

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 30 (1939)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Serie-Resonanzkreis, gekoppelte Kreise und Bandfilter  
**Autor:** Gruyter, Erwin de  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060880>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Serie-Resonanzkreis, gekoppelte Kreise und Bandfilter.\*)

Von Erwin de Gruyter, Zürich.

621.396.611.1

Diese theoretische Studie ist die Fortsetzung des Aufsatzes über den verlustbehafteten Parallel-Resonanzkreis als Wechselstromwiderstand, der im Bull. SEV 1939, Nr. 4, S. 99, erschien\*\*). Auch hier wird die mathematisch relative und graphisch reziproke Darstellungsweise angewendet. Serie-Resonanzkreise (Saugkreise) finden Anwendung in der Hoch- und Niederfrequenztechnik, in der letzten auch stark gedämpft, gekoppelte Kreise bei allen Frequenzen und Bandfilter für Hoch- und Höchstfrequenz bei der drahtlosen Uebertragung von Ton und Bild. Bei den gekoppelten Kreisen spielen die Eigenfrequenz-Betrachtungen die Hauptrolle, die sich beim Bandfilter in der Impedanzkurve widerspiegeln. Hier erscheinen ebenfalls erstmalig die exakten Formeln. Die typischen Merkmale der Wirkung von Saugkreis und Bandfilter werden herausgearbeitet und lassen eine klare Unterscheidung zu. Als Beispiel wird die Anpassung eines Nadelgeräuschfilters (NF-Saugkreises) besprochen und je ein übliches Bandfilter für Ton und Bild.

Cette étude théorique est la suite de l'article qui a paru dans le No. 4, p. 99, du Bull. ASE 1939, sur le circuit résonnant parallèle en tant que résistance au courant alternatif\*\*). L'auteur applique ici également la représentation algébrique relative et la méthode graphique réciproque. Les circuits résonnants en série (circuits absorbants) trouvent leur application en haute et en basse fréquence, en basse fréquence aussi avec un fort amortissement; les circuits couplés s'emploient à toutes les fréquences, les filtres passe-bande en haute et très haute fréquence, pour la transmission sans fil du son et des images. Dans les circuits couplés, les considérations relatives à la fréquence propres jouent le rôle principal qui se reflète dans la courbe d'impédance pour le filtre passe-bande. Les formules exactes paraissent ici pour la première fois. L'auteur dégage les caractères typiques de l'effet des circuits absorbants et des filtres passe-bande, ce qui permet de faire une distinction précise. A titre d'exemple il étudie l'adaptation d'un filtre pour le bruissement des aiguilles de gramophone (circuit absorbant BF), ainsi qu'un filtre passe-bande pour l'image et un pour le son en télévision.

### A. Serie-Resonanzkreis oder Saugkreis.

Fig. 1 zeigt das Schema des verlustbehafteten Saugkreises und Fig. 2 bis 4 drei Vektordiagramme, die zur Bestimmung der Impedanz für eine bestimmte Frequenz führen.

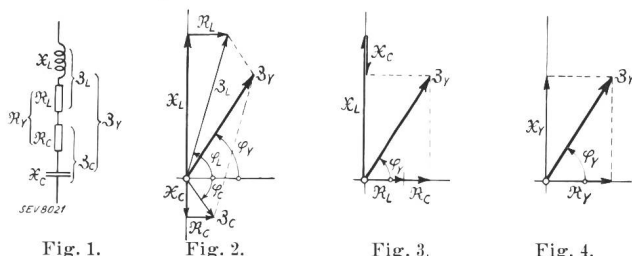


Fig. 1. Schema des verlustbehafteten Saugkreises

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Vektordiagramme

Die Gleichung für die Serieschaltung (Index Y) der Spulen- und Kondensatoren-Impedanzen lautet:

$$Z_Y = Z_L + Z_C \quad (\text{Fig. 2})$$

Impedanz  $\left\{ \begin{array}{l} \text{der Spule: } Z_L = R_L + jX_L \\ \text{des Kond.: } Z_C = R_C + jX_C \end{array} \right.$

Reaktanz  $\left\{ \begin{array}{l} \text{der Spule: } X_L = j 2\pi L f = jX_L \\ \text{des Kond.: } X_C = -j \frac{1}{2\pi C f} = -jX_C \end{array} \right.$

Grösse von  $Z_Y$ :  $Z_Y = +\sqrt{R_Y^2 + X_Y^2}$

Richtung von  $Z_Y$ :  $\text{tg } \varphi_Y = \frac{X_Y}{R_Y}$

Es ist daher

$$Z_Y = (R_L + R_C) + j(X_L - X_C) \quad (\text{Fig. 3})$$

oder  $Z_Y = R_Y + jX_Y \quad (\text{Fig. 4})$

Die bisher eingeführten Substitutionen lauten:

$$L_0 = 2\pi L; \quad C_0 = 2\pi C; \quad f_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

$$R_0 = f_0 L_0 = \frac{1}{f_0 C_0} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

\*) Eingang des Manuskripts: 20. 4. 1939.

Im vorigen Aufsatz wurde die freie Eigenfrequenz des gedämpften Kreises  $f_s$  mit «Serie-Resonanzfrequenz» bezeichnet, was zu Irrtümern führen kann, da diese Bezeichnung meist für die Stromresonanz des Seriekreises verwendet wird. Es soll daher künftig  $f_s$  die «Schwingfrequenz» genannt werden, und analog dem gebräuchlichen Ausdruck «ideale Stromresonanz» beim Dämpfungswiderstand  $R = 0$  sei  $f_0$  die «ideale Schwingfrequenz» genannt.

Die in den absoluten Gleichungen auftretenden Frequenzgrössen werden zur idealen Schwingfrequenz  $f_0$  in Beziehung gesetzt und die Impedanzgrössen zum kritischen Widerstand  $R_0$ . Es entstehen so die mit kleinen Buchstaben bezeichneten relativen Werte für

Frequenz	$v = \frac{f}{f_0}$
Impedanz	$z = \frac{Z}{R_0}$
Dämpfung	$r = \frac{R}{R_0}$
und ausserdem Phase	$\zeta = \text{tg } \varphi$

aus denen die relativen Gleichungen zusammengesetzt sind. Diese haben den Vorteil der besseren Übersicht; die Impedanz- und Phasenwerte treten als direkte Funktionen der Frequenzwerte auf mit der Dämpfung als Parameter, und vor allem ist die entstehende Kurvenschaar allgemein gültig, welches die ideale Schwingfrequenz auch sei.

Ferner sei noch erwähnt, dass das in Fig. 24, S. 107, gezeichnete Dämpfungsdreieck eines Schwingkreises in der

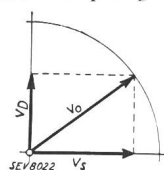


Fig. 5. Frequenzwertsdreieck eines Schwingkreises.

Starkstromtechnik häufig auch als Frequenzwertsdreieck gezeichnet wird nach der folgenden Fig. 5:

\*\*) Siehe auch die Berichtungen, Bull. SEV 1939, Nr. 6, S. 174.

Idealer Schwingfrequenzwert  $v_o = 1$   
 (gedämpfter) Schwingfrequenzwert  $v_s = \sqrt{1 - v_D^2}$   
 Dämpfungsfrequenzwert  $v_D = w = \frac{r}{2}$

Der Index  $Y$  für den Saugkreis wird bei den relativen Grössen in diesem Kapitel der Uebersichtlichkeit halber im allgemeinen weggelassen und notwendigerweise nur bei Vergleichen angebracht.

Daraus folgt nun:

Grösse von  $\mathfrak{Z}_Y$ :  
 absolut:  $Z_Y = + \sqrt{R_Y^2 + (X_L - X_C)^2}$   
 relativ:  $z = + \sqrt{r^2 + (v - \frac{1}{v})^2}$   
 Reziprok-symmetrisch bezüglich ( $v=1$ )

Richtung von  $\mathfrak{Z}_Y$ :  
 absolut:  $\text{tg}\varphi_Y = \frac{X_L - X_C}{R_Y}$   
 relativ:  $\zeta = - \frac{1}{r} \left( \frac{1}{v} - v \right)$   
 Reziprok-zentrisch-symmetrisch  
 bezüglich ( $v = 1$ ;  $\zeta = 0$ )

$$\left. \begin{matrix} v_r \\ v_k \\ v_o \end{matrix} \right\} = 1 \quad \left. \begin{matrix} z_r \\ z_k \\ z_o \end{matrix} \right\} = r \quad \left. \begin{matrix} \zeta_r \\ \zeta_k \\ \zeta_o \end{matrix} \right\} = 0$$

Beim Saugkreis fallen also, wie beim symmetrischen Sperrkreis<sup>1)</sup>, folgende Werte zusammen:

- $v_r$  = Realfrequenzwert ( $\zeta_r = 0$ )
- $v_k$  = Frequenzwert des Impedanzwert-Extremums (Resonanz-Frequenz)
- $v_o$  = Idealer Schwingfrequenzwert ( $v_o = 1$ )

Lediglich der Schwingfrequenzwert  $v_s$  des (gedämpften) Kreises fällt ausserhalb:

$$v_s = + \sqrt{1 - \left(\frac{r}{2}\right)^2}$$

Beim Saugkreis ist der Resonanzwiderstandswert *exakt* gleich dem Dämpfungswert

$$z_{kY} = r = 2w$$

im Gegensatz zum sich reziprok verhaltenden Sperrkreis, bei dem diese Werte nur *angenähert* reziprok-gleich sind

$$z_{kX} \approx \frac{1}{2w}$$

Im Anschluss hieran sollen die Definitionen der «Resonanzfrequenzen» getroffen werden, die sich in praxi mit dem bisher üblichen Brauch decken.

Als «Resonanzfrequenz» schlechthin wird diejenige Frequenz definiert, bei der ein Kreis unter konstanter aussen angelegter EMK ein Extremum an Leistung aufnimmt.

Es folgen die Definitionen der Leistungs-Effektivwerte.

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{P} + \mathfrak{Q} = P + jQ$$

Scheinleistung:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI$   
 (Wirk-) Leistung:  $P = S \cos\varphi =$  Wärme- und Strahlungs-Leistung

<sup>1)</sup> Man vergleiche die Formeln für den Saugkreis mit denen des symmetrischen Sperrkreises im erwähnten, vorhergehenden Aufsatz des Verfassers!

Blindleistung:  $Q = S \sin\varphi =$  Leistung für den Feldaufbau in Spule und Kondensator

Darin bedeutet:  $\left. \begin{matrix} U = \text{Spannung} \\ I = \text{Strom} \\ \varphi = \text{Phasenwinkel} \end{matrix} \right\} \text{-Effektivwert}$

Aus der Bedingung des Leistungs-Extremums ergibt sich für die Schwingkreise die Resonanzfrequenz  $f_k$ , die mit der Frequenz des Impedanz-Extremums und der des Extremums für den Effektivwert des von aussen zugeführten Stromes zusammenfällt.

Der Resonanzpunkt ist also auf dem Papier und im Betrieb leicht und eindeutig festzustellen.

Für den Sperrkreis ergibt sich ein Leistungs-*Minimum*. Beim symmetrischen Kreis liefern Spule und Kondensator gegenseitig im Takte der Resonanzfrequenz sich die Leistung für den Feldaufbau; von aussen her wird nur Wirkleistung geliefert, die in Wärme und Strahlung aufgeht. Beim asymmetrischen Kreis wird dagegen auch Blindleistung geliefert, die sich am Feldaufbau beteiligt; auch hier erkennt man die Ueberlegenheit des symmetrischen Kreises.

Ausserdem muss noch eine Bemerkung eingefügt werden über den Resonanz-Impedanzwert  $z_k = \rho$  des Sperrkreises, der im ersten Aufsatz mit  $z_o$  identifiziert wurde. Dies entspricht nach oben Gesagtem nicht streng den Tatsachen. Die Vereinfachung wurde vorgenommen, da für einen Kreis die ideale Schwingfrequenz  $f_o$  charakteristisch und leicht bestimmbar ist und auch, weil der korrekte Ausdruck für  $z_k$  ausserordentlich kompliziert ist.

Für die elektrische Dimensionierung ist die Kenntnis der Strombelastung der Zweige bei Resonanz nötig. Bei einer aussen angelegten Klemmenspannung  $U$  gilt für Rundfunk-Sperrkreise folgende Näherungsrechnung:

Spulenzweig	Kondensatorzweig
$I_{kL} \approx I_{oL} = \frac{U}{Z_{oL}}$	$I_{kC} \approx I_{oC} = \frac{U}{Z_{oC}}$
$I_{oL} = \frac{U}{\sqrt{R_o^2 + R_L^2}}$	$I_{oC} = \frac{U}{\sqrt{R_o^2 + R_C^2}}$
$I_{oL} \approx I_{oC} \approx I_{oL;C} \approx \frac{U}{R_o} \approx r \frac{U}{R}$	

Minimum des äusseren Stromes:  $I_k \approx r^2 \cdot \frac{U}{R}$

Daraus folgt:  $I_{oL;C} = \rho I_k$

Der Betriebsstrom in Spule und Kondensator erreicht das  $\rho$ -fache des äusseren Resonanzstromes!

Der maximal auftretende Strom liegt im

Spulenzweig bei $v = 0$	Kondensatorzweig bei $v = \infty$
$(I_L)_{\max} = \frac{U}{R_L}$	$(I_C)_{\max} = \frac{U}{R_C}$
$(I_{L;C})_{\max} \approx \frac{2U}{R}$	

Daraus folgt:  $(I_{L;C})_{\max} = 2 \rho^2 \cdot I_k$

Die Zweigströme und damit auch der äussere Strom können bei Verstimmung der Klemmenspannungsfrequenz maximal das  $(2\rho^2)$ -fache des äusseren Resonanzstromes erreichen!

Für den Saugkreis ergibt sich bei Resonanz ein Leistungsmaximum ohne Blindkomponente. Er verhält sich also, wie schon erwähnt, angenähert reziprok zum symmetrischen Sperrkreis.

Rechnet man im folgenden mit dem früher vorgeschlagenen mittleren Widerstandswert  $w$ , so erhält man für den Schwingfrequenzwert

$$v_s = + \sqrt{1-w^2} \begin{cases} z_s = + \sqrt{1-(3/4)w^2} \frac{2w}{\sqrt{1-w^2}} \\ \zeta_s = \mp \frac{1}{4} \frac{2w}{\sqrt{1-w^2}} \end{cases}$$

Nach Elimination des Parameters  $w$  heissen die Gleichungen:

$$z_s = \frac{+ \sqrt{1+2v_s^2-3v_s^4}}{v_s}; \zeta_s = \frac{\mp \sqrt{1-v_s^2}}{2v_s}$$

Die entsprechenden Kurven sind gestrichelt in Fig. 6 bzw. 7 eingetragen.

Bei  $w < 0,1$  sind die Näherungen zulässig:

$$z_s \approx \frac{2w}{+ \sqrt{1-w^2}}; \zeta_s \approx \mp \frac{1}{4} z_s$$

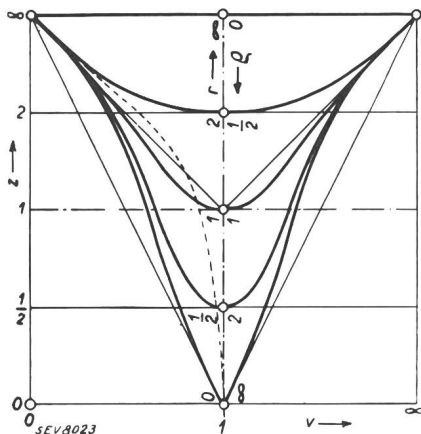


Fig. 6 (links).  
Impedanzwerte

beim symmetrischen Sperrkreis mit ebenfalls nur einem Parameter. — Nach Elimination von  $v$  heissen die Gleichungen:

$$z = + r \sqrt{1+\zeta^2}; \quad z = \frac{r}{\cos \varphi}$$

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}$$

$$\zeta = \mp \sqrt{\left(\frac{z}{r}\right)^2 - 1}; \quad \varphi = \arccos \frac{r}{z}$$

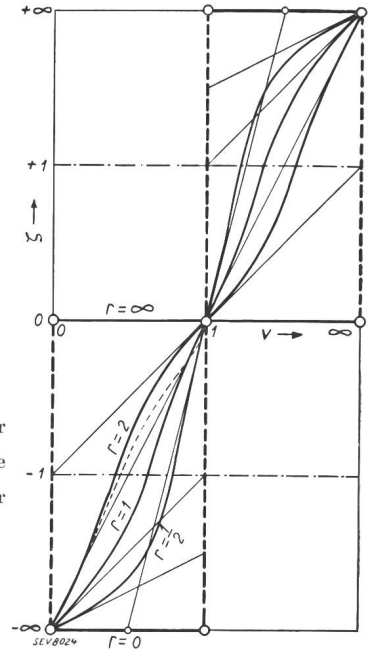


Fig. 7 (rechts).  
Phasenwerte

des gedämpften Saugkreises mit der Dämpfung als Parameter. Die gestrichelte Kurve ist der geometrische Ort der Schwingpunkte.

Bei Rundfunkschwingkreisen sogar:

$$z_s \approx 2w; \quad \zeta_s \approx \mp \frac{w}{2}$$

Die Tangenten der  $z$ -Kurven haben an den Endpunkten die Richtung:

$$v \rightarrow 0; \quad z \rightarrow \frac{1}{v}; \quad \text{tg } \psi_0 = -1$$

$$v \rightarrow \infty; \quad z \rightarrow v; \quad \text{tg } \psi_\infty = +1$$

(bei  $r = \infty$  aber waagrecht)

Bei  $v = 1$  sind die Tangenten waagrecht mit Ausnahme des verlustlosen Kreises, dessen Gleichung lautet:

$$z = \left| \frac{1-v^2}{v} \right|$$

Hier gilt:  $v = 1; \text{tg } \psi_1 = \mp 2$

Die Tangenten für die  $\zeta$ -Kurven haben folgende Neigung:

$$v = 0 \text{ und } \infty; \quad \text{tg } \psi' = r$$

$$v = 1; \quad \text{tg } \psi' = \frac{2}{r}$$

Die Fig. 6 und 7 zeigen eine Uebersicht über den Verlauf von  $z$  und  $\zeta$  für ein paar Werte von  $r$ . — Bei dieser Reziprok-Darstellung ist die Teilung der Achsen linear von 0 bis 1, dann reziprok von 1 bis  $\infty$ , wobei die beiden Abschnitte die gleiche Länge besitzen; die um 1 symmetrisch liegenden Punkte sind wertmässig reziprok.

Der Saugkreis ist also wesentlich einfacher zu behandeln als der Sperrkreis, da nur ein Parameter vorkommt, die Dämpfung  $r$ . Die Formeln werden einfach und ausserdem reziprok-symmetrisch, wie

Dies geht auch aus dem Diagramm Fig. 8 ohne weiteres hervor.

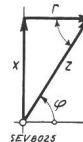


Fig. 8.  
Impedanzwert-Diagramm  
(vergl. Text).

Beim Saugkreis treten ausser der Stromresonanz noch zwei weitere Serieresonanz-Frequenzen auf, und zwar die der Spannungsresonanz an der Spule  $v_L$  und am Kondensator  $v_C^2$ .

Auch diese Resonanzwerte sind für die elektrische Dimensionierung des Seriekreises wichtig. Deswegen sei im Zusammenhang der Verlauf der Spannungswerte an Spule und

<sup>2)</sup> Resonanzbildung ist von mir also als Extremwert-Bildung einer elektrischen Grösse interpretiert. Beim Schwingkreis erreicht bei konstanter Klemmenspannung die indizierte Leistung einen Extremwert; bei dieser bestimmten Frequenz wird auch der indizierte Strom und die Kreisimpedanz extremal. Die Resonanzfrequenz ist bei Parallel- und Seriekreis i. a. ein wenig verschieden. Ausserdem treten beim Seriekreis noch Resonanzen mit Spannungmaxima an Spule und Kondensator auf mit abweichenden Frequenzen. (Entsprechende Stromresonanzen beim Parallelkreis gibt es nicht.) Schliesslich seien noch die Schwing- und die Realfrequenz genannt, die mit den Resonanzerscheinungen direkt nichts zu tun haben und schon früher von mir definiert wurden. — Der Aufsatz «Klare Begriffe in der Funktechnik» («Funk» 1938, 6, S. 158) klärt das Thema mit dem Austausch der Ausdrücke «Stromresonanz» und «Spannungsresonanz» gegen «Serieresonanz» und «Parallelresonanz» nach oben Gesagtem nicht ab. Direkt falsch ist dagegen die Angabe, dass der Resonanzwiderstand des Parallelkreises «stets reell» ist; dies ist nur beim symmetrischen Kreis der Fall.

Kondensator im Vergleich zu den Werten für Strom, Phase und Leistung mit dem Frequenzwert behandelt (vgl. Fig. 9).

1. Spannungen.

$$U = U_R + U_L + U_C$$

Die Klemmenspannung ist gleich der Vektorsumme der Spannungen an Widerstand, Spule und Kondensator. Die Spannungswerte (kleine Buchstaben, nicht zu verwechseln mit den Momentanwerten!) sind bezogen auf die Klemmenspannung  $U$ .

<p>der Spule</p> $U_L = I X_L$ $U_L = \frac{U}{Z} X_L$ $u_L = \frac{x_L}{z}$ $u_L = \frac{v}{\sqrt{r^2 + \left(v - \frac{1}{v}\right)^2}}$ $v = \begin{cases} 0 \\ v_L; \operatorname{tg} \psi = 0 \\ \infty \end{cases}$	<p>Spannung an dem Kondensator</p> $U_C = I X_C$ $U_C = \frac{U}{Z} X_C$ $u_C = \frac{x_C}{z}$ $u_C = \frac{1}{v \sqrt{r^2 + \left(v - \frac{1}{v}\right)^2}}$ $v = \begin{cases} 0 \\ v_C; \operatorname{tg} \psi = 0 \\ \infty \end{cases}$
---	---

Die Spannungswerte an Spule und Kondensator sind gleich mit reziproken Frequenzwerten. Daraus ergibt sich die Gleichheit der Werte

a) für die Spannungsresonanz

$$u_{kL} = u_{kC} = u_{kL;C} = \frac{1}{r v_s} = \frac{Q}{v_s}$$

$$\left. \begin{aligned} v_L &= \frac{1}{\sqrt{1 - 2w^2}} \\ v_C &= \sqrt{1 - w^2} \end{aligned} \right\} u_L = \frac{1}{v_C}$$

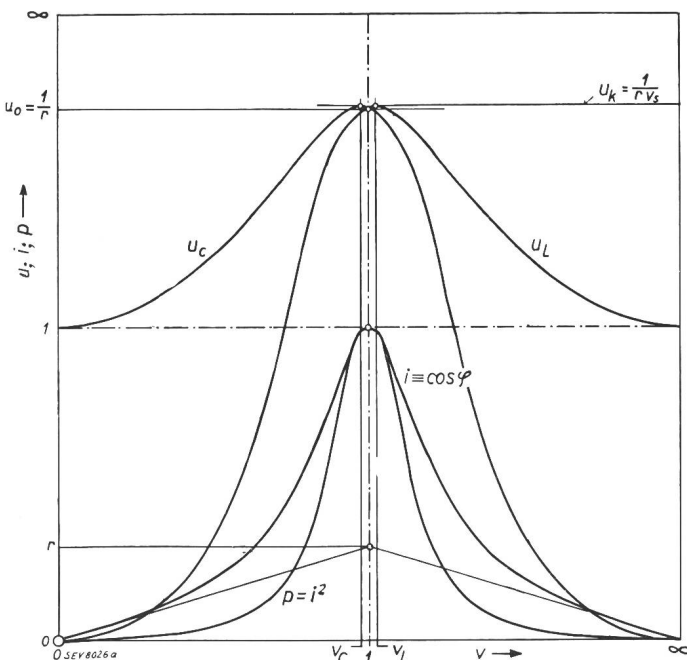


Fig. 9. Saugkreis.

b) wie für den Frequenzwert der Stromresonanz

$$v_k = v_r = v_o = \frac{1}{r}$$

$$u_{oL} = u_{oC} = u_{oL;C} = \frac{1}{r} = Q$$

Für Rundfunk-Saugkreise gelten die Näherungsgleichungen

$$v_L; v_C \approx 1 \pm w^2$$

$$v_s \approx 1 - \frac{w^2}{2}$$

$$u_{kL;C} \approx u_{oL;C} = Q$$

Die Spitzenspannung an Spule und Kondensator erreicht also das  $Q$ -fache der Klemmenspannung.

2. Strom und Phase.

$$I = \frac{U}{Z}$$

Die Stromwerte sind bezogen auf den Resonanzstrom  $I_k$ .

$$i = \frac{I}{I_k}; I_k = \frac{U}{R}$$

$$\frac{I}{I_k} = \frac{U R}{Z U}$$

$$i = \frac{r}{z} = \cos \varphi$$

$$i = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \left(v - \frac{1}{v}\right)^2}}$$

$$v = 0; \operatorname{tg} \psi = \pm r$$

Die Gleichung ist in  $v$  reziprok.

Der Stromwert ist also identisch mit dem Leistungsfaktor und hat damit den gleichen maximalen Wert

$$i_{kY} = 1$$

3. Leistung.

$$P = U I \cos \varphi$$

Die Leistungswerte sind bezogen auf die Resonanzleistung  $P_k$ .

$$p = \frac{P}{P_k}; P_k = U I_k$$

$$p = i^2$$

$$p = \frac{r^2}{r^2 + \left(v - \frac{1}{v}\right)^2}$$

$$v = \begin{cases} 0 \\ 1; \operatorname{tg} \psi = 0 \\ \infty \end{cases}$$

Die Gleichung ist in  $v$  reziprok.

Der Leistungswert ist gleich dem Stromwert im Quadrat.

Im Zusammenhang mit dem Bandfilter interessieren noch zwei Größen des Saugkreises.

1. Doppelwertsbreite  $d$ .

Sie entspricht der Halbwertsbreite  $h$  des Sperrkreises und ist von mir analog definiert als Frequenzwertsbreite bei  $z_d = r\sqrt{2}$  (Fig. 10).

Ueber die Definition dieser beiden i. a. mit Bandbreite eines Kreises<sup>3)</sup> bezeichneten Größen ist man

<sup>3)</sup> Nicht zu verwechseln mit der auf S. 107 des vorigen Aufsatzes in der Tabelle angegebenen «Bandbreite», die dort mit der «Verstimmung» identifiziert ist. Dies wird in Zukunft unterlassen (vgl. Tabelle im Anschluss an den folgenden zweiten Absatz!).

sich noch nicht einig. Physiologisch begründbar (Ohrempfindlichkeit) ist die oben gemachte Forderung, dass der Frequenzumfang auf der Höhe des halben, bzw. doppelten Wertes des Resonanz-

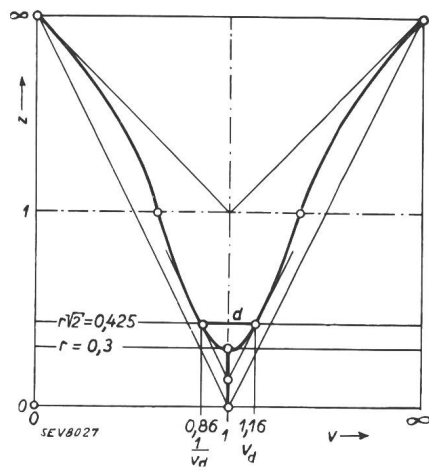


Fig. 10.

Doppelwertsbreite und Flankensteilheit (vergl. Text).

widerstands-Quadrates als Bandbreite anzunehmen ist beim Sperrkreis, bzw. beim Saugkreis. Mathematisch erhält man dazu noch besonders einfache Formeln<sup>4)</sup>.

$$z_d = \sqrt{r^2 + \left(v_d - \frac{1}{v_d}\right)^2} = r\sqrt{2}$$

$$d = v_d - \frac{1}{v_d} = r.$$

Die Doppelwertsbreite ist also identisch mit der Dämpfung, während die Halbwertsbreite ihr nur angenähert gleich ist für  $r \ll 1$ .

Da für Rundfunkkreise die Näherung gilt

$$z_x \approx \frac{1}{z_y}$$

befassen wir uns bei den Bandbreite-Betrachtungen nur mit dem wesentlich einfacheren Ausdruck für  $z_y$ .

Für 1 Kreis gilt:  $\frac{d}{r} = 1$ .

Schaltet man mehrere identische Kreise hintereinander, ohne sie zu koppeln (Mehrkreis-Empfänger), so erhält man die resultierende Impedanz durch potenzieren der Einzelkreis-Impedanz mit der Kreis-Anzahl  $n$ .

<sup>4)</sup> Den  $\sqrt{2}$ -Wert benutzt auch R. Wilke in seinen beiden Aufsätzen «Die Daten des Schwingkreises» («Funk» 1937, Heft 24, S. 698, und 1938, Heft 22, S. 602). Vom 2-Wert dagegen machen Gebrauch W. Röhr in seinem interessanten Artikel mit Beispielen «Drei Rechenleitern (Nomogramme) zur HF-Technik» («Funk» 1938, Heft 4, S. 97, mit Berichtigung, Heft 7, S. 178) und leider auch F. Bergtold in seinem weit verbreiteten «Hilfsbuch für Rundfunk- und Verstärkertechnik». Beim Nachschlagen der zitierten Quellen ist zu beachten, dass für die gleiche Grösse oft verschiedene Bezeichnungen gewählt wurden, die dazu meist nicht mit meinen (nach CEI) korrespondieren. Auch sind einzelne Definitionen abweichend. — Die Bandbreite beim 2-Wert ist  $\sqrt{3}$ mal grösser als beim  $\sqrt{2}$ -Wert.

$$z_{(n)} = z^n$$

$$z_{(n)} = \sqrt[2n]{r^2 + \left(v - \frac{1}{v}\right)^2}$$

$$\left(\frac{z}{z_0}\right)^n = \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{v - \frac{1}{v}}{r}\right)^2\right\}^n} \left(\frac{z}{z_0}\right)^n = \sqrt{2}$$

$$2 = \left\{1 + \left(\frac{d_n}{r}\right)^2\right\}^n$$

Für  $n$  Kreise gilt:  $\frac{d_n}{r} = \sqrt[n]{\sqrt{2} - 1}$

$n$	1	2	3	4	5
$\frac{d_n}{r}$	1	0,64	0,51	0,44	0,39

Die Bandbreite nimmt also laut oben aufgestellter Tabelle mit der Kreis-Anzahl ab.

Das übertragbare Tonspektrum für gleichmässige Uebertragung (bis 3 db Dämpfung) ist gleich der halben Bandbreite ( $b = \frac{\eta}{100}$ ) des Kreises, die höch-

stens gleich dem Senderabstand ( $a$ ) sein soll. Damit gegenseitige Störungen von Nachbarsendern ausgeschlossen sind, müssen ausserdem Sender und Empfänger eine Tonsperre haben, die oberhalb des übertragbaren Tonspektrums wirksam ist. Bei dem heute üblichen Senderabstand von 9 kHz, besitzt der höchste störfrei übertragbare Ton eine Frequenz von 4,5 kHz. Für eine gute Tonqualität sollte die obere Grenzfrequenz aber bei 12 kHz, rund dreimal so hoch liegen. Da nun die Frequenzspektren der Störungen in der Hauptsache über 4,5 kHz liegen, hat eine Verbreiterung des Tonspektrums nur beim starken Ortssender einen Sinn, dessen Feldstärke die der Störungen und der Nachbarsender bei weitem übertrifft.

Ist  $f$  die Frequenz eines Nachbarsenders, so beträgt die Verstimmung:

$$\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} = \frac{f^2 - f_0^2}{f f_0} \quad \text{5a)}$$

$$= \frac{(f+f_0)(f-f_0)}{f f_0}; \text{ in Res.-Nähe } f \approx f_0$$

$$\approx \frac{2 f_0 f_a}{f_0^2}$$

$$\frac{\varphi}{100} = v - \frac{1}{v} = x_v \approx 2a$$

Die Verstimmung (Seriekreis-Reaktanzwert) ist angenähert gleich dem doppelten relativen Senderabstand.

Folgende Definition für die Trennschärfe (Selektion) ist allgemein üblich:

$$T = \sqrt{1 + \left(\frac{\varphi}{\eta}\right)^2}$$

<sup>5a)</sup> In der Literatur sind auch andere Definitionen anzutreffen.

Die Trennschärfe bei  $n$  nicht gekoppelten Kreisen beträgt:

$$T_{(n)} = T^n.$$

2. Flankensteilheit  $\delta$ .

Sie ist definiert als Kurvensteilheit bei  $z = r \sqrt{2}$ , also am Ort der Doppelwertsbreite  $d$ . — Da im Vergleich mit Bandfiltern nur verlustarme Saugkreise in Frage kommen, sei im folgenden wieder die Voraussetzung gemacht, dass  $r \ll 1$  sei und damit auch  $w$ .

Man kann dann von folgenden Näherungen Gebrauch machen:

- a)  $v_d \approx 1 + w$
- b)  $\frac{1}{v_d} \approx 1 - w$
- c) allgemein  $(1 \pm w)^p \approx 1 \pm pw \cdot 1 \left(\frac{1}{p} - 1\right)$

Es ist dann:

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{v - v^3}{\sqrt{4w^2 + v^2 - 2 + v^2}}$$

$v = \left(\frac{1}{v_d} \text{ bzw. } v_d\right)$  gesetzt, ergibt

$$\delta = \mp 2 \neq F(r) \text{ für } r \ll 1 \text{ (Fig. 10)}$$

Die Flankensteilheit des gedämpften Saugkreises ist gleich der des ungedämpften Kreises im Resonanzpunkt und *unabhängig von der Dämpfung*, wenn diese klein gegen 1 ist <sup>5b)</sup>.

Es folgt in Ergänzung der Tabelle des vorigen Aufsatzes ein Vergleich der bisher üblichen mit den neuen relativen Grössen samt ihren Definitionen.

Abkürzungen:  $L_0 = 2 \pi L$ ;  $C_0 = 2 \pi C$

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

$$R_0 = f_0 L_0 = \frac{1}{f_0 C_0} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Neu: Relativ und dimensionslos	Beziehung	Alt: Dimensionen $\left\{ \begin{array}{l} \text{Hz} = \text{Hertz} \\ \Omega = \text{Ohm} \\ \text{H} = \text{Henry} \\ \text{F} = \text{Farad} \end{array} \right.$
	Frequenz <sup>6)</sup>	
	$v = \frac{f}{f_0}$	
	Serielle: Impedanz	
$z = + \sqrt{r^2 + \left(v - \frac{1}{v}\right)^2}$	$z = \frac{Z_Y}{R_0}$	$Z_Y = + \sqrt{R_Y^2 + X_Y^2} [\Omega]$
	Phase	
$\zeta = -\frac{1}{r} \left(\frac{1}{v} - v\right)$	$\zeta = \text{tg } \varphi_Y$	$\text{tg } \varphi_Y = \frac{X_Y}{R_Y}$

<sup>5b)</sup> Umgekehrt kann man hieraus die Bandbreite definieren, und zwar rein mathematisch, ohne die Physiologie des menschlichen Ohres heranziehen zu müssen.

<sup>6)</sup> Nomogramme über die Beziehungen zwischen Induktivität, Kapazität, kritischem Widerstand und idealer Schwingfrequenz im «Funk» 1938, Heft 24, 3. Umschlagseite.

Allgemeine Grössen:

Impedanzwert	Resonanz	Impedanz
$z_{0x} \approx \frac{1}{r} \approx \varrho$	$\varrho = \frac{Z_0}{R_0}$	$Z_{0x} \approx \frac{L}{R C} = \frac{R_0^2}{R} [\Omega]$
$z_{0Y} = r = \frac{1}{\varrho}$	$r = \frac{R}{R_0}$	$Z_{0Y} = R [\Omega]$
Resonanzschärfe <sup>7)</sup>		Güte = Dissipationfact.
$\varrho = \frac{1}{r}$	$\varrho = G = Q$	$G = Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R_0}{R}$
	Dämpfung	
$r = m + n = 2w$	$r = \frac{R}{R_0}$	$R = R_L + R_C = 2W [\Omega]$
	Bandbreite	
$b = (h \text{ z } d) = r$	$b = \frac{f_b}{f_0}$	$f_b \approx \frac{R}{L_0} [\text{Hz}]$ „Bandbreite“ <sup>8)</sup> $\eta^{0/0} \approx 100 R \sqrt{\frac{C}{L}}$

bei  $n$  nicht gekoppelten Kreisen:  $b_n = b \sqrt[n]{\sqrt{2} - 1}$

Senderabstand = Frequenzabweichung

$$a = \frac{f_a}{f_0} \quad \text{„Verstimmung“} <sup>8)</sup> \\ \varphi^{0/0} = 200 f_a \sqrt{L_0 C_0}$$

Trennschärfe = Selektion

$$T = \sqrt{1 + \left(\frac{2a}{b}\right)^2} \quad T = \sqrt{1 + \left(\frac{\varphi}{\eta}\right)^2} <sup>8)</sup> \\ T = \sqrt{1 + \left(\frac{2f_a}{f_b}\right)^2} \\ T = \sqrt{1 + \left(\frac{2f_a L_0}{R}\right)^2} <sup>8)</sup>$$

bei  $n$  nicht gekoppelten Kreisen:  $T_{(n)} = T^n$

Anpassung des Saugkreises

Es gibt 2 charakterisierende Grössen für die Anpassung des Saugkreises.

1. Anpassungsbreite  $\alpha$  (Fig. 11 u. 12)

Sie ist definiert als Frequenzumfang, den der Saugkreis auf der Höhe der Anpassungs-Impedanz besitzt, ohne Rücksicht auf die Phase:

$$\alpha = v_\alpha - \frac{1}{v_\alpha}$$

Eingesetzt in die Impedanzwert-Gleichung ergibt:

$$\alpha = + \sqrt{z_\alpha^2 - r^2}$$

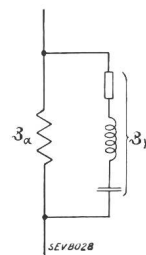


Fig. 11. Saugkreis-Anpassung (vergl. Text).

<sup>7)</sup> Konstruktion von Parallel-Schaltungs-Nomogrammen: «Funk» 1938, Heft 22, S. 612.

<sup>8)</sup> Als früher schon eingeführte relative Grösse auch hier zitiert.



Bei Saugkreisen für ein schmales Frequenzband, z. B. bei NF-Nadelgeräuschfiltern und besonders bei HF-Saugkreisen ist  $r \ll z_\alpha$ , und damit die bequeme Näherung möglich:

$$\alpha \approx z_\alpha$$

Die Anpassungsbreite ist ungefähr gleich dem Anpassungs-Impedanzwert.

2. Saugwirkung  $\sigma$  (Fig. 12).

Die Definition lautet sinngemäss für die Resonanzfrequenz:

$$\sigma = \frac{z_\alpha - r}{z_\alpha}$$

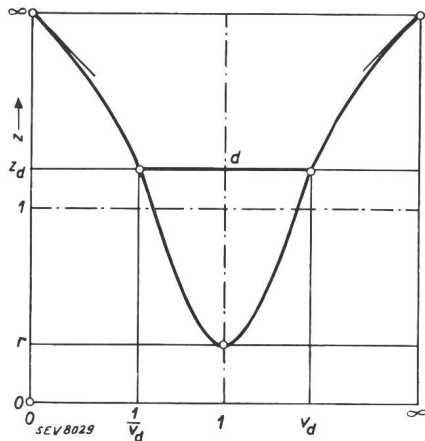


Fig. 12.

Anpassungsbreite und Saugwirkung (vergl. Text).

Die Saugwirkung ist wegen der immer vorhandenen Dämpfung stets kleiner als 100 %.

Beispiel für die Anpassung eines Saugkreises.

Bei Nadelgeräuschfiltern empfiehlt es sich, folgende Forderung zu erfüllen, um den Frequenzbereich, der mitgedämpft wird, klein zu halten:

$$x_h = (2 \text{ bis min. } 1) z_\alpha \quad (\text{Fig. 13}).$$

Darin bedeutet  $x_h$  den Halbwerts-Reaktanzwert bei  $\frac{1}{v_h} = 0,5$  (und  $v_h = 2$  wegen der Reziprok-Symmetrie)

$$x = v - \frac{1}{v}; \quad \frac{1}{v_h} = 0,5$$

$$x_h = 1,5$$

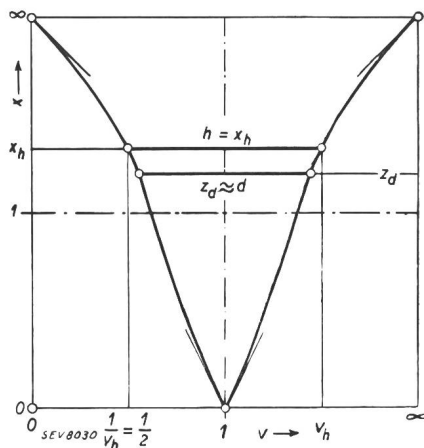


Fig. 13.

Anpassung eines Saugkreises (vergl. Text).

$$h = x_h = (v_h - \frac{1}{v_h}) = (2 - \frac{1}{2}) = 1,5.$$

Nach den getroffenen Vereinbarungen ist nun:

$$X_h = x_h R_0; \quad R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Daraus folgt:

$$X_h = 3\pi f_0 L$$

Die Bedingung lautet also im praktischen Maßsystem:

$$L \geq \frac{Z_\alpha}{3\pi f_0} \text{ [H]}; \quad C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} \text{ [F]}$$

Annahmen:

1. Nadelgeräuschfilter parallel zum Pick-Up.
2. Pick-Up-Impedanz  $Z_\alpha = 5 \text{ k}\Omega$ .
3. Mitte des Nadelgeräusch-Spektrums bei Industrie-Schallplatten  $f_0 = 3,6 \text{ kHz}$ .

$$L \geq \frac{5}{3\pi \cdot 3,6}$$

$$L \geq 148 \text{ mH}$$

Baut man das Filter mit einer handelsüblichen Drossel von

$$L = 160 \text{ mH},$$

$$R = 500 \Omega \text{ Verlustwiderstand bei } 3,6 \text{ kHz},$$

so ergibt sich die Kapazität zu

$$C = 12 \text{ nF}$$

Weiter folgt:

$$R_0 = L_0 f_0$$

$$R_0 = 2\pi \cdot 0,16 \cdot 3,6$$

$$\text{kritischer Widerstand} \quad R_0 = 3,62 \text{ k}\Omega$$

$$r = \frac{R}{R_0}$$

$$r = \frac{0,5}{3,62}$$

$$\text{Dämpfung} \quad r = 0,138$$

$$\alpha = \frac{Z_\alpha}{R_0}$$

$$\alpha = \frac{5}{3,62}$$

$$\text{Anpassungsbreite} \quad \alpha = 1,38$$

$$f_\alpha = \alpha f_0$$

$$f_\alpha = 1,38 \cdot 3,6$$

$$\text{Frequenzumfang} \quad f_\alpha = 5 \text{ kHz}$$

$$\sigma \approx \frac{\alpha - r}{\alpha}$$

$$\sigma = \frac{1,38 - 0,138}{1,38}$$

$$\text{Saugwirkung} \quad \sigma = 0,9 = 90\%$$

Nach der Natur der Dinge steigt der Frequenzumfang mit Erhöhung der Saugwirkung. Für jeden Fall der Saugkreis-Anwendung muss der günstigste Kompromiss geschlossen werden.

Nachtrag.

Charakteristisch für einen Schwingkreis ist ausser der idealen Schwingfrequenz  $f_0$  und dem Dämpfungswiderstand  $R$  noch der kritische Widerstand  $R_0 = \sqrt{L/C}$ , mit dessen Steigen die Dämpfung fällt. Zu berücksichtigen ist aber dabei, dass i. a. damit auch der Dämpfungswiderstand wächst, wodurch die Dämpfung grösser wird. Das Resultat dieser entgegengesetzten Auswirkungen hängt in der Hauptsache von der Art der Spule und der äusseren



Belastung des Schwingkreises ab. Zu deren Berücksichtigung ist es bei Parallelkreisen meist einfacher statt der Verlustwiderstände in Serie mit Spule und Kondensator (Fig. 14a) einen Parallelwiderstand zum Kreis anzunehmen (Fig. 14b).

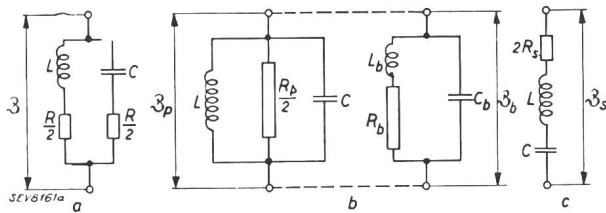


Fig. 14.  
 a Symmetrischer Sperrkreis.  
 b Parallelkreis mit Belastung.  
 c Seriokreis.

Dieser Kreis verhält sich exakt reziprok zum Seriokreis (Fig. 14c). Die Vektoren der Impedanzwerte sind Inversionen zueinander, d. h. die Absolutwerte verhalten sich reziprok und die Phasenwerte haben entgegengesetztes Vorzeichen, wenn auch die Dämpfungswerte sich reziprok verhalten:

$$Z_p Z_s = 1, \text{ wenn } r_p r_s = 1 \text{ oder } R_p R_s = R_0^2$$

Dies geht ohne weiteres aus den Impedanzgleichungen hervor:

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= 2R_s + X_L + X_C \\ \frac{1}{Z_p} &= \frac{2}{R_p} + \frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_C} \\ Z_s &= 2R_s + j(X_L - X_C) \\ \frac{1}{Z_p} &= \frac{2}{R_p} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= 2r_s + j\left(v - \frac{1}{v}\right) \\ \frac{1}{Z_p} &= \frac{2}{r_p} + j\left(v - \frac{1}{v}\right) \end{aligned} \right\}$$

identisch, wenn  $r_p r_s = 1$ .

Damit ist die Transformierung von  $Z_s$  (Fig. 14c) auf  $Z_p$  (Fig. 14b) erreicht.  $Z$  (Fig. 14a) ist in der Nähe der Resonanz identisch mit  $Z_p$  und bei kleiner Dämpfung auch in deren weiteren Umgebung. Somit ist die Behandlung des belasteten (symmetrischen) Parallelkreises mit Hilfe eines einfachen Ersatzschemas in bezug auf Trennschärfe und Empfindlichkeit stark erleichtert. Die Belastung des Kreises durch Röhre und Kopplungsglieder entspricht im grossen und ganzen dem abgebildeten Ersatzschema in Fig. 14b.  $L_b$  und  $C_b$  sind i. a. klein,  $R_b$  in der Grössenordnung von  $R_p$ . Bei Resonanz wird also im wesentlichen eine Dämpfungsvermehrung auftreten. Was also in bezug auf den Saugkreis über «Anpassung» gesagt wurde, gilt entsprechend auch für den Sperrkreis.

Anregung und Anleitung für die günstige Dimensionierung von Schwingkreisen gibt dem Praktiker der Aufsatz von R. Wigand: «Trennschärfe und Empfindlichkeit in Abhängigkeit vom L/C-Verhältnis des Schwingkreises» («Funk», 1939, Heft 15, S. 417). Wie immer, so ist auch bei diesem Aufsatz auf die abweichenden Bezeichnungen zu achten. Leider wurden dort in den Gleichungen Vektor- und Skalar-Grössen durcheinandergeworfen; die abgebildete Resonanzkurve entspricht auch nicht der Wirklichkeit. (Fortsetzung folgt.)

## Ueber die Stromwärmeverluste im Läufer des einphasigen Asynchronmotors.

Von Karl Paul Kovács, Budapest.

621.313.333.017.21

Zur Berechnung des Wirkungsgrades auf Grund des Einzelverlustverfahrens bei Einphasen-Asynchron-Maschinen sind die Angaben im Schrifttum über den Läufer-Stromwärmeverlust nicht eindeutig. Die genauen Zusammenhänge werden im folgenden abgeleitet und deren Anwendung wird erläutert.

Les indications de la littérature relatives aux pertes d'échauffement dans le cuivre de l'induit lors du calcul du rendement des machines asynchrones monophasées par la méthode des pertes individuelles, ne sont pas complètes. L'auteur expose dans cet article les relations exactes et en montre l'application.

### 1. Einleitung.

Der Läufer-Kupferverlust des symmetrischen mehrphasigen Asynchronmotors ist

$$P_{cu II} = s \cdot P_L \tag{1}$$

wo  $s$  die Schlüpfung und  $P_L$  die Luftspaltleistung bedeutet. Beim einphasigen Motor gestaltet sich der Zusammenhang zwischen den drei Grössen  $P_{cu II}$ ,  $s$  und  $P_L$  nicht so einfach. Im Schrifttum sind Gleichungen der einphasigen Maschine vielfach abgeleitet worden, aus denen der genaue Zusammenhang zwischen Läufer-Kupferverlust, Schlüpfung und Luftspaltleistung leicht weiter abzuleiten ist<sup>1)</sup>. Trotzdem sind im Schrifttum auch Widersprüche

zu finden, die zu Missverständnissen führen können. So z. B. findet man in dem bekannten Buch von G. Jahn über Messungen an elektrischen Maschinen<sup>2)</sup> bei der Berechnung des Wirkungsgrades der einphasigen Maschine folgendes:

$$P_{cu II} = s(2-s) \cdot P_L \tag{2}$$

oder bei kleinen Schlüpfungen

$$P_{cu II} = 2s \cdot P_L \tag{3}$$

Für den Nachweis der Gl. (2) und (3) bezieht sich Jahn auf einen Artikel des Herrn H. Görges<sup>3)</sup>, aber er bemerkt dabei nicht, dass die Zusammenhänge (2) und (3) nur annähernd gültig sind, welcher

<sup>1)</sup> Siehe z. B. Michael: Theorie der Wechselstrommaschinen. — Teubner 1937, S. 131. Gleichung (218) und (219).

<sup>2)</sup> Springer 1925. Fünfte Auflage.

<sup>3)</sup> ETZ 1903. Ueber einige Diagramme zum asynchronen Wechselstrommotor.