung ergeben sich folgende Konsequenzen:

- «Problemlösen» muss vermehrt gefördert werden.
- Wenn Probleme gestellt werden, müssen es weite, offene Probleme sein, die auf vielfältige Weise gelöst werden können.
- Die Schüler sollen in Problemsituationen Gelegenheit haben, das Problem selbst zu entdecken und Fragen zu stellen.
- Die Schüler sollen lernen, verschiedene Lösungswege aufzusuchen.
- Verschiedene Wege sollen beschritten und untereinander verglichen werden.

Es soll nicht erstaunen, dass eine Schulung der Kreativität auch Anregung und gar Lenkung erfordert. Kreativität verlangt Konstruktionsprozesse, und dazu anzuregen, ist eine der wichtigen Aufgaben des Lehrers im Unterricht.

Eine Kreativitätsschulung in diesem Sinne ist nahe verwandt mit den Unterrichtsformen des «operatorischen Übens (AEBLI, 1970⁴). Beide ermöglichen es dem Schüler, Probleme selbständig, auf originelle, vielfältige, eben kreative Weise zu lösen.

STEINER (1973) stellt aufgrund dieser Erkenntnisse folgende Fragen an eine methodentheoretisch orientierte Methode:

«Werden in den Lehrmitteln der betreffenden Methoden Aufgaben gestellt, die eine Vielzahl von äquivalenten Lösungen oder für eine einzige Lösung verschiedene Wege zulassen?»

Kann das Kind eigene, vielleicht völlig ausgefallene Fragen zu einem Problem stellen?» (a. a. O., S. 381)

2.5 Wird das Kind zu kreativem Problemlösen angeleitet?

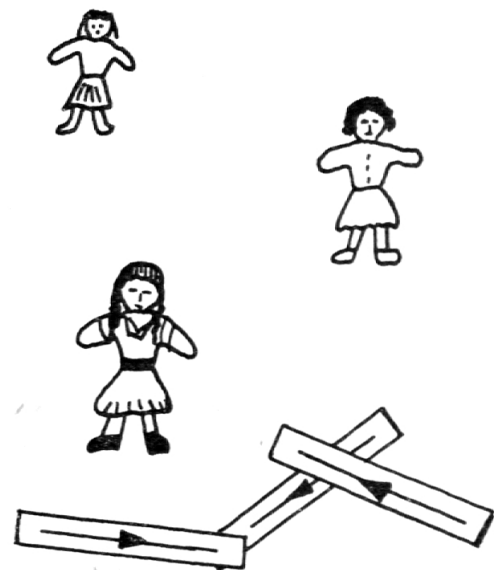
In den UE 7 und 9 (Ordnungsrelationen) lernen die Kinder Pfeildiagramme («Pfeilbilder») kennen. Sie sollen Ordnungsbeziehungen zwischen Gegenständen aus ihrer Umwelt sehen, beschreiben und darstellen lernen. In UE 7 werden verschiedene Möglichkeiten des Einstiegs vorgeschlagen:

Variante A:

«Der Lehrer legt verschieden grosse Gegenstände – z. B. Puppen, Bären, Bauklötze – ungeordnet vor die Kinder auf den Boden. Im Gespräch sollen die Kinder sich über die Grössenunterschiede äussern und möglicherweise möchten sie die Gegenstände der Grösse nach in eine Reihe stellen...

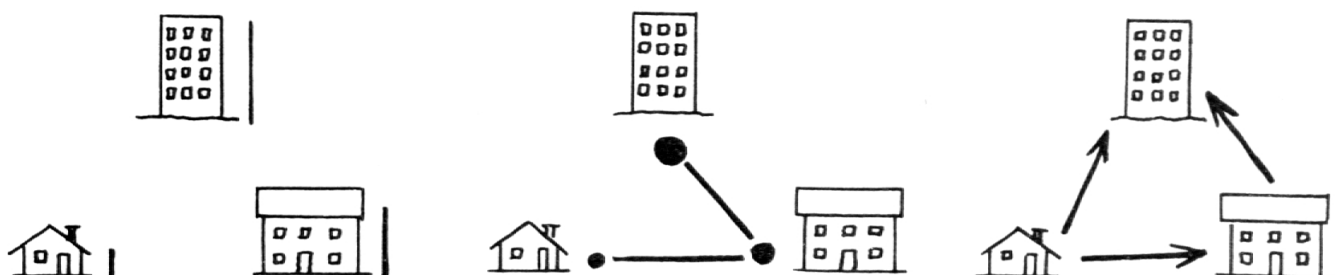
Der Lehrer kann drei Pfeile (Streifen mit aufgemalten Pfeilen) neben die Gegenstände legen und etwa erklären: «Die Pfeile bedeuten <Ich bin kleiner als...>» Versucht

bitte, die Pfeile an die richtige Stelle zwischen die Puppen zu setzen» (UE 7,2).



Variante B:

Man kann z. B. drei verschieden grosse Häuser an die Wandtafel zeichnen oder gibt sie auf Bildkarten gezeichnet vor. Nach einem ersten Gespräch, in dem sich die Kinder zu den Grössenverhältnissen äussern sollen, kann man die Kinder auffordern, ohne Worte zu zeigen, dass die Häuser verschieden gross sind (auf solche Abmachungen gehen die Kinder in der Regel spontan ein!). Kinder in den Versuchsklassen brachten folgende Lösungsversuche:



Kennzeichnung durch verschieden lange Striche

verschieden dicke Punkte mit Verbindungslinien (eine Linie fehlte)

Zeichnen von Pfeilen (vom Lehrer verstärkt)

(UE 7,3)

Die Problemstellung in Variante A geht vom Erfahrungsbereich der Kinder aus. Grössenvergleiche spielen schon vor dem Schuleintritt eine wichtige Rolle im Leben der Kinder. Sie werden daher keine Mühe ha-

ben, die unterschiedlichen Grössen der drei Puppen festzustellen und eine Ordnung nach dieser Bedingung herzustellen. Der zweite Schritt, das Darstellen der Beziehungen zwischen den einzelnen Gegen-

ständen wird durch das Bereitlegen der Pfeile und durch das Festlegen der Beziehung «ist kleiner als» durch den Lehrer gelenkt. Hier werden die Probleme der Darstellung einer Relation durch ein Zeichen (Pfeil) und des Benennens der geltenden Ordnungsvorschrift («ist kleiner als») vorweggenommen.

Eine solche Problemstellung verunmöglicht kreative Lösungsvorschläge.

Entscheidend an dieser Problemstellung scheint uns jedoch, dass konkret handelnd begonnen wird. Damit wird nämlich der Tatsache Rechnung getragen, dass die Assimilationsschemata (PIAGET 1975³) für das Erkennen von Ordnungsbeziehungen im enaktiven Bereich ausgebildet werden³.

Wie man gerade den zweiten Schritt, die Darstellung der Relationen, als offenes Problem stellen könnte, wird in Variante B sehr schön gezeigt.

Dass man aus den beiden Varianten durchaus eine für das kreative Denken fruchtbare Problemstellung kombinieren kann, zeigt ein Ausschnitt aus einem Unterrichtsprotokoll, S. 3k (UE 7):

«Grössenvergleiche an Gegenständen und Bildern machten die Kinder auf entsprechende Sachverhalte in unmittelbarer Umgebung des Schulhauses aufmerksam: die Kirche ist grösser als das Schulhaus, das wiederum grösser als das Wohnhaus gegenüber...

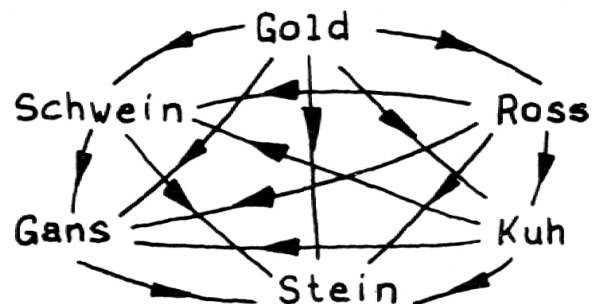
Die Kinder machen Vorschläge, wie man ohne Worte zeigen kann, was grösser ist: Wegweiser verschiedener Grösse – Männchen mit ausgestrecktem Arm – Hand mit gestrecktem Zeigefinger – Pfeile! Wir untersuchen gleich auch die Beziehung «...ist kleiner als...».

Ein Kind spielt mit Geld. Die anderen Kinder wollen untersuchen, welche Münze «mehr wert» ist.

Ein Kind erinnert sich an die Geschichte «Hans im Glück», die wir im Sprachunterricht besprochen haben: «Das Ross ist mehr wert als die Kuh...»

Schliesslich wage ich den Versuch einer Gesamtdarstellung: dies bereitet den Kindern grossen Spass und macht weniger Mühe als erwartet. Ein Schüler stellt fest, dass vom Gold alle Pfeile ausgehen, zum Stein alle hinzeigen. Ein anderer begründet:

«Gold ist am meisten wert, der Stein nichts!...»



Ein Kind zeigt dem Lehrer, dass es das Diagramm von «Hans im Glück» auch mit Zahlen (0–5) besetzen könne. Durch diese Idee angesteckt, bringen auch die andern Kinder immer wieder neue, selbst erfundene Relationsgraphen in die Schule.

Der Weg, der hier aufgrund der beiden Einstiegsvarianten A und B beschriftet worden ist, zeigt deutlich den Erfolg eines Unterrichts auf, der von einer weiten, offenen Problemstellung ausgeht. Die Kinder haben verschiedene Möglichkeiten gefunden, die Ordnungsbeziehungen durch Zeichen darzustellen (äquivalente Lösungen). Sie haben selbst verschiedene Ordnungsvorschriften entdeckt («ist kleiner als», «ist mehr wert als»). Sie haben auch Ordnungsvorschriften umgekehrt (inverse oder reziproke Relation).

Nachdem die Kinder mit den Relationsgraphen vertraut sind, folgt im weiteren Verlauf der UE eine Phase des operatorischen Übens. An weiteren konkreten Gegenständen werden verschiedene Relationsvorschriften und die entsprechenden Umkehrungen gruppenweise durchgeführt. Relationsgraphen werden miteinander verglichen und diskutiert. Es werden auch Bildkarten⁴ verwendet, die das Zeichnen, Lesen und «Besetzen» von Pfeildiagrammen ermöglichen und damit auch für die Variabilität der Aufgabenstellung sorgen. Relationsgraphen mit Lücken müssen auf den Arbeitsblättern vervollständigt werden.

Das Prinzip des operatorischen Übens wird hier in hohem Masse respektiert und damit kreatives Denken geschult.

2.6 Transfer

Beim Problem des Transfers fragen wir uns, ob und in welchem Masse das Kind gelernte

Operationen und Begriffe zur Lösung neuer Probleme auf andere Situationen übertragen kann. Das Gelernte wird dabei zum Modell für das Lösen anderer Aufgaben in anderen Situationen. AEBLI (1971³) charakterisiert diesen Prozess so:

«So vollziehen sich also bei der Lösung eines neuen Problems mannigfaltige Übertragungsprozesse. Sowohl die Hauptidee der Operation, wie die Operationselemente, aus denen die Lösung aufgebaut wird, werden von den Situationen, in denen sie bisher angewendet wurden, auf die Gegebenheiten des neuen Problems transferiert» (a. a. O., S. 42/43).

MONTADA (1970) hat in Versuchen mit Kindern zeigen können, dass Transferleistungen, die in Anwendungssituationen spontan nicht gelangen, durch Anleitung leicht ausgelöst wurden. Er spricht dann von einem «gelenkten Transfer». Dies lässt für die Schule die Folgerung zu, dass im Unterricht Gelegenheiten für Transferleistungen geboten werden können und sollen.

NEUNZIG/SORGER (1969) meinen, dass der Transfer immer wieder provoziert werden müsse. Es sollen Transfersperren, hervorgerufen durch starre, einseitige Denkgewohnheiten, vermieden werden.

In unserer Analyse fragen wir mit STEINER (1973), ob das in einer bestimmten Unterrichtsform gepflegte Denken auf einen *Transfer* auf andere Inhalte desselben Unterrichtsfaches, auf andere Übungsformen oder auf andere Umweltbereiche hin angelegt sei.

Für einen nicht-arithmetischen Mathematikunterricht besteht die spezifische Frage, ob hier aufgebaute Strukturen auf das Zahlenrechnen transferierbar sind, und wenn ja, auf welche Bereiche sich dieser Transfer erstreckt.

2.7 Besteht in den Unterrichtseinheiten ein Transferproblem?

Bei der Prüfung der UE nach den Kriterien der Mobilität und der Kreativität ist mehrmals aufgefallen, dass dem Prinzip des operatorischen Denkens in diesem Lehrwerk besondere Beachtung geschenkt wurde. Es scheint daher fast müßig, die UE nach dem Kriterium der Transferierbarkeit zu durchleuchten, denn es ist ja gerade ein Prinzip

der operativen Methode, Operationen und Begriffe so aufzubauen und durchzuarbeiten, dass die ihnen innewohnenden Strukturen auf andere Situationen übertragbar werden. In diesem Sinne besteht also kein Transferproblem.

Die Frage, die es aber noch zu klären gilt, ist die, ob die logisch-mathematischen Inhalte, zu denen die UE Spiele und Aufgaben anbieten, einen Transfer auf Bereiche im Zahlenrechnen ermöglichen.

Wir möchten dies am Beispiel der Arbeit mit Diagrammen aufzeigen, obwohl das natürlich nur ein Bereich unter vielen ist, wo man mögliche und nötige Transfermöglichkeiten sehen kann.

In zahlreichen Spielen wird das Kind mit verschiedenen Diagrammen (Kasten-, Venn-, Baumdiagramm usw.) bekannt gemacht, die alle im Zahlenrechnen ihre Entsprechung und Weiterführung in höheren Klassen erfahren werden⁵.

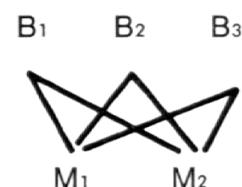
			
			
			

Beispiel einer Matrix (UE 5,1)

In den *Matrix*spielen der UE 5 wird bereits Verständnis geweckt für das Kartesische Produkt, das später bei der Einführung der Multiplikation als Modell dienen kann. Dort werden wir dann auf folgende Problemstellungen stoßen:

Drei Bubenmannschaften einer Oberschule bestreiten ein Volleyball-Turnier gegen die zwei Mädchenmannschaften derselben Schule.

Lösung:

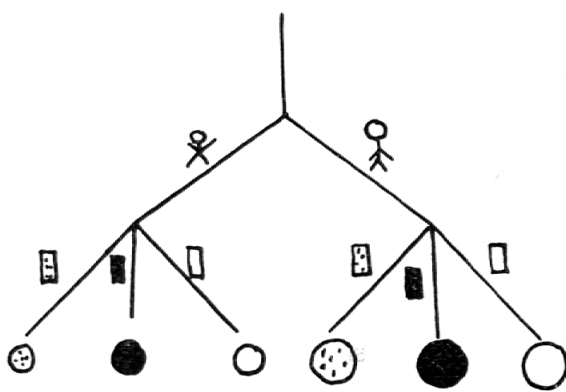


	B ₁	B ₂	B ₃
M ₁	M ₁ B ₁	M ₁ B ₂	M ₁ B ₃
M ₂	M ₂ B ₁	M ₂ B ₂	M ₂ B ₃

Spielpan als Matrix

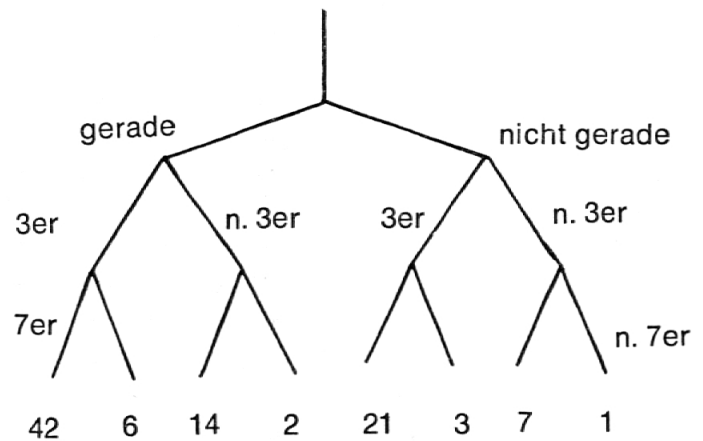
Auch das *Baumdiagramm*, das in den Baumspielen der UE 6 kennen gelernt wird, werden wir ebenfalls bei kombinatorischen Aufgaben im Zahlenrechnen, z. B. im Zusammenhang mit den Zahlenklassen, wieder antreffen.

Beispiel aus UE 6:



Mit Bällen (gross, klein, verschiedene Muster)

später (z. B. 4. Klasse):

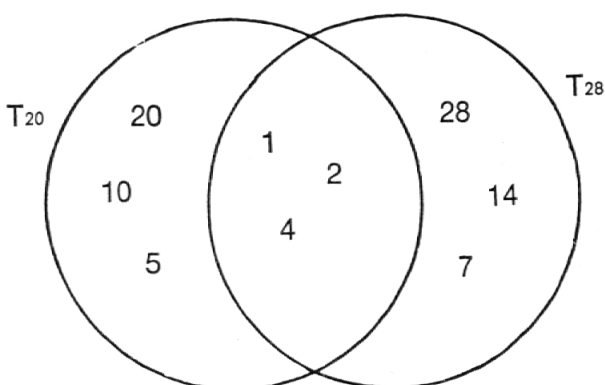


Zahlenmenge: 42, 21, 14, 7, 6, 3, 2, 1.

Mit dem *Venn-Diagramm*, das in der UE 8 (Umgang mit Diagrammen) eingeführt wird, lernen die Kinder eine Darstellungsform, die später für den wichtigen mathematischen Begriff der Schnittmenge wieder vielfältige

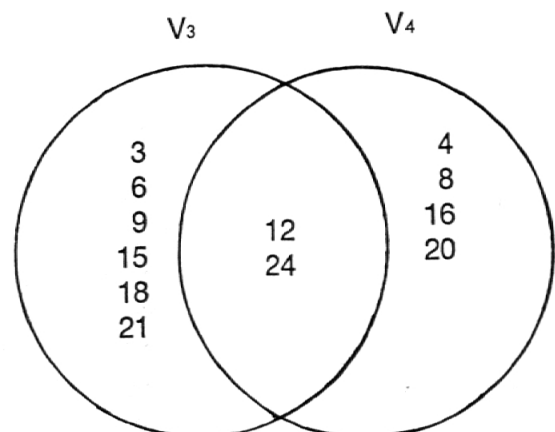
Anwendung finden wird. So kann damit der grösste gemeinsame Teiler zweier Zahlenmengen (1) wie auch das kleinste gemeinsame Vielfache zweier Zahlen (2) leicht dargestellt werden.

Beispiel 1:



grösster gemeinsamer Teiler von 20 und 28 ist 4

Beispiel 2:



kleinstes gemeinsames Vielfaches von 3 und 4 ist 12

In einem Kommentar zum Gebrauch des Venn-Diagramms (UE 8, Ik) vertreten die Autoren mit Recht die Meinung, dass diese Darstellungsform für den Durchschnitt nicht die einzig mögliche ist. Als weitere Möglichkeiten bieten sie Spiele mit Strassenkreuzungen, Kastendiagrammen und Torspiele an. So wird verhindert, dass nur in einer Darstellungsform geübt wird. (Wir kennen ja genügend Lehrmittel der «Modernen Mathematik», in denen die endlosen Übungen in Form von Venn-Diagrammen zu reinen Trockenübungen ausarten!)

Gerade in den UE zu den verschiedenen Spielen und Aufgaben mit Diagrammen wird der Lehrer immer wieder dazu angeleitet, den Unterricht zu unterbrechen, um die Ergebnisse und Lösungen gemeinsam mit den Kindern zu vergleichen, zu besprechen. Diese didaktische Massnahme des gezielten Nachdenkens über das Erreichte ist auch auf der Stufe der Grundschule möglich und äusserst fruchtbar und sollte deshalb vermehrt angewendet werden⁶.

3. Was man weiter beachten sollte

Fassen wir die Ergebnisse unserer Analyse nach den drei Kriterien der Mobilität, der Kreativität und des Transfers zusammen, so dürfen wir wohl behaupten, dass die Unterrichtseinheiten der St. Galler Projektgruppe ein Lehrwerk darstellen, das dem Anspruch, eine «phasengerechte, verständliche, praktikable, systematisierte und effiziente Propädeutik mathematischen Denkens zu entwickeln» (BAERMANN), weitgehend entspricht⁷.

Es ist uns klar, dass in weiterer Analyse noch vieles zu fragen und zu beachten wäre, wie etwa:

- Wie ist der grossen Bedeutung der Sprache im Mathematikunterricht beim Aufbau der UE Rechnung getragen worden?
- Welche Wirkungen gehen vom Gruppenunterricht aus, etwa auf die Motivation, den Austausch von Erfahrungen, das kooperative Lernen?
- Wie wird der Lernfortschritt der Schüler überprüft?
- Wird mit den unterschiedlich schwierigen Aufgaben eine innere Differenzierung ermöglicht?

- Welche Bedeutung kommt dem strukturierten Material zu?
- Welche Rolle spielt der Lehrer in diesem Unterricht?

Wir sind der Meinung, dass jeder einzelne Lehrer, der mit diesem Lehrwerk arbeiten möchte, solche Fragen selbst stellen und in eigener Analyse selbst kritisch prüfen sollte. Eine solche Auseinandersetzung, die durch zahlreiche klare Kommentare zu den Übungen und Spielen noch erleichtert und bereichert wird, lohnt sich auf jeden Fall, sei es als Vorbereitung für den Einsatz der UE in der Schule, oder sei es auch nur, um wieder einmal über den eigenen Rechenunterricht nachzudenken, zu vergleichen und neue Ideen zu schöpfen.

Abschliessend wäre noch zu bemerken, dass das vorliegende Unterrichtswerk in einer Zeit entwickelt wurde, in welcher der Ruf der sogenannten «Neuen Mathematik» nicht gerade der beste war. Auf die anfängliche Euphorie, die vor allem geschäftstüchtige Lehrmittelverlage zu nutzen wussten, folgte bald die zu erwartende Ernüchterung. Auch mit den neuen Methoden lernen die Kinder Mathematik nicht so spielend, wie das verkündet wurde.

Dass die Projektgruppe in dieser Situation trotzdem versucht hat, in der Anwendung neuer pädagogischer, psychologischer, didaktischer und mathematischer Erkenntnisse ein mengentheoretisches Lehrwerk zu schaffen, ist bemerkenswert.

Anmerkungen

¹ Dieser Kriterienkatalog zur Beschreibung und Beurteilung von Lehrmitteln wurde in der Schweizer Lehrerzeitung Nr. 49/1972 vorgestellt (HENGARTNER/WEINREBE).

² Vgl. dazu die Ausführungen von G. STEINER in «Mathematik als Denkerziehung» (S. 297), der aufgrund seiner Analyse des Lehrmittels von Resag/Bärmann bereits befürchtete, das Angebot an Übungen im mengentheoretischen Teil dieses Lehrmittels sei ungenügend.

³ Hier möchten wir nochmals betonen, dass nicht die einzelne Handlung für sich, sondern die Koordination mehrerer Handlungen wesentlich ist.

⁴ Bildkarten sind eine Art Spielkarten, von denen jedes Kind einige Sätze aus UE 2 und 3 besitzt (Besteck, Verkehrsmittel, Häuser, Fische usw.).

- ⁵ Der Wechsel von einer Darstellungsform zu einer anderen wird in den UE begrüsst (5, Ik). Der Lehrer muss dabei seine Schüler aufmerksam beobachten, um bei auftretenden Schwierigkeiten helfend und klärend einzugreifen, denn solche «Transpositionen» sind nicht selbstverständlich, auch wenn die Schüler die verschiedenen Diagramme bereits beherrschen.
- ⁶ «Wichtig für die Entwicklung des mathematischen Denkens bleibt es, dass die Kinder sich ihre verschiedenen Arbeitsweisen gegenseitig mitteilen, um so zu immer tieferer Einsicht in die operatorischen Möglichkeiten und ihre Variabilität zu gelangen» (BAERMANN 1966, 120).
- ⁷ Darin sah BAERMANN die Aufgabe und Schwierigkeit des Mathematikunterrichts auf der Grundschule (anlässlich des Grundschulkongresses 1969 in Frankfurt).

Bibliographie

- Aebli, H.: Psychologische Didaktik. Klett, Stuttgart 1970⁴.
- Grundformen des Lehrens. Klett, Stuttgart 1971⁷.
 - Über die geistige Entwicklung des Kindes. Klett, Stuttgart 1971³.
 - Pädagogische und didaktische Aspekte der Kognitionspsychologie. Unveröffentlichte Vorlesung. Universität Bern, 1975.
- Bärmann, F.: Rechnen im Schulanfang. Westermann, Braunschweig 1968².

- Vier Fragen an die «neue» Grundschulmathematik. In: Schwartz, E. (Hrsg.): Materialien zum Mathematikunterricht in der Grundschule. Frankfurt a. M., S. 29–42.
- Bruner, J. S. / Olver, R. S. / Greenfield, P. M. et al.: Studien zur kognitiven Entwicklung. Klett, Stuttgart 1971.
- Hengartner, E. / Weinrebe, H.: Inspektionsevaluation von Lehrwerken zur Grundschulmathematik. Schweizerische Lehrerzeitung 49/72, 1972–1977.
- Lehrerfortbildung als handlungsorientierte Curriculumentwicklung. Zeitschrift für Pädagogik. 21/75/1, 33–53, 1975.
- Hengartner, E. u. a.: Projektgruppe Mathematik St. Gallen. Unterrichtseinheiten 1./2. Klasse. Rorschach: Kantonaler Lehrmittelverlag, 1975.
- Homann, G.: Lernorientierte Spiele im Mathematikunterricht. Die Grundschule 9/74, 459–462. Westermann 1974.
- Montada, L.: Die Lernpsychologie Jean Piagets. Klett, Stuttgart 1970.
- Neunzig, W. / Sorger, P.: Einstieg in die Mathematik. Herder, Freiburg 1969.
- Piaget, J.: Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde. Klett, Stuttgart 1975³.
- Steiner, G.: Mathematik als Denkerziehung. Klett, Stuttgart 1973.
- Kind und Mathematik. Zeitschrift für Pädagogik, 20/5, 677–702, 1974

Umschau

CH: Oberstufenreform im Zentrum der ersten Sitzung der IEDK im Jahre 1976

Eingehend behandelte die Konferenz einen Bericht zur Schul- und Berufswahlorientierung auf der Oberstufe. Der von einer Arbeitsgruppe unter dem Vorsitz von Franz Frei, Vorsteher des Luzerner Amtes für Berufsbildung, erarbeitete Bericht enthält eine Reihe von Empfehlungen zum Ausbau der Laufbahnbearbeitung in den Schulen und namentlich zur Informations- und Beratungstätigkeit im Rahmen der Orientierungsstufe. Grundsätzlich wird davon ausgegangen, dass spätestens von der 7. Klasse an eine kontinuierliche Schul- und Berufswahlorientierung stattfindet. Hauptträger dieser Orientierung soll der – entsprechend ausgebildete – Klassenlehrer sein, der in seiner Aufgabe von den Berufsberatungsstellen unterstützt wird. Die Konferenz stimmte den Emp-

fehlungen mit geringfügigen Änderungen zu. Einzelne konkrete Massnahmen wie die Auswahl des Lehrmittels und der Einbau in die Stundenpläne sollen nun von einer Arbeitsgruppe weiterbehandelt werden.

Ausbildung der Oberstufenlehrer

Gewichtige Entscheide wurden auch im Bereich der Ausbildung der Oberstufenlehrer getroffen. Die 1975 ausgelaufene Vereinbarung mit der Interkantonalen Oberstufenlehrerkonferenz (IOK), nach der die IOK die Ausbildung der Abschlussklassenlehrer sicherstellt, wurde bis 1980 mit geringen Änderungen verlängert. Die getroffene Organisation gilt unter gegenseitigem Einvernehmen als Übergangslösung. Die Konferenz hat denn auch gleichzeitig beschlossen, ein umfassendes Projekt für die Ausbildung der Orientierungsstufenlehrer der Innerschweiz an die Hand zu nehmen. In nächster Zeit wird eine entsprechende Arbeitsgruppe gebildet, die in enger Zusammenarbeit mit der Luzerner Hochschulplanung Vorschläge zur Gestaltung der Lehreraus- und -fortbildung einzureichen hat.