

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 30 (1939)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Ueber die Stromwärmeverluste im Läufer des einphasigen Asynchronmotors  
**Autor:** Kovács, Karl Paul  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060881>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Belastung des Schwingkreises ab. Zu deren Berücksichtigung ist es bei Parallelkreisen meist einfacher statt der Verlustwiderstände in Serie mit Spule und Kondensator (Fig. 14a) einen Parallelwiderstand zum Kreis anzunehmen (Fig. 14b).

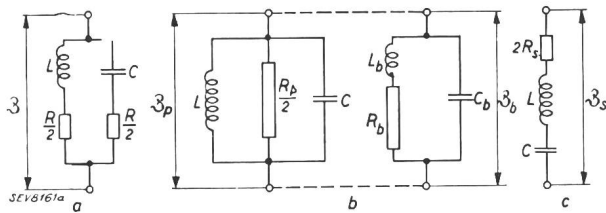


Fig. 14.  
 a Symmetrischer Sperrkreis.  
 b Parallelkreis mit Belastung.  
 c Seriokreis.

Dieser Kreis verhält sich exakt reziprok zum Seriokreis (Fig. 14c). Die Vektoren der Impedanzwerte sind Inversionen zueinander, d. h. die Absolutwerte verhalten sich reziprok und die Phasenwerte haben entgegengesetztes Vorzeichen, wenn auch die Dämpfungswerte sich reziprok verhalten:

$$Z_p Z_s = 1, \text{ wenn } r_p r_s = 1 \text{ oder } R_p R_s = R_0^2$$

Dies geht ohne weiteres aus den Impedanzgleichungen hervor:

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= 2R_s + X_L + X_C \\ \frac{1}{Z_p} &= \frac{2}{R_p} + \frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_C} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= 2R_s + j(X_L - X_C) \\ \frac{1}{Z_p} &= \frac{2}{R_p} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= 2r_s + j\left(v - \frac{1}{v}\right) \\ \frac{1}{Z_p} &= \frac{2}{r_p} + j\left(v - \frac{1}{v}\right) \end{aligned} \right\}$$

identisch, wenn  $r_p r_s = 1$ .

Damit ist die Transformierung von  $Z_s$  (Fig. 14c) auf  $Z_p$  (Fig. 14b) erreicht.  $Z$  (Fig. 14a) ist in der Nähe der Resonanz identisch mit  $Z_p$  und bei kleiner Dämpfung auch in deren weiteren Umgebung. Somit ist die Behandlung des belasteten (symmetrischen) Parallelkreises mit Hilfe eines einfachen Ersatzschemas in bezug auf Trennschärfe und Empfindlichkeit stark erleichtert. Die Belastung des Kreises durch Röhre und Kopplungsglieder entspricht im grossen und ganzen dem abgebildeten Ersatzschema in Fig. 14b.  $L_b$  und  $C_b$  sind i. a. klein,  $R_b$  in der Grössenordnung von  $R_p$ . Bei Resonanz wird also im wesentlichen eine Dämpfungsvermehrung auftreten. Was also in bezug auf den Saugkreis über «Anpassung» gesagt wurde, gilt entsprechend auch für den Sperrkreis.

Anregung und Anleitung für die günstige Dimensionierung von Schwingkreisen gibt dem Praktiker der Aufsatz von R. Wigand: «Trennschärfe und Empfindlichkeit in Abhängigkeit vom L/C-Verhältnis des Schwingkreises» («Funk», 1939, Heft 15, S. 417). Wie immer, so ist auch bei diesem Aufsatz auf die abweichenden Bezeichnungen zu achten. Leider wurden dort in den Gleichungen Vektor- und Skalar-Grössen durcheinandergeworfen; die abgebildete Resonanzkurve entspricht auch nicht der Wirklichkeit. (Fortsetzung folgt.)

## Ueber die Stromwärmeverluste im Läufer des einphasigen Asynchronmotors.

Von Karl Paul Kovács, Budapest.

621.313.333.017.21

Zur Berechnung des Wirkungsgrades auf Grund des Einzelverlustverfahrens bei Einphasen-Asynchron-Maschinen sind die Angaben im Schrifttum über den Läufer-Stromwärmeverlust nicht eindeutig. Die genauen Zusammenhänge werden im folgenden abgeleitet und deren Anwendung wird erläutert.

Les indications de la littérature relatives aux pertes d'échauffement dans le cuivre de l'induit lors du calcul du rendement des machines asynchrones monophasées par la méthode des pertes individuelles, ne sont pas complètes. L'auteur expose dans cet article les relations exactes et en montre l'application.

### 1. Einleitung.

Der Läufer-Kupferverlust des symmetrischen mehrphasigen Asynchronmotors ist

$$P_{cu II} = s \cdot P_L \tag{1}$$

wo  $s$  die Schlüpfung und  $P_L$  die Luftspaltleistung bedeutet. Beim einphasigen Motor gestaltet sich der Zusammenhang zwischen den drei Grössen  $P_{cu II}$ ,  $s$  und  $P_L$  nicht so einfach. Im Schrifttum sind Gleichungen der einphasigen Maschine vielfach abgeleitet worden, aus denen der genaue Zusammenhang zwischen Läufer-Kupferverlust, Schlüpfung und Luftspaltleistung leicht weiter abzuleiten ist<sup>1)</sup>. Trotzdem sind im Schrifttum auch Widersprüche

zu finden, die zu Missverständnissen führen können. So z. B. findet man in dem bekannten Buch von G. Jahn über Messungen an elektrischen Maschinen<sup>2)</sup> bei der Berechnung des Wirkungsgrades der einphasigen Maschine folgendes:

$$P_{cu II} = s(2-s) \cdot P_L \tag{2}$$

oder bei kleinen Schlüpfungen

$$P_{cu II} = 2s \cdot P_L \tag{3}$$

Für den Nachweis der Gl. (2) und (3) bezieht sich Jahn auf einen Artikel des Herrn H. Görges<sup>3)</sup>, aber er bemerkt dabei nicht, dass die Zusammenhänge (2) und (3) nur annähernd gültig sind, welcher

<sup>1)</sup> Siehe z. B. Michael: Theorie der Wechselstrommaschinen. — Teubner 1937, S. 131. Gleichung (218) und (219).

<sup>2)</sup> Springer 1925. Fünfte Auflage.

<sup>3)</sup> ETZ 1903. Ueber einige Diagramme zum asynchronen Wechselstrommotor.

Umstand doch bei Görges klar zum Ausdruck kommt<sup>4)</sup>.

Dass die Gl. (2) und (3) nicht die genauen Lösungen sein können, geht aus der Tatsache gleich hervor, dass im Läufer des einphasigen Motors auch im Synchronlauf ( $s = 0$ ) Strom fließt; es gibt einen Kupferverlust, was mit den Formeln (2) und (3) in Widerspruch steht. Es ist zu ersehen, dass die Ausdrücke (2) und (3) im Synchronlauf und in der Nähe des Synchronlaufes keinesfalls richtig die Stromwärmeverluste im Läufer angeben.

Im folgenden wird der genaue Zusammenhang zwischen Läufer-Stromwärmeverlust, Schlüpfung und Luftspalt-Leistung abgeleitet und aus dem Ergebnis gefolgert, ob und inwieweit die Näherungsgleichungen (2) und (3) zu gebrauchen sind, bzw. welche Fehler im Wirkungsgrad der Einphasen-Maschine durch die Benützung der Zusammenhänge (2) und (3) verursacht werden.

### 2. Das Ersatzdiagramm des einphasigen Asynchronmotors.

Der einphasige Motor kann durch eine aus zwei symmetrischen Mehrphasenmaschinen bestehende Kaskade ersetzt werden, bei welcher die Mehrphasenmaschinen in Reihe geschaltet sind und entgegengesetzt umlaufende Drehfelder, aber gleichsinnig laufenden, auf gemeinsamer Welle sitzenden Läufer besitzen<sup>5)</sup>. Das Ersatzschaltbild einer solchen Kaskade wird in Fig. 1 gezeigt.

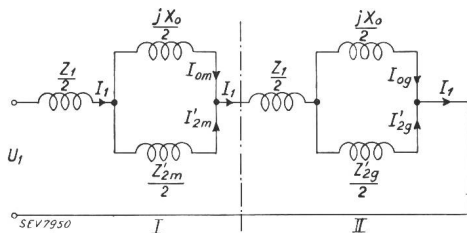


Fig. 1.

Ersatzdiagramm des einphasigen Asynchronmotors.

- $U_1$  Klemmenspannung.
  - $I_1$  Ständer-Stromstärke.
  - $I'_{2m}$  Stromstärke im Läufer des Motors I.
  - $I'_{2g}$  Stromstärke im Läufer des Motors II, beide Werte auf die Windungszahl des Ständers bezogen.
  - $I_{om}$  Leerlauf-Stromstärke des Motors I.
  - $I_{og}$  Leerlauf-Stromstärke des Motors II.
  - $Z_1$  Streuimpedanz der Ständerwindungen  
 $Z = r_1 + j X'_2$
  - $Z'_{2m}$  Streuimpedanz der Läuferwindungen des Motors I bei Schlüpfung  $s$   
 $Z'_{2m} = \frac{r'_2}{s} + j X'_2$
  - $Z'_{2g}$  Streuimpedanz der Läuferwindungen des Motors II bei Schlüpfung  $2 - s$   
 $Z'_{2g} = \frac{r'^2}{2-s} + j X'_2$
- beide Werte auf die Windungszahl des Ständers bezogen.  
 $j X_0$  Reaktanz des Feldes.

Es sei angenommen, dass die Spannungen, Ströme und Felder sich nach einem Sinusgesetz ändern und dass die Permeabilität des Eisens konstant ist. Es wird eine Maschine ohne Eisenverluste vorausgesetzt. Diese vereinfachende Annahme erleichtert die Durchführung der Berechnung, ohne einen merklichen Fehler einzuführen. Die Eisenverluste werden bei der Berechnung des Wirkungsgrades nachträglich in Betracht gezogen.

<sup>4)</sup> Seite 274. Gl. (23) und (24). (Siehe Fussnote 3.)  
<sup>5)</sup> Siehe z. B. Richter: Elektrische Maschinen, IV. Band.

### 3. Die Luftspaltleistung.

Die Luftspaltleistung des einphasigen Induktionsmotors ist:

$$P_L = U_1 I_1 \cos \varphi_1 - I_1^2 R_1 \tag{4}$$

die Kupferverluste im Läufer

$$P_{cuII} = I_{2m}^2 \frac{R'_2}{2} + I_{2g}^2 \frac{R'_2}{2} \tag{5}$$

Es wird nun die Verhältniszahl

$$\frac{P_{cuII}}{P_L} = s_1 \tag{6}$$

berechnet. Zu diesem Zwecke sollen die Grössen  $P_{cuII}$  und  $P_L$  in Abhängigkeit von  $U_1$  und der Impedanzen ausgedrückt werden.

Nach Fig. 1 ergibt sich:

$$I_1 = U_1 \frac{1}{\frac{Z_m + Z_g}{2}} \tag{7}$$

wo  $Z_m = Z_1 + \frac{j X_0 \cdot Z'_{2m}}{j X_0 + Z'_{2m}}$  und

$$Z_g = Z_1 + \frac{j X_0 \cdot Z'_{2g}}{j X_0 + Z'_{2g}}$$

gesetzt ist.

Aus der Theorie der Stromvektoren:

$$I_1^2 = I_1 \cdot I_{1K} \text{ und } U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_1 \frac{I_1 + I_{1K}}{2}$$

wo  $I_{1K}$  der konjugiert komplexe Wert des Ausdruckes von  $I_1$  ist. Nach diesem ist die Luftspaltleistung:

$$P_L = U_1 \frac{I_1 + I_{1K}}{2} - I_1 \cdot I_{1K} \cdot R_1 \tag{8}$$

Der Wert von  $I_1$  aus (7) eingesetzt:

$$P_L = U_1^2 \left[ \frac{1}{Z_m + Z_g} + \frac{1}{(Z_m + Z_g)_K} \right] - U_1^2 \frac{4 R_1}{(Z_m + Z_g) (Z_m + Z_g)_K} \tag{9}$$

wo  $(Z_m + Z_g)_K$  der konjugiert komplexe Wert von  $Z_m + Z_g$  ist. Aus (9)

$$P_L = \frac{U_1^2}{(Z_m + Z_g) (Z_m + Z_g)_K} \left[ (Z_m + Z_g) (Z_m + Z_g)_K - 4 R_1 \right] \tag{10}$$

Nachdem aber:

$$\begin{aligned} & (Z_m + Z_g) + (Z_m + Z_g)_K - 4 R_1 = \\ & 2 \frac{R'_2}{s} X_0^2 + 2 \frac{R'_2}{2-s} X_0^2 \\ & = \frac{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_0 + X_2)^2}{\left(\frac{R'_2}{2-s}\right)^2 + (X_0 + X_2)^2} \\ & = 2 X_0^2 \cdot A \cdot R'_2 \end{aligned}$$

so bekommt man zuletzt für die Luftspaltleistung:

$$P_L = \frac{2 U_1^2 \cdot X_0^2 \cdot R'_2}{(Z_m + Z_g) (Z_m + Z_g)_K} \cdot A. \tag{11}$$

4. Der Läufer-Stromwärmeverlust.

Aus (5)

$$P_{cuII} = \frac{R'_2}{2} (I_{2m}^2 + I_{2g}^2) \tag{5a}$$

Aus Fig. 1:

$$\left. \begin{aligned} I'_{2m} &= I_1 \frac{j X_0}{Z'_{2m} + j X_0} \\ I'_{2g} &= I_1 \frac{j X_0}{Z'_{2g} + j X_0} \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

und

$$P_{cuII} = I_1^2 \frac{R'_2}{2} \left[ \frac{j X_0}{Z'_{2m} + j X_0} \left( \frac{j X_0}{Z'_{2m} + j X_0} \right)_K + \frac{j X_0}{Z'_{2g} + j X_0} \left( \frac{j X_0}{Z'_{2g} + j X_0} \right)_K \right] \tag{13}$$

Den letzten Ausdruck ein wenig umgewandelt und den Wert von  $I_1$  aus (7) eingesetzt, gibt:

$$P_{cuII} = \frac{2 U_1^2 X_0^2 R'_2}{(Z_m + Z_g)(Z_m + Z_g)_K} \cdot \left[ \frac{1}{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_0 + X_2)^2} + \frac{1}{\left(\frac{R'_2}{2-s}\right)^2 + (X_0 + X_2)^2} \right] \tag{14}$$

Aus (11) und (14) erhält man den Ausdruck für die Verhältniszahl

$$s_1 = \frac{P_{cuII}}{P_L} = \frac{1}{\frac{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_0 + X_2)^2}{A} + \frac{1}{\frac{\left(\frac{R'_2}{2-s}\right)^2 + (X_0 + X_2)^2}{A}}}$$

oder in gebräuchlicherer Form:

$$\frac{P_{cuII}}{P_L} = \frac{[s(2-s)]^2 + \left(\frac{R'_2}{X_0 + X_2}\right)^2 [1 + (1-s)^2]}{s(2-s) + \left(\frac{R'_2}{X_0 + X_2}\right)^2} = s_1 \tag{15}$$

Die Gleichung (15) gibt den genauen Zusammenhang zwischen Läuferstromwärmeverlust, Luftspaltleistung und Schlüpfung der Einphasen-Asynchron-Maschine.

5. Wirkungsgrad.

Die Gleichung (15) gibt die Läufer-Kupferverluste gleich für zwei charakteristische Zustände des einphasigen Motors an, und zwar: 1. Der Läufer steht still,  $s=1$ ,  $P_{cuII}=P_L$ , die ganze Luftspaltleistung dient zur Deckung des Läufer-Kupferverlustes. 2. Der Läufer läuft synchron,  $s=0$ ,  $P_{cuII}=2P_L$ . Die Luftspaltleistung deckt die Hälfte der Läufer-Kupferverluste, die andere Hälfte muss in Form mechanischer Leistung durch die Welle zugeführt werden. Es ist gleich zu ersehen, dass die Gl. (2) bzw. (3) und (15) bei kleinen Schlüpfungen von einander wesentlich verschiedene Werte für die Läufer-Kupferverluste ergeben. Um einen besseren Ueberblick über die Verhältnisse zu erhalten, seien in Tabelle I die Werte von  $s$ ,  $s_1$  und  $s(2-s)$  zusammen-

Tabelle I.

s %	s <sub>1</sub> %	s (2-s) %	Abweichung von s <sub>1</sub> %
100	100	100	0
70	91	91	0
40	64	64	0
10	19	19	0
5	9,95	9,75	2
4	8	7,82	2,25
3	6,22	5,9	5,2
2	4,5	3,96	12,2
1	3	1,99	34
0,5	3	1	67
0,3	3,87	0,6	84,5
0,1	97	0,2	99,9
0	200	0	100

mengestellt. In dieser Zusammenstellung wurde der Wert  $\frac{R'_2}{X_0 + X_2}$  zu rd. 1/100 angenommen; dieser Wert ist für mittelgrosse Maschinen als eine gute praktische Zahl anzusehen. In der Tabelle kommt klar zum Ausdruck, dass die Werte von  $s_1$  und  $s(2-s)$  bei den praktisch noch wichtigen, nicht zu kleinen Schlüpfungen voneinander wenig abweichen. Ganz besonders klein werden diese Differenzen bei grossen Maschinen sein, wo der Wert  $\frac{R'_2}{X_0 + X_2}$ , viel kleiner als 1/100 sein kann. Bei kleinen und hochgesättigten Maschinen dagegen, wo  $R'_2$  verhältnismässig gross und  $X_0$  klein ist, macht man schon bei betriebsmässigen Schlüpfungen einen ziemlich grossen Fehler, wenn man mit den Näherungsgleichungen rechnet. Dieser Umstand wird durch die Werte der Tabelle II erläutert. In Tabelle II ist  $\frac{R'_2}{X_0 + X_2} = 1/25$  angenommen; dieser Wert gilt für ganz kleine Maschinen.

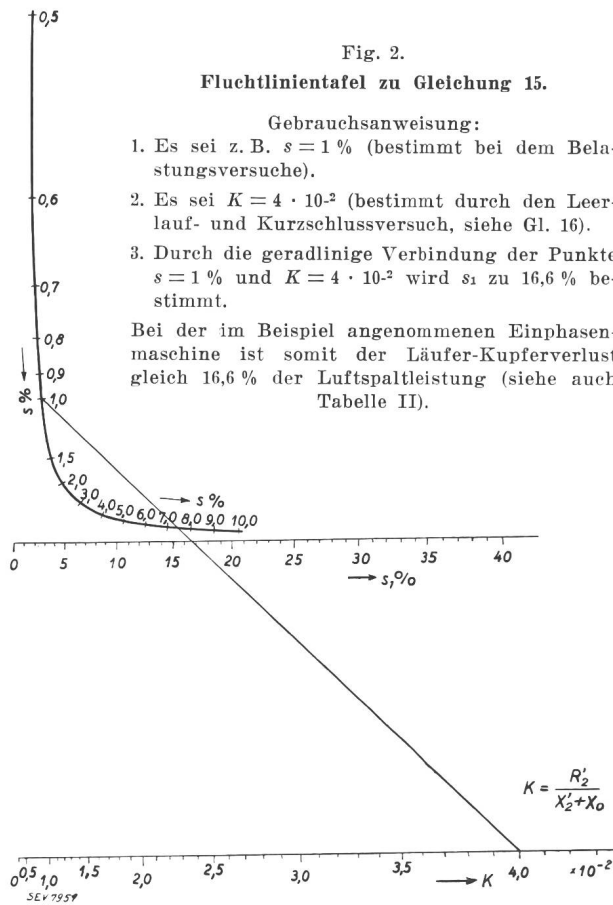
Tabelle II.

s %	s <sub>1</sub> %	s (2-s) %	Abweichung von s <sub>1</sub> %
100	100	100	0
70	91	91	0
40	64,1	64	0,16
10	20,5	19	7,3
7,5	16,4	14,5	11,6
5	12,6	9,75	22,6
4	11,6	7,82	32,5
3	10,9	5,9	46
2	11,5	3,96	66
1	16,6	1,99	88
0,5	28,3	1	97
0	200	0	100

Aus den Tabellen kann man ferner den Schluss ziehen, dass scharf zu unterscheiden ist, ob die Läuferkupferverluste für die Berechnung der Wirkungsgrade benötigt werden, oder aber aus z. B. theoretischen Gründen die Läuferkupferverluste berechnet werden sollen. Im ersten Falle sind bei grösseren Maschinen und nicht allzu kleinen Schlüpfungen die Näherungsgleichungen (2) bzw. (3) gut zu gebrauchen; die Fehler im Wirkungsgrad machen höchstens einige Promille aus. Nach-

dem die Werte von  $s_1$  immer höher sind als die von  $s$  ( $2-s$ ), liegen die Werte des Wirkungsgrades etwas höher als die genau berechneten. Im zweiten Falle und bei kleinen Maschinen sollen die Läuferstromwärmeverluste schon bei betriebsmässigen Schlupfwerten mit dem genauen Werte nach Gl. (15) berechnet werden.

Um das zeitraubende Rechnen mit der Gl. (15) zu vermeiden, wurde die Fluchtlinientafel Fig. 2 erstellt. In dieser können zusammengehörnde Werte von  $s$ ,  $s_1$  und  $K = \frac{R'_2}{X'_2 + X_0}$  im Arbeitsbereich abgelesen werden. Der Wert von  $K$  kann gut annähernd aus dem Leerlauf- und Kurzschlussversuch leicht



bestimmt werden. Namentlich ist bei der Einphasenmaschine

$$X'_2 + X_0 \cong \frac{2 U_1}{I_0}$$

wo  $I_0$  die Leerlaufstromstärke des Motors bedeutet:

da aber die auf die Leerlaufstromstärke bezogene Kurzschlussleistung

$$P_{K0} \cong 2 I_0^2 \cdot R'_2$$

ist, erhält man

$$\frac{R'_2}{X_0 + X'_2} \cong \frac{P_{K0}}{4 U_1 I_0} \tag{16}$$

### 6. Eisenverluste.

Soll der Wirkungsgrad auf Grund des Einzelverlustverfahrens berechnet werden, dann ist darauf zu achten, dass die Eisenverluste richtig bestimmt werden. Wenn man nämlich beim Leerlaufversuch von den Leerlaufverlusten nur die Reibungsverluste und Ständerkupferverluste abzieht, dann gelangt man zu einem scheinbaren Eisenverlust, in welchem die Läuferkupferverluste bei Leerlauf inbegriffen sind. Sollen also die Eisenverluste richtig bestimmt werden, so sind von den bei der Nennspannung gemessenen Leerlaufverlusten ausser den obigen auch noch die Läuferkupferverluste abzuziehen. Die Läuferstromwärmeverluste im Leerlauf ( $s \cong 0$ ) können folgendermassen gut bestimmt werden: Aus Fig. 1 folgt in der Nähe vom Synchronlauf:

$$I_{2m} \cong 0 \quad \text{und} \quad I_{2g} \cong I_0$$

Nach Gleichung (5):

$$P_{cuII0} \cong I_{2g}^2 \frac{R'_2}{2}$$

und, da mit guter Annäherung  $R'_2 = R_1$  gesetzt werden kann, erhält man die Leerlauf-Läuferstromwärmeverluste

$$P_{cuII0} \cong \frac{1}{2} I_0^2 R_1 \tag{17}$$

Wird der Leerlaufkupferverlust im Läufer der einphasigen Asynchronmaschine nach Gl. (17) berechnet, so werden die Eisenverluste an Hand des Leerlaufversuches genau bestimmt, wenn man von dem Leerlaufverlust den Reibungsverlust und den *anderthalbfachen* Ständerkupferverlust (verursacht durch den Leerlaufstrom) abzieht. Soll eine grössere Genauigkeit erreicht werden in Fällen, wo vermutlich  $R'_2 \neq R_1$  ist, sind die Leerlauf-Läuferkupferverluste folgendermassen zu berechnen:

$$P_{cuII0} \cong \frac{1}{2} (P_{K0} - I_0^2 R_1) \tag{18}$$

wo  $P_{K0}$  die auf die Leerlaufstromstärke bezogene Kurzschlussleistung bedeutet.