

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 10 (1919)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Die Berechnung der Freileitungen mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter  
**Autor:** Jobin, Abel  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1061062>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen „Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz“ sowie „Jahresheft“ und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin“ betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat  
des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins,  
Neumühlequai 12, Zürich 1 - Telephon: Hottingen 37.08

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den Verlag:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.,  
Hirschengraben 80/82 Zürich 1 Telephon Hottingen 36.40

Abonnementspreis  
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft und Statistik:  
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 25.—.  
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 1.50 plus Porto.

Publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la „Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse“, ainsi que l'„Annuaire“.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la matière du „Bulletin“ au

Secrétariat général  
de l'Association Suisse des Electriciens  
Neumühlequai 12, Zurich 1 - Telephon: Hottingen 37.08

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les annonces, doivent être adressées à l'éditeur:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.  
Hirschengraben 80/82 Zurich 1 Téléphone Hottingen 36.40

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire et la Statistique, Fr. 15.— pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.  
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 1.50, port en plus.

X. Jahrgang  
X<sup>e</sup> Année

Bulletin No. 6

Juni 1919  
juin 1919

### Die Berechnung der Freileitungen mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter.

Nach Anregungen und unter Mitwirkung des Generalsekretariats und des Starkstrominspektorats des S. E. V.

bearbeitet von *Abel Jobin*, Dipl. Ing.

#### Veranlassung und Zweck der vorliegenden Abhandlung.

Unter den vielen, regelmässig aus der ganzen Schweiz dem Starkstrominspektorat zukommenden Vorlagen über Freileitungen verrät eine verhältnismässig grosse Zahl teils offenbar irrige Anschauungen, teils falsche Auffassung der einschlägigen Formeln für die Durchführung des verlangten Festigkeitsnachweises. Dieser Umstand lässt es dem Starkstrominspektorat nützlich erscheinen, die tatsächlichen, an sich durchaus einfachen Verhältnisse hier einmal kurz darzulegen zur *Wegleitung* für die *Berechnung selbst* und für die *Ausführung der gesetzlich erforderlichen Nachweise*.

Die wohl heute noch überall in grösserem oder geringerem Masse vorhandene Unvollkommenheit, mit der die Vorschriften der verschiedenen Länder die aussergewöhnliche Beanspruchung der Freileitungen durch Zufallslasten (Schnee etc.) in Rechnung zu ziehen versuchen, scheint auch allgemein, z. T. in Verbindung mit nur beschränkt gültigen Näherungsformeln, viel unrichtiger Auffassung Verbreitung verschafft zu haben<sup>1)</sup>. *Ueber die Festigkeitsverhältnisse von Freileitungen demgegenüber allgemein zu orientieren*, namentlich auch im Hinblick auf die wohl bald unvermeidlich gewordene *Revision der staatlichen Vorschriften für Freileitungen*, soll ein weiterer Zweck dieser Arbeit sein.

Wir wollen dazu vorerst noch ausdrücklich betonen, dass es sich beim Vorliegenden nicht um eine neue Theorie handelt, sondern zum grossen Teil nur um eine Zusammenstellung der von verschiedenen Autoren (Tallqvist: Lehrbuch der Technischen Mechanik; R. Weil: Beanspruchung und Durchhang von Freileitungen; F. Kapper: Freileitungsbau; A. Pillonel: De la détermination de la longueur des portées des lignes électriques) auf diesem Gebiete herausgegebenen Ausführungen, mit spezieller Anlehnung an unsere schweizerischen

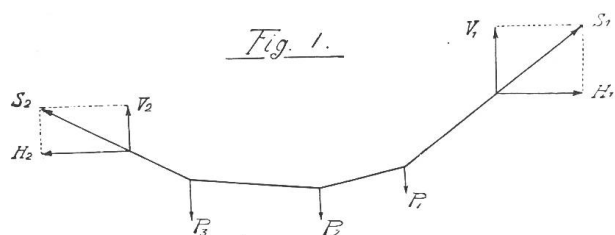
Verhältnisse und die hierfür massgebenden „Bundesvorschriften betreffend Erstellung und Instandhaltung der elektrischen Starkstromanlagen“ vom 14. Februar 1918 (in der Folge mit „B. V.“ bezeichnet) nebst den, auf Grund der bisher gemachten Erfahrungen eingeführten Annahmen des Starkstrominspektorates betreffend die zu berücksichtigenden Zusatzlasten.

### I. Die grundlegende Theorie.

#### 1. Allgemeiner Fall (Kettenlinie).

Nehmen wir an, ein biegsames „Seil“, wie es auch der einzelne Leitungsdraht darstellt, sei an verschiedenen Punkten mit vertikalen Kräften belastet:

Das Seilpolygon ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der Projektionen aller Kräfte auf zwei auf einander senkrecht stehenden Axen gleich 0 ist. Es muss also in Fig. 1 sein:



$$H_1 = H_2$$

$$V_1 + V_2 = P_1 + P_2 + P_3$$

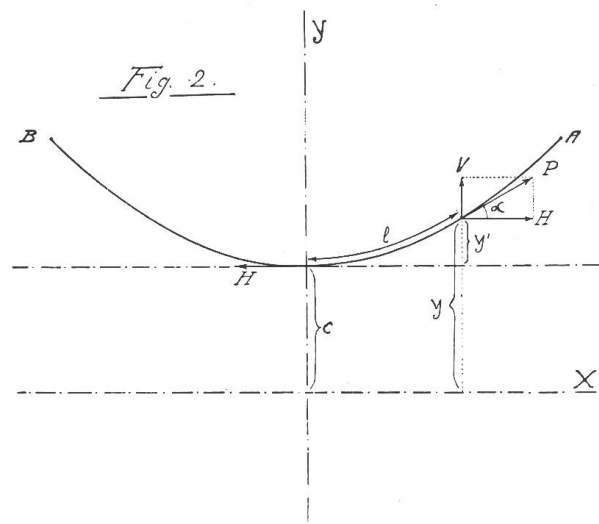
d. h. die horizontalen Komponenten der Spannungen in den einzelnen Seilstücken sind alle gleich gross. Die Summe der vertikalen Spannungskomponenten zweier beliebiger Seilstücke ist gleich der Summe aller zwischen ihnen liegenden Belastungen.

Ist also eine Polygonseite horizontal, so ist die in ihr vorhandene Spannung gleich  $H$ , d. h. sie ist die überhaupt kleinste im System auftretende Spannung.

Die Vertikalkomponente der Spannung in irgend einem Punkte dieses Seilpolygons ist gleich der Summe der Belastungen zwischen diesem Punkt und dem untersten Punkt.

Für alle in der Technik normalerweise vorkommenden Fälle kann nun angenommen werden, die Belastung sei gleichmässig über die Bogenlänge verteilt. Diese Belastung

(Gewicht) pro Einheit der Länge (cm) sei  $= \Gamma$ . Im einfachsten Falle bedeutet also  $\Gamma$  das Gewicht von 1 cm Draht allein, es kann aber auch das Gewicht von 1 cm Draht *nebst* vorkommender Zusatzlast wie z. B. einer Schnee- oder Eiswalze sein. Das Polygon wird dann zur gewöhnlichen „Kettenlinie“. Es wird nämlich in Fig. 2, wo  $H =$  die horizontale,  $V =$  die vertikale Komponente des im Seile wirkenden Zuges  $= P$  ist:



$$V = \Gamma l \tag{1}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{V}{H} = \frac{\Gamma l}{H} \tag{2}$$

Da  $H$  für die ganze Kettenlinie konstant ist, so können wir, wenn  $c =$  einer Konstanten, setzen:

$$H = \Gamma c \tag{3}$$

<sup>1)</sup> Auf bezügliche Punkte ist u. a. auch im „Bulletin“ aufmerksam gemacht in den Artikeln: *Wyssling*, Die Verwendung von Aluminium für Freileitungen, 1916, Seiten 157 und 161; *Pillonei*, La révision des prescriptions fédérales suisses concernant la construction des lignes électriques, 1917, page 73.

und wir erhalten:

$$\operatorname{tg} a = \frac{l}{c} \quad (4)$$

Die Tangente der Kurve gegen die  $x$ -Axe ist demnach dem Bogen proportional. Durch Differentiation der letzten Formel ergibt sich:

$$\frac{d \operatorname{tg} a}{dx} = \frac{1}{c} \frac{dl}{dx}$$

Darin ist  $\operatorname{tg} a = \frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d(\operatorname{tg} a)}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2}$ ;

ferner  $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2}$

$$dl = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

somit:  $\frac{dl}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

Daraus die Differential-Gleichung:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

woraus wir die *Gleichung der Kettenlinie* erhalten zu:

$$y = \frac{c}{2} \left( e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}} \right) \quad (5)$$

wobei (Fig. 2) die  $x$ -Axe in einem Abstand gleich dem Parameter  $c$  von der Scheiteltangente liegt.

Um die obige Formel in eine für die Rechnung bequeme Form überzuführen, entwickeln wir nach Maclaurin

$$y = \frac{c}{2} \left[ \begin{array}{l} 1 + \frac{x}{1 \cdot c} + \frac{x^2}{2! c^2} + \frac{x^3}{3! c^3} + \dots \\ 1 - \frac{x}{1 \cdot c} + \frac{x^2}{2! c^2} - \frac{x^3}{3! c^3} + \dots \end{array} \right]$$

Somit erhalten wir als Reihe dargestellt:

$$y = c + \frac{x^2}{2 \cdot c} + \frac{x^4}{24 \cdot c^3} + \dots \quad (6)$$

Diese Formel (6) gibt uns die Mittel in die Hand, für jede beliebige *Abszisse*  $x$  die zugehörige *Ordinate*  $y$  zu ermitteln.

Es wird in der Folge bei Berücksichtigung der Zustandsänderungen ferner von grossem Interesse sein, die Bogenlänge  $l$  ermitteln zu können. Wir hatten für dieselbe nach Formel (4):

$$l = c \cdot \operatorname{tg} a = c \cdot \frac{dy}{dx}$$

Nach Formel (5) erhalten wir:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left( e^{\frac{x}{c}} - e^{-\frac{x}{c}} \right)$$

und somit  $l = \frac{c}{2} \left( e^{\frac{x}{c}} - e^{-\frac{x}{c}} \right) \quad (7)$



oder aus der Darstellung nach Maclaurin in Reihe:

$$l = x + \frac{1}{6} \cdot \frac{x^3}{c^2} + \frac{1}{120} \cdot \frac{x^5}{c^4} + \dots \quad (8)$$

Für die Bestimmung der Ordinaten  $y$  aus (6) und der Bogenlängen  $l$  aus (8) wird der Parameter  $c$  bestimmt aus der Formel (3)  $H = \Gamma c$ . Darin ist wiederum  $H$  bestimmbar aus zwei Grössen, einmal der *spezifischen Zugbeanspruchung des Drahtes* pro  $\text{cm}^2$  in der Horizontalen:  $p = \frac{H}{q}$ , wenn  $q =$  dem Querschnitt des Leiters selbst in  $\text{cm}^2$  ist und sodann aus dem in einem weiteren Sinne verstandenen „spezifischen Gewicht“  $\gamma$  des Drahtes. Ist der *Leiter nur durch sich selbst belastet*, und dividieren wir sein Gewicht pro  $\text{cm}$  Länge in  $\text{kg}$  noch durch den Querschnitt  $q$  in  $\text{cm}^2$ , so erhalten wir das Gewicht von  $1 \text{ cm}^3$  des Leitungsmaterials (in  $\text{kg}$ ) d. h. das sogen. *spezifische Gewicht* (bezw.  $1/1000$  desselben) *im eigentlichen Sinne* (die „Dichte“)  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{\Gamma}{q}.$$

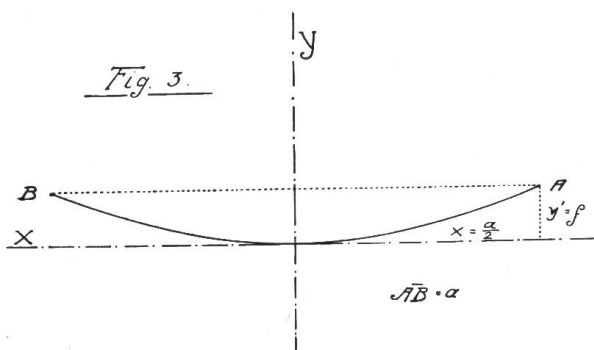
Trägt der Leiter noch *Zusatzlast*, z. B. Schnee, so ist das Gewicht  $\Gamma$  von  $1 \text{ cm}$  Bogenlänge entsprechend etwas grösser; man kann aber auch dann die Quotienten  $\gamma = \frac{\Gamma}{q}$  bilden und in einem weiteren Sinne als „*virtuelles spezifisches Gewicht*“ bezeichnen; in der Tat verhält sich der Leiter wie ein solcher *ohne* Zusatzlast aber aus einem entsprechend *spezifisch* schwereren Material, von der Dichte  $\gamma^1$ ). Man kann dann allgemein  $\Gamma = q \gamma$  schreiben, also, oben eingesetzt, weil auch  $H = q p$  ist:

$$q p = q \gamma c, \quad \text{oder} \quad c = \frac{p}{\gamma},$$

worin also  $p$  die spezifische Zugbeanspruchung des Drahtes,  $\gamma$  das „*virtuelle spezifische Gewicht*“ in obigem Sinne ist.

## 2. Vereinfachter Fall mässiger Spannweiten (Parabel).

Die in obigen Formeln (6) und (8) vorkommenden Reihen konvergieren sehr rasch und können in den meisten Fällen nicht allzugrosser Spannweiten<sup>2)</sup> mit genügender Genauigkeit durch ihr erstes Glied dargestellt werden. Aus Formel (6) erhalten wir dann:



$$y = c + \frac{x^2}{2c}$$

$$y = \frac{p}{\gamma} + \frac{x^2}{2} \cdot \frac{\gamma}{p}$$

d. h. die Kettenlinie wird in diesen Fällen zur Parabel, und wenn wir die  $x$ -Achse direkt als Scheiteltangente der Parabel wählen, wird

$$y' = \frac{x^2}{2} \cdot \frac{\gamma}{p}.$$

In einer Spannweite  $AB = a$  (Fig. 3) mit beidseitig gleich hohen Aufhängepunkten  $A$  und  $B$  lässt sich der *grösste Durchhang, Pfeilhöhe* genannt, als das  $y'$  für  $x = \frac{a}{2}$  ermitteln zu:

<sup>1)</sup> Diese Betrachtungsart der Leiter mit Zusatzlast ist auch in der Publikation des Generalsekretärs des S. E. V. über die Aluminiumleitungen, Bulletin Mai-Juni 1916, auf Seite 161 bereits eingeführt; was wir heute kürzer „virtuelles“ spezifisches Gewicht nennen, wurde dort als „scheinbares resultierendes“ spezifisches Gewicht bezeichnet.

<sup>2)</sup> Fälle, in denen diese Vereinfachung zu unzulässigen Fehlern führt, sind im später folgenden Kapitel III behandelt.

$$f = \frac{1}{2} \left( \frac{a}{2} \right)^2 \frac{\gamma}{p}$$

$$\text{d. h. } f = \gamma \frac{a^2}{8p} \quad (9)$$

Diese Formel für den Durchhang, zu deren Herleitung die Parabel als Kurvenform angenommen worden ist, gilt also für nicht allzu grosse Spannweiten bei beidseitig gleich hoher Aufhängung.

### 3. Die Zugbeanspruchung der Leitung an den Aufhängepunkten.

In den oben entwickelten Formeln bedeutet  $p$  die spezifische Zugbeanspruchung in der Horizontalen, im tiefsten Punkt, d. h. im Scheitel der Parabel und ist demnach wie früher gesagt die überhaupt kleinste Zugbeanspruchung auf der ganzen Parabel. Gegen die Aufhängepunkte zu setzt sich die entsprechende horizontale Komponente  $H$  mit einer vertikalen Komponente  $V$  zum totalen Zuge  $= P$  nach Fig. 2 zusammen. Es ist dann:

$$P = \sqrt{V^2 + H^2}$$

oder unter Berücksichtigung der Formeln (1) und (3) und Einsetzung der spezifischen Belastung  $\Gamma$ :

$$P = \sqrt{\Gamma^2 l^2 + \Gamma^2 c^2} = \Gamma \sqrt{l^2 + c^2}$$

Es ist ferner nach Formel (4):  $l = c \frac{dy}{dx}$

$$\text{und somit nach (5): } l = \frac{c}{2} \left( e^{\frac{x}{c}} - e^{-\frac{x}{c}} \right)$$

$$\text{und: } y = \frac{c^2}{2} \left( e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}} \right)$$

$$\text{daher: } y^2 = l^2 + c^2$$

$$\text{und daraus: } P = I \cdot y \quad (10a)$$

oder beiderseits durch den Leiterquerschnitt  $q$  dividiert:

$$p' = \gamma \cdot y \quad (10)$$

Aus der Formel (10a) sehen wir, dass der Zug  $P$  in irgend einem Punkte proportional der Ordinate dieses Punktes ist, und dasselbe findet natürlich (Formel 10) für konstanten Querschnitt  $= q$  der Leitung auch für die spezifische Zugbeanspruchung

(z. B. in kg pro cm<sup>2</sup>) des Leitermaterials  $p' = \frac{P}{q}$  statt. Die Zugbeanspruchung ist also

für die Aufhängepunkte und zwar bei ungleich hoher Aufhängung für den obern Aufhängepunkt der Spannweite am grössten. Der Unterschied zwischen der kleinsten Zugbeanspruchung im Scheitel der Parabel und der grössten Beanspruchung beim obern Aufhängepunkt ist jedoch nur bei sehr grossen Spannweiten oder bei bedeutender Höhendifferenz der Aufhängepunkte und bei Schnee- oder Reif-Zusatzlast von nicht unbedeutender Grösse. (Siehe darüber Kapitel III.) Die spezifische Zugbeanspruchung für einen beliebigen, zur Ordinate  $y$  gehörigen, oder um  $y'$  über dem tiefsten Punkt liegenden Punkt der Leitung lässt sich allgemein berechnen wie folgt:

Nach Formel (10) ist:

$$p' = \gamma \cdot y$$

Nach Fig. 2 ferner:

$$y = c + y'$$

woraus wir erhalten:

$$p' = \gamma \cdot c + \gamma y'$$

oder:

$$p' = p + \gamma y' \quad (11)$$

In einem Aufhängepunkt  $B$  nach Fig. 3 ist somit:

$$p' = p_m = p + \gamma \cdot f \quad (11a)$$

#### 4. Die Zustandsgleichung einer Freileitung mit beidseitig gleich hoch liegenden Aufhängepunkten.

Bei Aenderung der Temperatur um die Differenz  $t - t_0$  ändert sich bekanntlich die Länge  $l_0$  eines Drahtes vom Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  um:  $(t - t_0) \alpha l_0$ .

Aehnlich ändert sich bei einer Aenderung der spezifischen Zugbeanspruchung um  $p - p_0$  der gleiche Draht vom Elastizitätsmodul  $E$  um:  $(p - p_0) \cdot \frac{l_0}{E}$ .

Hierin bedeuten  $p$  und  $p_0$  die wirklich vorkommenden spezifischen Zugbeanspruchungen. Diese sind genau genommen, wie bereits gezeigt, in jedem Zustand von Punkt zu Punkt verschieden, ansteigend vom tiefsten Punkte der Kettenlinie aus. Für absolut genaue Rechnung wären daher hier für „ $p$ “ wie für „ $p_0$ “ entsprechende *mittlere* Werte (auf die ganze Bogenlänge bezogen) einzusetzen. Man begeht aber nach *Hooock*, wie späterhin noch gezeigt werden soll (Kapitel III) einen für gewöhnliche Fälle bei gleich hohen Aufhängepunkten ohne Schaden vernachlässigbaren Fehler, wenn man dafür die (geringste) spezifische Zugbeanspruchung am tiefsten Punkt einsetzt. „ $p$ “ und „ $p_0$ “ behalten also mit dieser Annäherung auch in diesen Formeln ihre frühere Bedeutung der Beanspruchungen am Scheitel der Kurve.

Demnach gilt allgemein für eine Zustandsänderung von zusammengehörigen  $l_0, p_0, t_0$  zu zusammengehörigen  $l, p, t$ :

$$l - l_0 = (t - t_0) \alpha l_0 + (p - p_0) \frac{l_0}{E} \quad (12)$$

Für die halbe Spannweite  $\frac{a}{2}$  ist aber bei beidseitig gleich hoher Aufhängung nach Formel (8)

und weil  $c = \frac{p}{\gamma}$  für einen Anfangszustand:

$$\frac{l_0}{2} = \frac{a}{2} + \frac{a^3 \gamma_0^2}{48 p_0^2} + \frac{a^5 \gamma_0^4}{3840 p_0^4} + \dots$$

wobei in den meisten Fällen (d. h. abgesehen von sehr grossen Spannweiten) die Glieder vom dritten Glied an wegen ihrer Kleinheit weggelassen werden können, sodass wir angenähert erhalten:

$$\frac{l_0}{2} = \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{a^2 \gamma_0^2}{24 p_0^2} \right)$$

Denken wir uns, es ändere sich gleichzeitig mit  $p_0$  und  $t_0$  auch noch durch Zusatzlast das virtuelle spezifische Gewicht von  $\gamma_0$  auf  $\gamma$ , so wird im neuen Zustand:

$$\frac{l}{2} = \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{a^2 \gamma^2}{24 p^2} \right)$$

Aus den letzten zwei Gleichungen und (12) ergibt sich dann:

$$l - l_0 = a \frac{a^2}{24} \left( \frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) = (t - t_0) \alpha \cdot l_0 + (p - p_0) \frac{l_0}{E}$$

oder  $\frac{a^2}{24} \left( \frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) = (t - t_0) \alpha \cdot \frac{l_0}{a} + (p - p_0) \cdot \frac{l_0}{a} \cdot \frac{1}{E}$

In diesen Formeln darf man noch mit genügender Annäherung setzen

$$\frac{l_0}{a} = 1.$$

Da dieses Verhältnis tatsächlich etwas  $> 1$  ist, so hat diese Vereinfachung dieselbe Wirkung wie ein zu klein angenommenes  $\alpha$  oder ein zu gross angenommenes  $E$ , was nach Formel (12) beides eine etwas zu geringe Längenänderung ergibt. Dass dieser Fehler aber in den gewöhnlichen Fällen bedeutungslos ist, wird späterhin (Kapitel III) noch besonders gezeigt werden.

Mit dieser Vereinfachung hat man dann:

$$\frac{a^2}{24} \left( \frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) = (t - t_0) \alpha + (p - p_0) \cdot \frac{1}{E} \quad (13a)$$

woraus wir durch Umformung die *Zustandsgleichung einer Freileitung* (mit gleich hohen Aufhängepunkten, in Parabelform) erhalten:

$$p^3 + p^2 \left[ \frac{\gamma_0^2 \cdot a^2 \cdot E}{24 \cdot p_0^2} + (t - t_0) \alpha \cdot E - p_0 \right] = \frac{\gamma^2 \cdot a^2 \cdot E}{24} \quad (13)$$

Darin bedeuten also:

$\alpha$ : den Wärmeausdehnungskoeffizienten bezogen auf 1<sup>o</sup> C.

$E$ : den Elastizitätsmodul in kg/cm<sup>2</sup>.

$a$ : die Spannweite, d. h. die horizontale Distanz zwischen beiden Aufhängepunkten in cm.

$p_0$ : die *bekannte* Anfangsbeanspruchung des Leiters in kg/cm<sup>2</sup> bei der bekannten Anfangstemperatur  $t_0$  in Grad Celsius und bei

$\gamma_0$ : dem bekannten virtuellen spezifischen Gewicht in kg/cm<sup>3</sup>, das bei dem betrachteten Anfangsstadium angenommen ist.

$p$ : die *gesuchte* Zugbeanspruchung des Leiters in kg/cm<sup>2</sup> bei der angenommenen Temperatur  $t$  und bei

$\gamma$ : dem virtuellen spezifischen Gewicht in kg/cm<sup>3</sup>, welches dem Zustand bei der Temperatur  $t$  entspricht.

Diese allgemeine Zustandsgleichung löst demgemäss folgendes Problem: Es sei ein durch die Werte  $\gamma_0$ ,  $t_0$  und  $p_0$  gekennzeichneter „Anfangszustand“ gegeben, so lassen sich daraus die Daten für einen bestimmten anderen Zustand, gekennzeichnet durch die Grössen  $\gamma$ ,  $t$  und  $p$ , bestimmen. Dabei werden die beiden Temperaturen  $t_0$  und  $t$ , sowie die beiden „virtuellen spezifischen Gewichte“  $\gamma_0$  und  $\gamma$  *gegeben* sein, *gesucht* und zu ermitteln die spezifischen Zugbeanspruchungen  $p_0$  und  $p$ . Die Einführung des Begriffes des „virtuellen“ spezifischen Gewichts erlaubt dabei, auch Fälle mit Zusatzlast zu lösen und ganz gleich zu behandeln wie solche mit dem leeren Leiter. Es kann z. B. ein „Anfangszustand“ bei 0<sup>o</sup> mit bestimmter Schneelast bekannt sein, so ist  $t_0 = 0$  und  $\gamma_0$  das um die Schneebelastung vergrösserte, „virtuelle“ spezifische Gewicht des Leiters; daraus kann dann beispielsweise die Zugbeanspruchung  $p$  bei  $t = 20$  <sup>o</sup>, also ohne Schneelast, bestimmt werden, wo dann  $\gamma$  das wirkliche spezifische Gewicht des Leitungsmaterials, z. B. Kupfer, ist. Oder es kann z. B. aus einem Zustand für  $t_0 = -25$  <sup>o</sup> ohne Schnee die Zugbeanspruchung  $p$  bei 0<sup>o</sup> *mit* Schnee (erhöhtes  $\gamma$ ) bestimmt werden.

Die Gleichung (13), für  $p$  dritten Grades, wird in der Praxis am einfachsten mittelst des Rechenschiebers gelöst, indem man für  $p$  verschiedene Werte nacheinander einsetzt bis zur Erfüllung der Gleichung. Mit einiger Uebung kommt man auf diese Weise unvergleichlich rascher zum Ziel als nach der algebraischen Methode mit der Cardan'schen Formel. (Beispiele folgen weiterhin auf Seite 180.)

## II. Anwendung auf die gewöhnlichen Fälle mit besonderer Berücksichtigung der Bundesvorschriften.

### 1. Die in die Zustandsgleichung eintretenden Materialkonstanten.

Ueber den Elastizitätsmodul  $E$ , den Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  und das spezifische Gewicht  $\gamma$  gibt Tabelle I Aufschluss:

*Schneezusatzlast*: Nach sorgfältigster Prüfung aller unserem Starkstrominspektorat bis jetzt zur Kenntnis gelangten Erfahrungen und Beobachtungen ist dasselbe zum Schlusse gekommen, es sei den in unserem Klima vorkommenden Fällen von Schnee- und Eisbelastungen mutmasslich richtig Rechnung getragen durch Annahme einer Zusatzlast entsprechend einem Schneewulst von 8 cm Durchmesser mit einem spezifischen Gewicht von 0,16 und zwar unabhängig vom Durchmesser des Leiters, d. h. also einer für alle Leiter

Materialkonstanten

Tabelle I.

	Elastizitätsmodul E kg/cm <sup>2</sup>	Wärmeausdehnungs- koeffizient $\alpha$ pro 1° C	Spez. Gewicht $\gamma$ kg/cm <sup>3</sup>
1) Kupfer $\left\{ \begin{array}{l} \text{hart} \dots\dots\dots \\ \text{halbhart} \dots\dots\dots \\ \text{weich} \dots\dots\dots \end{array} \right.$	$1,32 \cdot 10^6$ $1,25 \cdot 10^6$ $1,10 \cdot 10^6$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$8,9 \cdot 10^{-3}$
2) Aluminium . . . . .	$0,715 \cdot 10^6$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$2,75 \cdot 10^{-3}$
3) Eisen (Telegraphendraht von ca. 4000 kg/cm <sup>2</sup> Bruchfestigkeit)	$1,9 \cdot 10^6$	$1,23 \cdot 10^{-5}$	$7,79 \cdot 10^{-3}$
4) Stahl . . . . .	$2,2 \cdot 10^6$	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$7,95 \cdot 10^{-3}$
5) Bronze (Telephondraht von ca. 7000 kg/cm <sup>2</sup> Bruchfestigkeit)	$1,3 \cdot 10^6$	$1,66 \cdot 10^{-5}$	$8,65 \cdot 10^{-3}$

gleichen Zusatzlast von zirka 800 Gramm pro Meter Leitungslänge. Dafür ergibt sich nun das virtuelle spezifische Gewicht für stärkste Schneebelastung, „ $\gamma_{\text{Schnee}}$ “, gegenüber dem wirklichen spezifischen Gewicht  $\gamma$  für einen Draht vom Durchmesser  $d$  in cm und vom Querschnitt  $q$  in cm<sup>2</sup> zu:

$$\gamma_{\text{Schnee}} = \gamma + \frac{(8^2 - d^2) \frac{\pi}{4} 0,16 \cdot 10^{-3}}{q}$$

Dieser Ausdruck hat die Form:  $\gamma_{\text{Schnee}} = \gamma + C_1 \left[ \frac{8}{q} - C_2 \right]$ ,

woraus klar ersichtlich, wie mit abnehmendem  $q$  oder  $d$  das virtuelle spezifische Gewicht zunimmt.

Die hier getroffene Annahme über die maximale Schneebelastung kann wohl allerdings noch nicht mit Sicherheit als für alle Fälle genügend erwiesen, bezeichnet werden, es sollen auch stärkere Belastungen schon festgestellt worden sein<sup>6)</sup>, und die Vervollständigung des Erfahrungsmaterials ist sehr erwünscht. Vorläufig ist aber die Annahme dieser Zahlen das Bestmögliche. Daraus lassen sich für die vorkommenden Werte von  $d$  und  $q$  für Kupfer und Aluminium die zugehörigen „ $\gamma_{\text{Schnee}}$ “ ermitteln (siehe Tabelle II).

Die Tabelle II zeigt sehr instruktiv, wie sehr besonders bei den dünnen Leitern die mögliche Schneebelastung (buchstäblich und bildlich) erschwerend wirkt.

## 2. Die Sicherung gegen Leitungsbruch infolge Zustandsänderung.

Betrachten wir eine zwischen zwei Punkten gespannte Leitung und denken wir uns, es nehme die Temperatur  $t_0$  ab, so wird die Zugbeanspruchung  $p_0$  im Leiter entsprechend der durch die Temperaturänderung  $t - t_0$  verursachten Längenverkürzung  $l - l_0$  nach dem Gesetz (13) anwachsen. Dabei finden wir, dass der Zug-Zuwachs für gleiche Temperaturdifferenzen  $t - t_0$  bei kleinen Spannweiten viel grösser ausfällt als bei grossen. Wenn die

<sup>1)</sup> Siehe Kapper „Freileitungsbau“, Seite 4.

<sup>2)</sup> Siehe Bulletin des S.E.V., 1916, Seite 160.

<sup>3)</sup> Siehe A. Weil „Beanspruchung und Durchhang von Freileitungen“, Seite 10.

<sup>4)</sup> Siehe Hütte, 19. Aufl. I, Seite 470.

<sup>5)</sup> Siehe E. T. Z., 1907, Seite 901.

Die Schweizerischen Kontrollstellen rechnen im allgemeinen mit Bruchfestigkeiten des Bronzedrahtes von zirka 7600, 6000, 5800, 5200, 4100 kg/cm<sup>2</sup> für Drähte von 1,5, 2, 3, 4, 5 mm Durchmesser.

<sup>6)</sup> Siehe Bulletin des S.E.V., 1916, Seite 163, ein Fall von 13 cm dicken Schneewalzen.

Virtuelle spezifische Gewichte für maximale Schneebelastung. Tabelle II.

Für Kupferdrähte (wirkliches spezifisches Gewicht 8,9)					Für Aluminiumdrähte (wirkliches spezifisches Gewicht 2,75)			
Querschnitt des Drahtes oder Seiles q cm <sup>2</sup>	Durch- messer des Drahtes d cm	$\gamma$ (Schnee)	Anzahl der Drähte des Seiles	Durchmes- ser der Ein- zeldrähte des Seiles cm	„Äquivalen- ter“ Alumi- niumquer- schnitt q cm <sup>2</sup>	$\gamma$ (Schnee)	Anzahl der Drähte des Seiles	Durchmes- ser der Ein- zeldrähte des Seiles cm
0,07	0,3	124,10 <sup>-3</sup>	1	—	0,125	67,0·10 <sup>-3</sup>	7	0,15
0,12	0,4	76,0·10 <sup>-3</sup>	1	—	0,220 <sup>1)</sup>	39,15·10 <sup>-3</sup>	7	0,20
0,16	0,45	—	—	—	0,265 <sup>1)</sup>	—	7	0,219
0,20	0,5	49,1·10 <sup>-3</sup>	1	—	0,329 <sup>1)</sup>	26,9·10 <sup>-3</sup>	7	0,245
0,25	—	40,8·10 <sup>-3</sup>	7	0,213	—	—	—	—
0,30	0,6	35,6·10 <sup>-3</sup>	1	—	0,500 <sup>1)</sup>	18,6·10 <sup>-3</sup>	7	0,30
0,35	—	31,6·10 <sup>-3</sup>	7	0,252	—	—	—	—
0,40	0,7	28,8·10 <sup>-3</sup>	1	—	0,665 <sup>1)</sup>	14,7·10 <sup>-3</sup>	19	0,211
0,50	0,8	24,8·10 <sup>-3</sup>	1	—	0,824 <sup>1)</sup>	12,3·10 <sup>-3</sup>	19	0,235
0,60	—	22,1·10 <sup>-3</sup>	19	0,2	1,000	10,6·10 <sup>-3</sup>	—	—
0,70	—	20,1·10 <sup>-3</sup>	19	0,217	1,153 <sup>1)</sup>	9,5·10 <sup>-3</sup>	19	0,278
0,95	—	17,2·10 <sup>-3</sup>	19	0,252	1,565 <sup>1)</sup>	7,7·10 <sup>-3</sup>	19	0,324
1,20	—	15,4·10 <sup>-3</sup>	19	0,284	1,976 <sup>1)</sup>	6,6·10 <sup>-3</sup>	19	0,364

Anfangsbeanspruchung  $p_0$  selbst schon gross ist, und wenn die Variation der Temperatur gross ausfällt, so können dabei kleine Spannweiten sogar bis zum Bruch beansprucht werden.

Um diesen *Bruch durch Temperaturabnahme* zu verhindern, muss daher auch bei der tiefsten vorkommenden Temperatur *ohne Zusatzlast*, noch Sicherheit gegen Bruch, das Verhältnis der Bruchfestigkeit zur wirklichen Zugspannung  $> 1$  sein. Das schreiben daher bekanntlich auch alle staatlichen Verordnungen vor, und will man eine Leitung für diesen Fall bruchstark montieren, so wählt man die *Grundbeanspruchung*  $p_0$  bei der *tiefsten* Temperatur nach Vorschrift, in der Schweiz entsprechend einer fünffachen Bruchstarkheit, und rechnet nach (13) die entsprechende Beanspruchung bei der Temperatur  $t$  und daraus nach (9) den Durchhang, mit dem man alsdann bei der Temperatur  $t$  den Draht montiert, in allbekannter Weise. Wesentlich schwieriger ist aber bekanntlich die Sicherung gegen *Bruch durch Zusatzlast (Schnee und Eis)* wegen der über diese Belastung herrschenden Unsicherheit. Die letztere ist die Ursache, weshalb die bisher von den Behörden aufgestellten Vorschriften nach dieser Richtung nirgends voll befriedigende sind. Hierauf ist in der Literatur schon oft hingewiesen worden<sup>2)</sup>. Die Vorschriften des Schweizerischen Bundesrates, die schon 1908 aufgestellt wurden, begnügten sich mangels ausreichenden Erfahrungsmaterials damit, gegen Schneelast indirekt dadurch zu sichern, dass für niedrigste Temperatur aber *ohne* Schneelast eine an sich übermässige, nämlich fünffache Sicherheit gegen Bruch verlangt wird<sup>3)</sup>. Wenn diese Forderung auch im allgemeinen genügende Sicherung gegen die nicht genau bekannte Zufalls- last verspricht, so ist doch nicht zu erwarten, dass sie überall passende Ergebnisse zeitige, weil sie eben nicht den wirklichen Zusatzbelastungen angepasst ist. Es ist schon in früheren Veröffentlichungen darauf hingewiesen worden, dass diese Vorschrift bei konstant angenommener Schneelast für jeden Drahtquerschnitt nur bis zu einer gewissen Spannweite noch Sicherheit gegen Bruch unter Schneelast bietet, für grössere Spannweiten aber nicht mehr. Auf Seite 162 und 163 des Bulletin des S. E. V. von 1916 sind die bezüglichen Zahlen für Kupfer-Aluminium-Leiter angegeben; wir wiederholen sie hier:

<sup>1)</sup> Siehe Bulletin des S.E.V., 1916, Seite 127.

<sup>2)</sup> Siehe z. B. die Angaben auf Seiten 161 und 162 des „Bulletin des S.E.V.“ von 1916 über die deutschen, österreichischen und schweizerischen Vorschriften.

<sup>3)</sup> Art. 49 der Bundesvorschriften vom 14. Februar 1908:  
„Der Durchhang der Leitungen ist so zu wählen, dass auch bei den tiefsten in Betracht kommenden Temperaturen des Ortes, unter blosser Berücksichtigung des Eigengewichtes, noch mindestens fünf-  
fache Sicherheit gegen Drahtbruch vorhanden ist.“



**Spezifische Zugspannung  $p$  in  $\text{kg/cm}^2$  und Sicherheit  $s$  gegen Bruch für Kupferleiter.**

 Gespannt nach Bundesvorschrift (fünffache Sicherheit bei  $-20^\circ$ ) bei Belastung mit einer Schneewalze von 8 cm Durchmesser und  $\gamma = 0,16$  bei  $0^\circ$  C.

Bei der Spannweite m		30		40		50		80		120		160		200		220	
Querschnitt $\text{cm}^2$ Cu	(aequiv. Al)	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s
		0,50	(0,324)	670	4,0	750	3,6	850	3,2	1060	2,5	1220	2,2	1310	2,1	1370	2,0
0,30	(0,500)	830	3,4	960	2,9	1070	2,6	1380	2,0	1600	1,7	1760	1,6	1860	1,5	1900	1,4
0,20	(0,329)	1040	2,8	1210	2,4	1370	2,1	1780	1,6	2130	1,4	2350	1,2	<b>2510</b>	<1		
0,12	(0,220)	1390	2,2	1650	1,8	1850	1,8	2440	1,2	<b>2960</b>	<1						
0,07	(0,125)	1930	1,7	2310	1,4	2630	1,2	<b>3480</b>	<1								
Analoge Werte für Aluminiumseile:																	
Bei der Spannweite m		30		40		50		80		120		160		200		220	
Querschnitt $\text{cm}^2$ Al	(aequiv. Cu)	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s	p	s
		0,824	(0,50)	350	5,1	400	4,5	460	3,9	600	3,0	750	2,4	870	2,1	960	1,9
0,500	(0,30)	450	4,0	530	3,4	610	3,0	810	2,2	1030	1,7	1200	1,5	1350	1,3	1410	1,3
0,329	(0,20)	560	3,2	670	2,7	710	2,5	1020	1,8	1300	1,4	1540	1,2	1730	1,0	<b>1820</b>	<1
0,220	(0,12)	710	2,5	850	2,1	970	1,9	1310	1,4	1670	1,1	<b>1980</b>	<1				
0,125	(0,07)	1000	1,8	1200	1,5	1380	1,3	<b>1860</b>	<1								

Wenn man nämlich Leitungen nach der Bundesvorschrift des Art. 49 verlegt, so weisen dieselben bei tiefster Temperatur, also beispielsweise bei  $-25^\circ$  C, die fünffache Sicherheit gegen Bruch, für Kupfer von  $3000 \text{ kg/cm}^2$  Zugfestigkeit, somit unabhängig von der Spannweite eine Zugbeanspruchung von  $p = 600 \text{ kg/cm}^2$  auf, welche daher in Fig. 4, in der die Spannweiten als Abszissen, die Zugbeanspruchungen als Ordinaten aufgetragen sind, durch eine Parabel zur Abszissenaxe dargestellt ist.

Berechnet man dann für verschiedene Spannweiten nach Formel (13) die entsprechende Beanspruchung bei  $0^\circ$  mit Schnee, so erhält man eine mit zunehmender Spannweite aufsteigende Kurve. Der Verlauf dieser Kurve in Fig. 4 zeigt, gleich wie die oben angeführten Tabellen, dass die betrachtete Leitung durch die angenommene Zusatzlast bei  $0^\circ$  bei einer bestimmten grossen Spannweite  $a$ , bis zum Bruch beansprucht wird. Dies ist natürlich unzulässig. Der Art. 49 der Starkstromvorschriften genügt der allgemeinen Forderung der Sicherheit somit nur bei relativ kleinen Spannweiten, bei grossen bedarf er der Ergänzung. Sie ist so festzustellen, dass auch bei  $0^\circ$  mit Schnee die Leitung nicht über eine gewisse Sicherheit gegenüber Bruch beansprucht wird. Diese notwendige *Ergänzung der Bundesvorschriften*, die sich schon für relativ nicht sehr grosse Spannweiten als nötig erweist, ist entsprechend der Annahme des Starkstrominspektorates durch die Bestimmung erfolgt, dass die *höchst zulässige Beanspruchung bei  $0^\circ$  mit einer Zusatzlast von 800 gr Schnee pro Meter Leitungslänge (entsprechend der oben angegebenen Schneewalze) noch  $2\frac{1}{2}$  facher Sicherheit gegen Bruch des Leitungsmaterials entsprechen müsse.*

### 3. Die Grenzspannweite des Art. 49 B. V.

Die nach der vorstehend aufgeführten Festsetzung bei der angenommenen maximalen Schneebelastung bei  $0^\circ$  noch geforderte  $2\frac{1}{2}$  fache Bruchsicherheit ergibt eine maximal zulässige Zugbeanspruchung, welche unter genannten Schneeverhältnissen, wie die Fig. 4 zeigt, bei einer gewissen Spannweite erreicht wird, welche wir „Grenz-Spannweite“ (mit Bezug auf Art. 49 B. V.) nennen wollen.

Die Grenzspannweite  $a^*$  ist also diejenige Spannweite, für welche eine Leitung, die nach Art. 49 B. V. bei  $-25^{\circ}\text{C}$  ohne Zusatzlast fünffache Sicherheit gegen Bruch hat, bei  $0^{\circ}\text{C}$  mit 800 gr Schneelast pro m noch  $2\frac{1}{2}$  fache Sicherheit gegen Bruch hat.

Der Begriff dieser „Grenzspannweite“ hat also keine allgemeine Bedeutung in der Leitungsberechnung überhaupt, wohl aber eine wesentliche Bedeutung für die Berechnung der Leitungen nach den bestehenden B. V. Denn dafür ergibt sich gemäss Fig. 4 :

Für Spannweiten die kleiner sind als die Grenzspannweite, können die Leitungen bemessen und die Durchhangstellen festgestellt werden auf Grundlage der Annahme fünffacher Bruchsicherheit bei  $-25^{\circ}\text{C}$  ohne Zusatzlast. Wie der Verlauf der Kurve OP für den Zustand bei  $0^{\circ}$  mit Schneelast zeigt, bleibt für diese Spannweiten die Beanspruchung noch unter dem 2,5ten Teil der Bruchfestigkeit.

Bei grösseren Spannweiten steigt dagegen für Leitungen, die bei  $-25^{\circ}\text{C}$  ohne Schnee fünffache Bruchsicherheit haben, die Beanspruchung bei  $0^{\circ}$  mit Schnee, wie der weitere Verlauf PR der Kurve in Fig. 4 zeigt, über die  $2\frac{1}{2}$  fache Bruchsicherheit hinaus bis zum Bruche selbst. Man muss also, um wieder von  $-25^{\circ}$  ohne Zusatzlast ausgehen zu können, hier erhöhte Sicherheit, mit wachsender Spannweite abnehmende Zugbeanspruchung annehmen, wie der ausgezogene Kurvenast QS in Fig. 4 andeutet. Man kann aber auch direkt von dem Zustande bei  $0^{\circ}$  mit Schnee ausgehen.

Für Spannweiten, die grösser als die Grenzspannweite sind, muss bei der Berechnung ausgegangen werden von dem Grundzustand:  $0^{\circ}\text{C}$  Temperatur mit Schneelast, d. h. auf „ $\gamma_{\text{Schnee}}$ “ erhöhtes virtuelles spezifisches Gewicht, mit einer Zugbeanspruchung  $p_0 =$  dem 2,5ten Teile der Zugfestigkeit  $p_r$ .

(Für die Grenzspannweite selbst kann der eine oder andere der beiden genannten Grundzustände angenommen werden; sie sind hier für die Berechnung äquivalent.)

Von dem angenommenen Grundzustand, als festgestellt durch  $t_0$ ,  $p_0$  und  $\gamma_0$ , ausgehend, werden dann für jeden andern Zustand ( $t$ ,  $\gamma$ ) die zugehörigen  $p$  nach Formel (13) berechnet und daraus nach (9) die entsprechenden Durchhangswerte.

Die Ermittlung der Grenzspannweiten ergibt sich wie folgt:  
Geht man von einem Grundzustand aus, bestimmt durch

$$\begin{aligned} t_0 &= 0 \\ \gamma_0 &= \gamma_{\text{Schnee}} \text{ nach Tabelle II} \\ p_0 &= \frac{1}{2,5} \times \text{Bruchfestigkeit des Materials,} \end{aligned}$$

und rechnet nach der Zustandsgleichung (13) oder (13a) auf einen neuen Zustand, für welchen  $t = -25$

$\gamma =$  wirkl. spezifisches Gewicht des Materials, so muss sich für die Grenzspannweite  $a^*$  ein Wert von

$$p = \frac{1}{5} \times \text{Bruchfestigkeit des Materials ergeben.}$$

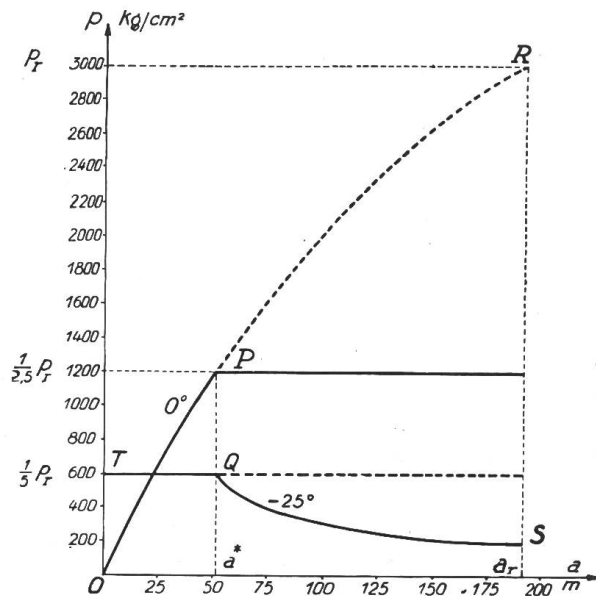


Fig. 4.

Zugbeanspruchung vorschriftsgemäss erstellter (Kupfer-) Drahtleitungen bei verschiedenen Zuständen.

OPR Zugbeanspruchungen bis zur Bruchbelastung  $p_r$  bei  $0^{\circ}$  und Schneezusatzlast für verschiedene Spannweiten.

TQ Zugbeanspruchungen bei  $-25^{\circ}\text{C}$  für Spannweiten  $<$  als die Grenzspannweite  $a^*$ , die fünffache Sicherheit gegen Bruch entsprechen.

QS Zugbeanspruchungen bei  $-25^{\circ}\text{C}$  für Spannweiten  $>$  als die Grenzspannweite  $a^*$ , derart gewählt, dass bei der betreffenden Spannweite bei  $0^{\circ}$  und Schneebelastung noch  $2\frac{1}{2}$  fache Sicherheit herrscht.

$p =$  Zugbeanspruchung in  $\text{kg/cm}^2$ .

$p_r =$  Bruchbelastung in  $\text{kg/cm}^2$ .

$a =$  Spannweite in m

$a^* =$  Grenzspannweite in m.



Setzt man also umgekehrt den letztern Wert in die Zustandsgleichung ein, so muss sich daraus ein

$$a = a^*$$

ergeben. Die Auflösung der Zustandsgleichung in der Form (13a) nach  $a$  ergibt nun:

$$a = \sqrt{\frac{(p_0 - p) \frac{1}{E} - (t - t_0) a}{\frac{1}{24} \left( \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} - \frac{\gamma^2}{p^2} \right)}} \quad (14)$$

Die Einsetzung der oben genannten Werte ergibt daraus unmittelbar die Werte von  $a^*$ .

Unsere vereinfachende Annahme;  $\frac{I_0}{a} = \sim 1$ , die wir zur Herleitung der Formel (13a) machten (Seite 164), wird auf diese Rechnung den gleichen Einfluss haben wie eine Verkleinerung der Grösse  $a$  und eine Vergrösserung der Grösse  $E$ , d. h. sie ergibt nach Formel (14) einen etwas zu flachen Verlauf der Kurven der Beanspruchungen bei  $0^\circ$  mit Schnee in Fig. 4, somit auch eine etwas zu grosse Grenzspannweite. Die Folge wird sein, dass die Rechnung mit der Formel (13) etwas zu günstige Resultate ergeben wird. Der dabei gemachte Fehler ist jedoch praktisch so klein (siehe Seite 164), dass er in jedem Fall vernachlässigt werden kann.

Zieht man noch den Ausdruck für  $\gamma_{\text{Schnee}}$  von Seite 166, das hier  $= \gamma_0$  ist, in Betracht, so ersieht man aus der Formel (14), dass die Grenzspannweite des Art. 49 mit abnehmendem Drahtdurchmesser selbstverständlich (bei der gemachten Annahme einer konstanten Zusatzlast für alle Durchmesser) abnimmt, ferner dass sie bei grösserem Elastizitätsmodul  $E$  auch kleiner wird, welche Erscheinung also einem steileren Verlauf der Kurven der Zugbeanspruchung bei  $0^\circ$  mit Schnee OP in Fig. 4 gleichkommt. Dieses letztere Erkenntnis ist deswegen von grosser Bedeutung, weil über die Grösse dieser Materialkonstante  $E$  z. T., z. B. bei Seilen, noch keine genügenden, einwandfreien Versuchsergebnisse vorliegen.<sup>1)</sup> Von unsicheren, zur Vorsicht auffordernden Angaben über  $E$  wird es demnach immer ratsam sein, jeweils den grösseren Wert in die Rechnung einzuführen, wie dies auch in unserer Tabelle I gemacht worden ist.

In den folgenden Tabellen III, IV und V sind für alle üblichen Querschnitte der Tabelle II die zugehörigen Grenzspannweiten und ferner die entsprechenden, für verschiedene Spannweiten zulässigen Zugbeanspruchungen bei  $-25^\circ\text{C}$  sowie bei  $0^\circ$  mit Schnee und zwar für halbharten Kupferdraht, für Kupferseile aus hartem Draht und für Aluminiumleiter, aufgeführt.

Die Tabellen zeigen u. a. namentlich auch, wie wichtig besonders bei den dünnen Drähten die Einhaltung dieser Regeln ist, weil gerade da bei relativ kleinen Spannweiten wesentlich kleinere Züge bei  $-25^\circ\text{C}$  zulässig sind, als der fünffachen Sicherheit entspricht. Richtig nach diesen Regeln berechnete Durchhangstabellen sind hier besonders nötig, und das Spannen der Drähte darf nicht dem Gutdünken der Monteure überlassen werden.

#### 4. Maximale Durchhänge infolge hoher Temperatur oder Zusatzlast.

Für die Höhe der Masten einer Spannweite ist allgemein der grösste Durchhang der Leitung in dieser Spannweite massgebend.

Der Art. 68 B. V. schreibt diesbezüglich vor: „Die tiefsten Punkte der untersten Leitungsdrähte sollen sich mindestens 6 m und bei Kreuzungen und Parallelführungen mit Strassen, Fahrwegen und öffentlichen Plätzen mindestens 7 m über dem Boden befinden.“

Diese Bestimmung ist natürlich auch für den maximalen Durchhang einzuhalten, der unter den verschiedenen möglichen Zuständen vorkommen kann. Sowohl Schneelast wie hohe Temperaturen erzeugen grossen Durchhang.

<sup>1)</sup> Siehe z. B. Bulletin S. E. V., 1916, Seite 160.

**Grenzspannweiten, maximal zulässige Zugbeanspruchungen und äquivalente Temperaturen**  
für halbharten Kupfer-Draht von 3000 kg/cm<sup>2</sup> Bruchfestigkeit und  $E = 1,25 \cdot 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>.

Tabelle III

Durchmesser $d$ cm	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Grenzspannweite $a^*$ m	14,4	23,9	38,6	56,2	78,0	102,3
Für die Spannweite $a$ in m	Maximal zulässige Zugbeanspruchung bei $-25^{\circ}\text{C}$ in kg/cm <sup>2</sup>					
14,4	600	600	600	600	600	600
23,9	122	600	600	600	600	600
38,6	97	200	600	600	600	600
56,2	90,5	160	307	600	600	600
78,0	(88,2)	151	256	413	600	600
102,3	(87,2)	(145,8)	237,7	355	478	600
150	(86,5)	(142,5)	226,0	323	412,5	495
200	(86,3)	(141,6)	(216,2)	312	393	464
250	(86,3)	(140,9)	(216,0)	308	385	452
	Maximal zulässige Zugbeanspruchung bei $0^{\circ}$ mit Schnee in kg/cm <sup>2</sup>					
14,4	1200	870	653	530	464	420
23,9	1200	1200	897	722	620	570
38,6	1200	1200	1200	965	833	750
56,2	1200	1200	1200	1200	1030	925
78,0	(1200)	1200	1200	1200	1200	1070
102,3	(1200)	(1200)	1200	1200	1200	1200
	Äquivalente Temperaturen in Graden Celsius					
14,4	52,4	36,1	25,2	18,7	15,1	12,7
23,9		49,8	34,5	25,5	20,2	17,2
38,6			42,4	34,1	27,1	22,6
56,2				42,4	33,5	27,9
78,0					39,0	32,5
102,3						36,2

Siehe auch die zugehörige Kurventafel VI und die Beispiele Seite 180.

Der Durchhang wird bei der tiefsten in Betracht kommenden Temperatur am kleinsten, wächst mit zunehmender Temperatur und Schneelast und erreicht für eine bestimmte Schneezusatzlast bei  $0^{\circ}$  ein Maximum. Beim Herabfallen des Schnees verringert sich der Durchhang auf den der Temperatur von  $0^{\circ}$  entsprechenden Wert und wird mit zunehmender Temperatur wieder grösser und grösser. *Bei einer gewissen hohen Temperatur erreicht der Durchhang den gleichen Wert wie bei  $0^{\circ}$  mit Schneezusatzlast.* Diese Temperatur wollen wir die „äquivalente Temperatur“ nennen.

Nehmen wir nun für die Schweiz eine Temperatur von  $+40^{\circ}\text{C}$  als maximale in Betracht kommende an, so können wir, wenn wir den Verlauf der äquivalenten Temperaturen für einen bestimmten Drahtdurchmesser und für alle Spannweiten kennen, sofort entscheiden, ob der *maximal mögliche Durchhang bei  $0^{\circ}$  mit Schnee* (nach der Annahme des Starkstrominspektorates) oder *bei  $+40^{\circ}\text{C}$*  auftritt.

Diese äquivalente Temperatur  $t^*$  einer Leitung kann allgemein ermittelt werden, indem wir die Ausdrücke für den Durchhang der beiden Fälle ( $+40^{\circ}\text{C}$  und  $0^{\circ}$  mit Schnee)

**Grenzspanweiten, maximal zulässige Zugbeanspruchungen und äquivalente Temperaturen für Kupfer-Seil**

in Zusammensetzung nach Tabelle II aus Drähten aus hartem Kupfer von 4000 kg/cm<sup>2</sup> Bruchfestigkeit und  $E = 1,32 \cdot 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>.

Tabelle IV

Seil-Querschnitt $q$ cm <sup>2</sup>	0,25	0,35	0,50	0,60	0,70	0,95
Grenzspanweite $a^*$ m	68,5	96,5	146,0	192,5	270	$\infty$
Für die Spannweite $a$ in m	Maximal zulässige Zugbeanspruchung bei $-25^\circ$ C in kg/cm <sup>2</sup>					
68,5	800	800	800	800	800	800
96,5	494	800	800	800	800	800
146	397	561	800	800	800	800
192,5	375	505	685	800	800	800
270	(361)	477	625	714	800	800
320	(358)	(468)	612	694	770	800
	Maximal zulässige Zugbeanspruchung bei $0^\circ$ mit Schnee in kg/cm <sup>2</sup>					
40,6	1180	1004	865	800	765	638
68,5	1600	1342	1135	1109	990	888
96,3	1600	1600	1349	1236	1172	1045
146	1600	1600	1600	1464	1357	1200
192,5	1600	1600	1600	1600	1478	1300
270	(1600)	1600	1600	1600	1600	1156
320	(1600)	(1600)	1600	1600	1600	1420
	Äquivalente Temperaturen in Graden Celsius					
40	41,2	32,1	24,7	21,1	19,1	13,7
68,5	55,8	43,0	32,4	29,2	24,6	19,1
96,5		51,2	38,6	32,6	29,2	22,5
146			45,8	38,6	33,8	25,9
192,5				42,2	36,8	28,0
290					39,8	29,2
320						30,6

Siehe auch die zugehörige Kurventafel VII und die Beispiele Seite 180.

einander gleichsetzen. Dazu schreiben wir Formel (13) in folgender Form, indem wir die linke Seite mittels (9) umformen:

$$\frac{8}{3a^2} (f^2 - f_0^2) = (t^* - t_0) a - (p_0 - p) \frac{1}{E}$$

Setzen wir darin:  $f = f_0$

so wird:  $(t^* - t_0) a - (p_0 - p) \frac{1}{E} = 0$

oder:  $t^* = t_0 + \frac{1}{aE} (p_0 - p)$ .

Darin stellen  $t_0$  und  $p_0$  Anfangswerte dar, in diesem Falle  $t_0 = 0^\circ$  und  $p_0$  die entsprechende Zugbeanspruchung der Leitung in der betreffenden Spannweite bei  $0^\circ$  mit Schnee;  $t^*$  dagegen ist die gesuchte „äquivalente“ Temperatur, wenn  $p$  die Zugbeanspruchung der

**Grenzspannweiten, maximal zulässige Zugbeanspruchungen und äquivalente Temperaturen für Aluminium-Seil**

von 1800 kg/cm<sup>2</sup> Bruchfestigkeit und  $E = 0,715 \cdot 10^6$  kg/cm<sup>2</sup> (für Seil und Draht). Tabelle V

Querschnitt $q$ cm <sup>2</sup>	0,125	0,220	0,329	0,500	0,665	0,824	1,152	1,565	1,976
Grenzspannweite $a^*$ m	17,3	29,9	44,0	64,7	84,8	105,3	149,8	214,3	318,5
Für die Spannweite $a$ in m	Maximal zulässige Zugbeanspruchung bei $-25^{\circ}$ C in kg/cm <sup>2</sup>								
17,3	360	360	360	360	360	360	360	360	360
29,9	40,1	360	360	360	360	360	360	360	360
44,0	33,6	84,2	360	360	360	360	360	360	360
64,7	31,2	60,0	113	360	360	360	360	360	360
84,8	(30,2)	52,9	91,0	183	360	360	360	360	360
105,3	(30,1)	52,3	83,5	143,0	229	360	360	360	360
149,8	(29,9)	(51,9)	78,0	121,0	167,0	220	360	360	360
214,3	(29,9)	(51,2)	(74,8)	113,5	148,0	180	260	360	360
318,5	(29,8)	(50,9)	(73,8)	(109,0)	140,0	170	229	295	360
	Maximal zulässige Zugbeanspruchung bei $0^{\circ}$ mit Schnee in kg/cm <sup>2</sup>								
17,3	720	491	382	290	249	221	183	157	140
29,0	720	720	557	431	362	322	269	232	206
44,0	720	720	720	558	475	417	347	299	266
64,7	720	720	720	720	605	537	445	383	362
84,8	(720)	720	720	720	720	635	525	450	403
105,3	(720)	720	720	720	720	720	597	510	455
149,8	(720)	(720)	720	720	720	720	720	614	544
214,3	(720)	(720)	(720)	720	720	720	720	720	624
318,5	(720)	(720)	(720)	(720)	720	720	720	720	720
	Äquivalente Temperaturen in Graden Celsius								
17,3	42,0	27,7	20,9	15,3	12,3	10,4	7,9	6,15	4,97
29,9		40,6	30,4	22,4	17,9	15,2	11,6	9,1	7,3
44,0			39,3	29,0	23,5	19,7	15,0	11,7	9,5
64,7				37,4	30,0	25,3	19,3	15,0	12,2
84,8					35,6	30,0	22,7	17,6	14,2
105,3						34,0	25,8	19,9	16,2
149,8							31,2	24,0	19,3
214,3								29,2	22,5
318,5									25,6

Siehe auch die zugehörige Kurventafel VIII und die Beispiele Seite 180.

Leitung in der betrachteten Spannweite bei der Temperatur  $t^*$  ist. Ferner ist in dem vorliegenden Fall  $\gamma_0 = \gamma_{\text{Schnee}}$  und  $\gamma$  gleich dem spezifischen Gewicht des Materials allein.

Wir können somit schreiben nach Formel (9):

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= \frac{\gamma_0 \cdot a^2}{8 \cdot p_0} \\ f &= \frac{\gamma \cdot a^2}{8 \cdot p} \end{aligned} \right\} \text{wobei } f = f_0, \text{ also } \frac{\gamma_0}{p_0} = \frac{\gamma}{p}$$

und wir erhalten:

$$t^* = t_0 + \frac{p_0}{\alpha \cdot E} \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_0}\right). \quad (15)$$

Diese Formel zeigt, dass die *aequivalente Temperatur von der Grösse der Spannweite* nur insofern abhängig ist, als die Zugbeanspruchung der Leitung bei  $0^\circ$  mit Schnee ( $p_0$ ) für verschiedene Spannweiten verschieden gross ist. Dies trifft für vorschriftsgemäss ausgeführte Leitungen nur zu für Spannweiten, die *kleiner* sind als die Grenzspannweite. Für alle Spannweiten von der Grösse der Grenzspannweite und darüber hinaus ist die *aequivalente Temperatur* somit *konstant*, da für diese  $p_0$  konstant ist. Unsere Formel sagt ferner, dass die *aequivalenten Temperaturen* ausserdem noch *vom Drahtdurchmesser abhängig* sind, weil  $\gamma_0 = \gamma_{\text{Schnee}}$  mit dem Drahtdurchmesser variiert.

Die *Kenntnis der aequivalenten Temperatur*, z. B. ablesbar aus den *Tabellen III, IV und V*, hat nun selbstverständlich *folgende praktische Bedeutung für die Bestimmung von Maximal-Durchhang und Mastenhöhe*: Ist die *aequivalente Temperatur*  $< 40^\circ$ , so tritt der *grösste Durchhang bei*  $+40^\circ$  ein, ist sie aber  $> 40^\circ$ , so tritt er bei  $0^\circ$  mit *Schneebelastung* ein und ist entsprechend jeweilen zu berechnen.

### 5. Graphische Tafeln zur Ableitung der Verhältnisse von Leitungen nach Bundesvorschriften.

Die Ergebnisse der Zahlentabellen III, IV und V sowie die nach den Formeln sich ergebenden Zwischenwerte sind auf den *Kurventafeln VI, VII und VIII* graphisch aufgetragen. Tafel VI bezieht sich auf halbharte massive Kupferdrähte, Tafel VII auf Seile aus harten Kupferdrähten und Tafel VIII auf Aluminium-Leiter.

Die Tafeln enthalten jede Kurven, welche in Funktion der *Spannweite a* als Abszissen angeben:

1. (*Kurven A*) für die verschiedenen Durchmesser bzw. Querschnitte als Ordinaten die zugehörigen *Grenzspannweiten* als Abszissen;
2. in je einer besonderen Kurve für jeden Normal-Durchmesser bzw. Normal-Querschnitt des Leiters die *Zugbeanspruchung p* (im Scheitel) als Ordinate für jede (zulässige) Spannweite als Abszisse, und zwar  
 (*Kurven B*) in den bis zur Horizontalen der „ $2\frac{1}{2}$ fachen Bruchsicherheit“ aufsteigenden Kurven die *Zugbeanspruchungen bei*  $0^\circ$  und *Schneebelastung*, und  
 (*Kurven C*) in den bis zur Grenzspannweite horizontal auf der „5fachen Bruchsicherheit“ verlaufenden und alsdann hyperbolisch darunter absinkenden Kurven die *Zugbeanspruchungen bei*  $-25^\circ$ ;
3. (*Kurven D*) in je einer besonderen Kurve für jeden Normal-Durchmesser bzw. Normal-Querschnitt die *aequivalenten Temperaturen*.

Beispielsweise zeigt die Tafel VI für einen 0,6 cm halbharten Kupferdraht:

Seine Grenzspannweite ist  $a^* = 56,2$  m.

Ist er beispielsweise über  $a = 40$  m zu spannen, so wird der Rechnung des Durchhangs der Zustand bei  $-25^\circ$  C bei  $3000 : 5 = 600$  kg/cm<sup>2</sup> Beanspruchung zugrundegelegt. Die Kurve B zeigt dann bei 40 m für Schnee und  $0^\circ$  einen Zug von  $1000$  kg/cm<sup>2</sup>  $< 1200$  kg/cm<sup>2</sup>, welche hier noch  $2\frac{1}{2}$ fache Sicherheit geben würden.

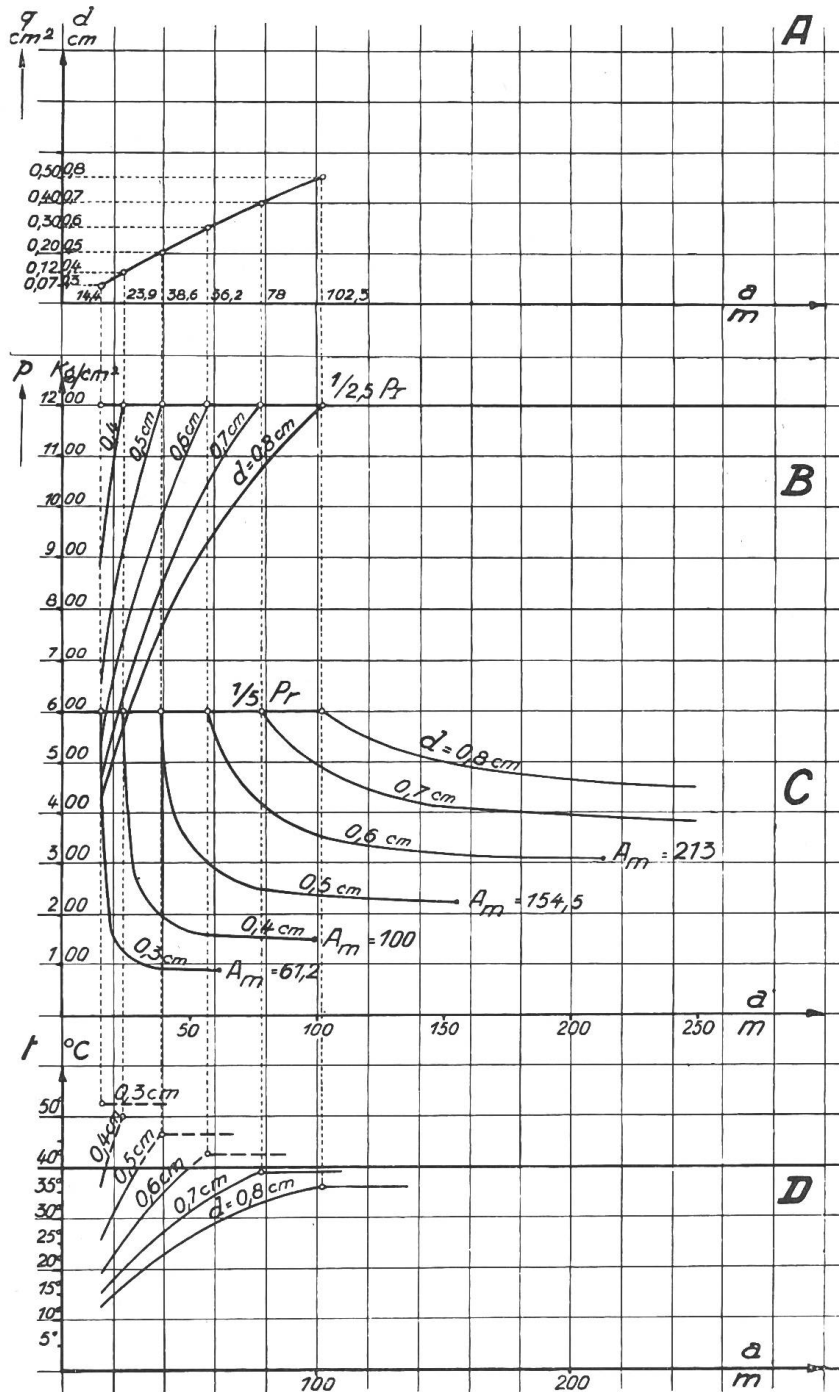
Ist er über  $a = 70$  m zu spannen, so muss der Rechnung der Zustand bei  $0^\circ$  und Schnee unterlegt werden mit  $1200$  kg/cm<sup>2</sup> Beanspruchung. Bei  $-25^\circ$  zeigt dann die Kurve C für  $a = 70$  m einen Zug von ca.  $450$  kg/cm<sup>2</sup> d. i. weniger als  $600$  kg/cm<sup>2</sup>, die hier noch fünffach gegen Bruch sichern würden.

Die *aequivalente Temperatur* zeigt die Kurve des Sechser-Drahtes bei  $a = 40$  m zu ca.  $36^\circ$ , d. h. der höchste Durchhang tritt bei  $+40^\circ$  ein; für die Spannweite  $a = 70$  m aber ist die *aequivalente Temperatur* = ca.  $43^\circ$ , und der grösste Durchhang entsteht bei  $0^\circ$  mit Schnee.

Ein Blick auf die Kurven der *aequivalenten Temperaturen* auf den Tafeln gestattet also, sofort für jeden Drahtdurchmesser und für jede Spannweite jeweils zu ermitteln, ob

Tafel VI.

**Grenzspannweiten, Beanspruchungen und äquivalente Temperaturen**  
für halbharten Kupfer-Draht von  $p_r = 3000 \text{ kg/cm}^2$  Bruchfestigkeit und  $E = 1,25 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ .

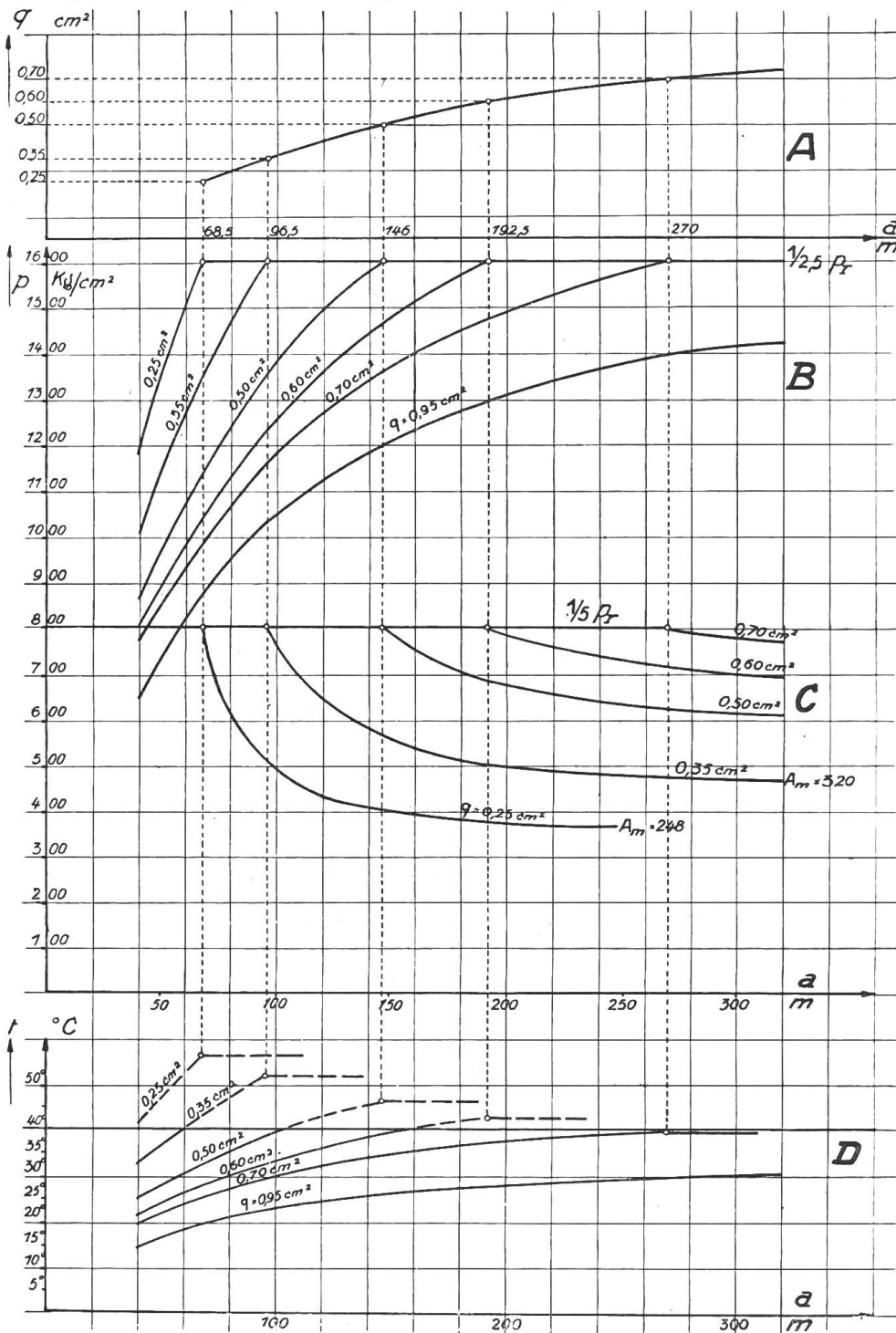


- Kurven A: Grenzspannweiten für verschiedene Draht-Querschnitte.
  - „ B: Zugbeanspruchungen für verschiedene Draht-Querschnitte bei 0° mit Schneebelastung für verschiedene Spannweiten.
  - „ C: Zugbeanspruchungen für verschiedene Draht-Querschnitte bei -25° für verschiedene Spannweiten.
  - „ D: Äquivalente Temperaturen für verschiedene Querschnitte für verschiedene Spannweiten.
- $a$  = Spannweite in m ( $A_m$  = Höchstspannweite in m).  
 $d$  = Drahtdurchmesser in cm.  
 $q$  = Drahtquerschnitt in cm<sup>2</sup>.  
 $p$  = Zugbeanspruchung in kg/cm<sup>2</sup>.  
 $t$  = Temperatur in Grad Celsius.

Beispiele für die Benützung der Tafeln siehe Seite 180.



**Grenzspanweiten, Beanspruchungen und äquivalente Temperaturen für Kupfer-Seil von  $p_r = 4000 \text{ kg/cm}^2$  Bruchfestigkeit und  $E = 1,32 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ .**

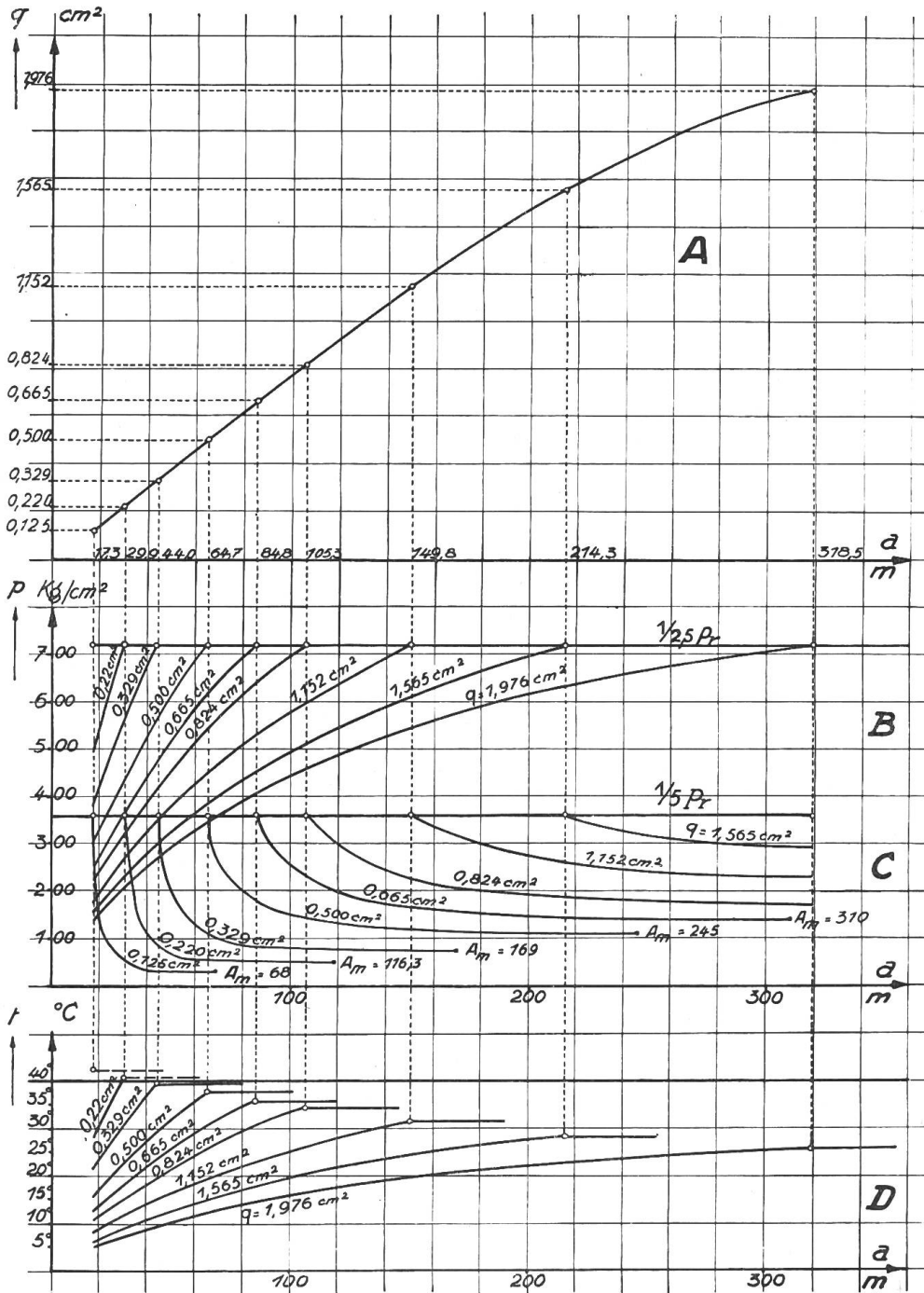


- Kurven A: Grenzspanweiten für verschiedene Seil-Querschnitte.
  - „ B: Zugbeanspruchungen für verschiedene Seil-Querschnitte bei  $0^\circ$  mit Schneebelastung für verschiedene Spannweiten.
  - „ C: Zugbeanspruchungen für verschiedene Seil-Querschnitte bei  $-25^\circ$  für verschiedene Spannweiten.
  - „ D: Äquivalente Temperaturen für verschiedene Seil-Querschnitte für verschiedene Spannweiten.
- $a$  = Spannweite in m ( $A_m$  = Höchstspannweite in m).  
 $q$  = Seil-Querschnitt in  $\text{cm}^2$ .  
 $p$  = Zugbeanspruchung in  $\text{kg/cm}^2$ .  
 $t$  = Temperatur in Grad Celsius.

Beispiele für die Benützung der Tafeln siehe Seite 180.

Tafel VIII.

**Grenzspanweiten, Beanspruchungen und äquivalente Temperaturen**  
für Aluminium-Leiter von  $p_r = 1800 \text{ kg/cm}^2$  Bruchfestigkeit und  $E = 0,715 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}$ .



- Kurven A: Grenzspanweiten für verschiedene Leiter-Querschnitte.
  - " B: Zugbeanspruchungen für verschiedene Querschnitte bei  $0^\circ$  mit Schneebelastung bei verschiedenen Spannweiten.
  - " C: Zugbeanspruchungen für verschiedene Querschnitte bei  $-25^\circ$  für verschiedene Spannweiten.
  - " D: Äquivalente Temperaturen für verschiedene Querschnitte für verschiedene Spannweiten.
- $a$  = Spannweite in m ( $A_m$  = Höchstspannweite in m).  
 $q$  = Leiter-Querschnitt in  $\text{cm}^2$ .  
 $p$  = Zugbeanspruchung in  $\text{kg/cm}^2$ .  
 $t$  = Temperatur in Grad Celsius.

Beispiele für die Benützung der Tafeln siehe Seite 180.



der maximale Durchhang bei  $0^{\circ}$  mit Schnee oder bei  $+40^{\circ}\text{C}$  auftritt. Wenn für irgend einen bestimmten Drahtdurchmesser oder Seilquerschnitt und für irgend eine bestimmte Spannweite die abgelesene äquivalente Temperatur  $t^* < 40^{\circ}$  ist, so bedeutet dies, dass für den betrachteten Fall der maximale Durchhang bei  $+40^{\circ}$  auftritt und es muss somit für diese Temperatur von  $+40^{\circ}\text{C}$  die Beanspruchung der Leitung nach Formel (13) berechnet werden, um daraus den maximalen Durchhang zu bestimmen. Umgekehrt weiss man, wenn aus den Kurven  $t^* > 40^{\circ}\text{C}$  abgelesen wird, der maximale Durchhang bei  $0^{\circ}$  mit Schnee zu suchen ist. Bei  $t^* = +40^{\circ}\text{C}$ , d. h. in den Schnittpunkten der Kurven mit der  $+40^{\circ}\text{C}$  Linie, ist der maximale Durchhang in beiden Fällen derselbe,

$$f_{\text{bei } +40^{\circ}} = f_{\text{bei } 0^{\circ} + \text{Schnee}}$$

### 6. Die zulässigen Höchstspannweiten.

Die Zahlentabellen wie die Kurventafeln enthalten noch eine Annäherungsannahme, welche eine Grenze für ihre Gültigkeit zur Folge hat.

Es sind nämlich die Zugbeanspruchungen der Tabellen III, IV und V nach ihrer Herleitung die auf den Scheitel der Parabel bezogenen und bei Herleitung der Formel (10) angegebenen überhaupt kleinsten vorkommenden Zugbeanspruchungen der ganzen Parabel. Die maximale Beanspruchung  $p_m$  tritt in den Aufhängepunkten auf und zwar nach Formel (11) in der Grösse:

$$p_m = p + \gamma f$$

Wie an angegebener Stelle bereits angedeutet, ist allerdings der Unterschied zwischen  $p_m$  und  $p$  bei gleich hohen Aufhängepunkten und bei nicht allzugrossen Spannweiten so klein, dass im allgemeinen  $p_m = p$  gesetzt werden darf. Bei grossen Spannweiten kann dagegen die Abweichung des  $p_m$  von  $p$  erheblich werden, sodass schliesslich die Sicherheit gegen Bruch doch wesentlich zu gering werden könnte, wenn man nur mit  $p$  rechnet. Es muss daher noch festgestellt werden, bei welcher Grösse der Spannweite dieser Einfluss nicht mehr vernachlässigt werden darf.

Nehmen wir allgemein an,  $p_m$  dürfe um  $3\%_0$  von  $p$  bei  $0^{\circ}$  mit Schnee abweichen, so ist es leicht, für jeden Drahtdurchmesser die Spannweite  $A_m$  zu bestimmen, bei welcher diese Grenze erreicht wird.

Wir finden durch Elimination von  $f$  aus den Formeln (9) und (11a):

$$f = \frac{\gamma a^2}{8 p} \qquad \begin{aligned} p_m &= p + \gamma f \\ f &= \frac{p_m - p}{\gamma} \end{aligned}$$

$$(p_m - p) 8 p = \gamma^2 a^2$$

Dazu nun also gemäss obiger Annahme:

$$p_m = p_{2,5} + \frac{\beta \cdot p_{2,5}}{100}$$

worin

$$p_{2,5} = \frac{\text{Bruchfestigkeit des Materials}}{2,5},$$

so erhalten wir:

$$A_m = \frac{p_{2,5}}{10 \cdot \gamma} \sqrt{8 \cdot \beta}$$

Nehmen wir mit dem Starkstrominspektorate an, es seien in der Praxis noch Höchstwerte von  $p_m$  zulässig, die um  $3 = 5\%_0$  höher als  $p_{2,5}$  sind, ohne dass eine spezielle Berücksichtigung dieser Erhöhung bei der normalen Rechnungsweise der Leitungen nötig sei, so lassen sich aus vorstehender Formel für die Querschnitte der Tabellen III, IV und V die Werte für die *Spannweiten*  $A_m$  ermitteln, die auf *Tabelle IX* nachstehend eingetragen sind.

Wir wollen diese Spannweiten =  $A_m$  die „Höchstspannweiten“ (mit Bezug auf die vorschriftsgemäss zulässige Zugbeanspruchung) nennen, im folgenden Sinne:

Für grössere Spannweiten als  $A_m$  dürfte nach deren Herleitung nicht mehr eine nur  $2\frac{1}{2}$  fache Bruchsicherheit bei  $0^\circ$  mit Schnee als Grundbeanspruchung dienen, sondern es wäre eine kleinere Zugbeanspruchung zugrunde zu legen. Dementsprechend müsste auch die zugehörige Beanspruchung bei  $-25^\circ\text{C}$  kleiner sein als in den Tabellen III, IV und V und den Tafeln VI, VII und VIII angegeben ist. Die Kurven der Zugbeanspruchungen müssten bei den Abszissenwerten  $a = A_m$  jeweils plötzlich abfallen. Nun sind aber die ermittelten Spannweiten  $A_m$  relativ so gross, dass sie praktisch kaum angewendet werden. Die Werte  $A_m$  können daher als „Höchstspannweiten“ in dem Sinne bezeichnet werden, als *grössere* für die betreffenden Querschnitte überhaupt *nicht angewendet* werden sollen bei dieser Rechnungsweise.

Es ist daher auch überflüssig, den weiteren Verlauf jener Kurven festzustellen, und es sind deshalb bei diesen Werten  $A_m$  auf den Tafeln VI, VII und VIII die zugehörigen Kurven der Beanspruchungen einfach abgebrochen worden.

Höchstspannweiten.

Tabelle IX.

für Kupfer		für Aluminium			
halbharter Draht Bruchfestigkeit 3000 kg/cm <sup>2</sup>		Seil aus harten Drähten Bruchfestigkeit 4000 kg/cm <sup>2</sup>		mit Bruchfestigkeit 1800 kg/cm <sup>2</sup>	
$d$ cm	$A_m$ m	$q$ cm <sup>2</sup>	$A_m$ m	$q$ cm <sup>2</sup>	$A_m$ m
0,3	62,2	—	—	0,125	68,0
0,4	100,0	—	—	0,220	116,3
0,5	154,5	—	—	0,329	169,0
—	—	0,25	248	—	—
0,6	213,0	—	—	0,500	245,0
—	—	0,35	320	—	—
0,7	263,5	—	—	0,665	310
0,8	306,0	0,50	406	0,824	370
—	—	0,60	457	—	—
—	—	0,70	502	1,153	480
—	—	—	—	1,565	592
—	—	—	—	1,976	690

### 7. Für die Mastenberechnung in Betracht kommende Zugkräfte.

Es ist nicht Zweck dieser Arbeit, die Berechnung der Masten zu behandeln. Dies bildet vielmehr eine Aufgabe für sich. Doch sei an dieser Stelle an den Art. 60 B. V. erinnert:

*Art. 60.* „Den statischen Berechnungen der Tragwerke sind folgende Annahmen zu Grunde zu legen:

a) Die Leitung befindet sich in normalem Betriebszustand und es wirke der Winddruck im ungünstigsten Sinne. Der in den Leitungsdrähten vorhandene Zug betrage  $\frac{1}{5}$  ihrer Bruchfestigkeit.

b) Auf die Tragwerke wirke statt des sonst beidseitig vorhandenen ein einseitiger Zug, der nach Eintritt der weitem Durchbiegung der Tragkonstruktion noch 5% des gemäss lit. a zu bestimmenden Zuges der Leitungsdrähte betrage und ausserdem der Winddruck im ungünstigsten Sinne.“

Der Sinn dieses Artikels muss für die Festsetzung der für die statische Berechnung der Masten massgebenden Zugkräfte in den Leitungen gewahrt bleiben. Daher ist der bei der tiefsten Temperatur aufzunehmende Zug nicht mehr allgemein gleich der fünffachen Bruchsicherheit des Leitungsmaterials, sondern vielmehr gleich den aus den Tafeln VI, VII und VIII entnommenen maximal zulässigen Werten bei  $-25^\circ\text{C}$  zu setzen. Für die

Berechnung von Winkelmasten ist das maximale Biegemoment massgebend, das sich ergibt entweder aus den maximalen zulässigen Beanspruchungen in den Leitern bei  $-25^{\circ}\text{C}$  nach den Tafeln VI, VII und VIII mit Wind auf Mast und Leitungen, oder aus den zugehörigen Zugbeanspruchungen in den Leitungen bei  $0^{\circ}$  mit Schnee ohne Wind.

### 8. Beispiele.

A. Es sei zwischen zwei in einer Entfernung von  $a=70\text{ m}$  und auf gleicher Höhe stehenden Masten ein 6 mm Draht aus halbhartem Kupfer von  $3000\text{ kg/cm}^2$  Bruchfestigkeit vorschriftsgemäss zu spannen. Es wird gefragt: a) wie gross der Durchhang bei  $+10^{\circ}\text{C}$  sein muss, und b) wie gross der maximale Durchhang wird.

a) Aus der Tafel VI entnehmen wir für 6 mm halbharten Kupferdraht eine Grenzspannweite von  $a^*=56,2\text{ m}$ . Dementsprechend müssen als Grunddaten für die Rechnung  $p_0 = \frac{3000}{2,5} = 1200\text{ kg/cm}^2$  bei  $t_0 = 0^{\circ}$  und  $\gamma_0 = \gamma_{\text{Schnee}}$  gewählt werden. Die letzte Grösse entnehmen wir der Tabelle II zu:  $\gamma_0 = \gamma_{\text{Schnee}} = 35,6 \cdot 10^{-3}\text{ kg/cm}^3$ . Von den bekannten Anfangsgrössen  $p_0 = 1200$ ,  $t_0 = 0^{\circ}$ ,  $\gamma_0 = 35,6 \cdot 10^{-3}$  ausgehend, berechnen wir nun nach der Zustandsgleichung (13) die gesuchte Zugbeanspruchung  $p$  bei der gegebenen Temperatur  $t=10^{\circ}$  und dem spezifischen Gewicht des Kupfers  $= 8,9 \cdot 10^{-3}$ . Diese Werte eingesetzt ergeben:

$$p^3 + p^2 \left[ \frac{35,6^2 \cdot 10^{-6} \cdot 7^2 \cdot 10^6 \cdot 1,25 \cdot 10^6}{24 \cdot 1,2^2 \cdot 10^6} + (10 - 0) 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 1,25 \cdot 10^6 - 1200 \right] \\ = \frac{8,9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 7^2 \cdot 10^6 \cdot 1,25 \cdot 10^6}{24}$$

woraus wir berechnen:

$$p = 400\text{ kg/cm}^2 \text{ bei } +10^{\circ}\text{C}.$$

Aus Formel (9) können wir daraus den gesuchten *Durchhang* berechnen zu:

$$f_{+10^{\circ}} = \frac{8,9 \cdot 10^{-3} \cdot 7^2 \cdot 10^6}{8 \cdot 4 \cdot 10^2} = 136\text{ cm} = 1,36\text{ m}.$$

(Aus der Tafel VI ersehen wir ferner, dass der spezifische Zug im Leiter bei  $-25^{\circ}\text{C}$  nicht grösser gewählt werden darf als  $457\text{ kg/cm}^2$ , damit die Bedingung einer  $2\frac{1}{2}$ fachen Bruch-sicherheit bei  $0^{\circ}$  mit Schnee gewahrt bleibt.)

b) Wie uns die gleiche Kurventafel VI lehrt, liegt die äquivalente Temperatur  $t^*$  für den betreffenden d. h. Kupferdraht von 6 mm Durchmesser bei ca.  $42,4^{\circ}\text{C}$ , d. h. der Durchhang der Leitung wird erst bei dieser Temperatur die gleiche Grösse wie bei  $0^{\circ}$  mit Schnee erreichen. Da wir aber als maximale Temperatur in der Schweiz  $+40^{\circ}\text{C}$  annehmen, so wird der maximale Durchhang also in diesem Fall bei  $0^{\circ}$  mit Schnee auftreten und wir können ihn somit aus den obengenannten Daten nach (9) wie folgt ermitteln:

$$f_{\text{max}} = f_{0^{\circ} + \text{Schnee}} = \frac{35,6 \cdot 10^{-3} \cdot 7^2 \cdot 10^6}{8 \cdot 1,2 \cdot 10^3} = 182\text{ cm} = 1,82\text{ m}.$$

B. Es sei zwischen zwei in einer Entfernung von  $a=120\text{ m}$  und auf gleicher Höhe stehenden Masten ein Seil von  $0,60\text{ cm}^2$  Querschnitt aus hartem Kupfer von  $4000\text{ kg/cm}^2$  Bruchfestigkeit vorschriftsgemäss zu spannen. Es wird a) der Durchhang bei  $+10^{\circ}\text{C}$  gesucht und b) gefragt, wie gross der maximale Durchhang sein wird.

a) Aus der Tafel VII entnehmen wir für  $0,60\text{ cm}^2$  Kupferseil eine Grenzspannweite von der Grösse  $a^*=192,5\text{ m}$ . Dementsprechend kann man im vorliegenden Fall genau nach dem Wortlaut des Art. 49 rechnen und ist dabei sicher, dass die entsprechende Bruch-sicherheit bei  $0^{\circ}$  mit Schnee noch mindestens eine  $2\frac{1}{2}$ fache sein wird. Wir sehen in der

Tat aus der Tafel VII, dass die vorschriftsgemässe Zugbeanspruchung von  $\frac{4000}{5} = 800 \text{ kg/cm}^2$  bei  $-25^\circ \text{C}$  einem Zug von nur  $1358 \text{ kg/cm}^2$  bei  $0^\circ$  mit Schnee entspricht.

Vom Zustand bei  $-25^\circ \text{C}$  ausgehend ( $p_0 = 800, t_0 = -25^\circ, \gamma_0 = 8,9 \cdot 10^{-3}$ ) lässt sich für den neuen Zustand  $t = +10^\circ$  und  $\gamma = 8,9 \cdot 10^{-3}$  (im vorliegenden Fall bleibt  $\gamma$  unverändert, da eine Zusatzlast weder beim Anfangs- noch beim Endzustand vorhanden ist) die zugehörige Zugbeanspruchung  $p$  nach (13) wie folgt berechnen:

$$p^3 + p^2 \left[ \frac{8,9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2^2 \cdot 10^8 \cdot 1,32 \cdot 10^6}{24 \cdot 8^2 \cdot 10^4} + (10 + 25) 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 1,25 \cdot 10^6 - 800 \right] \\ = \frac{8,9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2^2 \cdot 10^8 \cdot 1,32 \cdot 10^6}{24}$$

d. h.  $p = 626 \text{ kg/cm}^2$  bei  $+10^\circ \text{C}$ .

Dementsprechend ist:

$$f_{+10^\circ} = \frac{8,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 6,26 \cdot 10^2} = 256 \text{ cm} = 2,56 \text{ m.}$$

b) Aus der Kurventafel VII ersehen wir ferner, dass die äquivalente Temperatur für das betreffende Kupferseil kleiner als  $40^\circ \text{C}$  ist. Es tritt somit in diesem Fall der maximale Durchhang bei  $+40^\circ \text{C}$  auf. Zu seiner Bestimmung müssen wir in ähnlicher Weise wie oben zuerst die, den bekannten Anfangsgrössen  $p_0, t_0, \gamma_0$  entsprechende, Zugbeanspruchung bei  $t = +40^\circ$  berechnen. Wir erhalten also:

$$p^3 + p^2 \left[ \frac{8,9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2^2 \cdot 10^8 \cdot 1,32 \cdot 10^6}{24 \cdot 8^2 \cdot 10^4} + (40 + 25) 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 1,32 \cdot 10^6 - 800 \right] \\ = \frac{8,9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2^2 \cdot 10^8 \cdot 1,32 \cdot 10^6}{24}$$

$p = 536 \text{ kg/cm}^2$  bei  $+40^\circ \text{C}$

und daraus:

$$f_{max} = f_{+40^\circ} = \frac{8,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 5,36 \cdot 10^2} = 299 \text{ cm} = 2,99 \text{ m.}$$

C. Es sei zwischen zwei in einer Entfernung von  $a = 200 \text{ m}$  und auf gleicher Höhe stehenden Masten ein Seil von  $1,15 \text{ cm}^2$  Querschnitt aus Aluminium von  $1800 \text{ kg/cm}^2$  Bruchfestigkeit vorschriftsgemäss zu spannen. Es wird gesucht: a) der maximale zulässige Zug bei  $0^\circ$  mit Schnee, und b) die höchst zulässige Zugbeanspruchung bei  $-25^\circ \text{C}$ .

a) Aus der Tafel VIII entnehmen wir für  $1,52 \text{ cm}^2$  Aluminiumseil eine Grenzspannweite  $a^* = 149,8 \text{ m}$ . Demnach muss bei  $a = 200 \text{ m}$  als Grundbeanspruchung  $p_0 = \frac{1800}{2,5} = 720 \text{ kg/cm}^2$  gewählt werden. Diese Grösse ist gleichzeitig der maximale zulässige Zug bei  $0^\circ$  mit Schnee.

b) Der Zug von  $720 \text{ kg/cm}^2$  bei  $0^\circ$  mit Schnee entspricht bei  $-25^\circ \text{C}$  nach Tafel VIII einer Zugbeanspruchung von  $267,5 \text{ kg/cm}^2$ .

N.B. Bei Aluminium erreicht der Durchhang für alle Querschnitte von  $0,329 \text{ cm}^2$  und mehr seinen maximalen Wert bei  $+40^\circ \text{C}$ , wie dies ohne weiteres aus der Tafel VIII der äquivalenten Temperaturen hervorgeht.