

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 30 (1939)
Heft: 11

Artikel: Masssysteme der Elektrotechnik : tabellarische Zusammenstellung der elektrischen und magnetischen Grössen, ihrer Definitionsgleichungen in der klassischen und rationalen Schreibweise sowie ihrer Dimensionen und Einheiten in den verschiedenen Masssysteme...

Autor: Dick, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1060825>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 03.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Maßsysteme der Elektrotechnik.

Tabellarische Zusammenstellung der elektrischen und magnetischen Größen, ihrer Definitionsgleichungen in der klassischen und rationalen Schreibweise sowie ihrer Dimensionen und Einheiten in den verschiedenen Maßsystemen der Elektrotechnik.

Von M. Dick, Baden.

Tabellen siehe Seiten 272 bis 275.

621.317.081

Der allgemeine Aufbau der Tabelle wird erläutert. Der Unterschied zwischen klassischer und rationaler Schreibweise der Beziehungsgleichungen erfährt mit den Auswirkungen auf die Maßsysteme und Einheiten eine genaue Betrachtung. Ferner werden die Bedingungen für ein geschlossenes Maßsystem allgemein und in Anwendung auf die verschiedenen Maßsysteme untersucht. Endlich werden die verschiedenen Maßsysteme einzeln in ihrer Entstehungsweise, ihrer Bedeutung und in ihren charakteristischen Eigenschaften gegeneinander abgegrenzt. Die Dimensionen und Einheiten werden abgeleitet.

Das elektrostatische System erstreckt sich nur über die elektrischen Größen. Als grundlegendes geschlossenes System umfasst das CGS-System die elektrischen und magnetischen Größen, besitzt jedoch namentlich unpraktische elektrische Einheiten. Zur Erfassung der praktischen elektrotechnischen Einheiten dienen die weiteren drei Maßsysteme. Das QES-System stellt dabei jenes System dar, das wie das CGS-System die Permeabilität des leeren Raumes als Einheit benützt und die praktischen Einheiten trotz ihrer ursprünglich willkürlichen Grössenwahl durch entsprechende Wahl der Grundeinheiten zu einem geschlossenen System in sich vereinigt. Da die so bedingten Grundeinheiten unpraktische Größen annehmen, werden die abgeleiteten Einheiten ebenfalls praktisch unbrauchbar. Das praktische elektrotechnische System will durch künstliche Anpassung der Permeabilitäts einheit den cm als Grundeinheit der Länge zurückerhalten. Dies stellt jedoch einen Eingriff in die Geschlossenheit des Systems dar, der sich durch falsche Resultate rächen kann, was durch ein praktisches Beispiel belegt wird. Das Giorgi-System vermeidet die Fehler des praktischen Systems, ohne aber die unpraktischen Grundeinheiten des QES-Systems zu besitzen, weil die Permeabilitätseinheit zweckmässig gewählt ist und weil gewisse Beziehungen zwischen den Grundeinheiten erfüllt werden. Durch Einführung der Permeabilität als vierte Grunddimension wird das System im Gegensatz zu den andern unzweideutig festgelegt.

L'auteur explique la structure générale du tableau. Il étudie la différence entre la notation classique et la notation rationnelle des équations de relations et leur influence sur les systèmes de grandeurs et d'unités. Il examine ensuite les conditions que doit remplir un système complet en général et les applique aux différents systèmes connus. Finalement, il délimite entre eux les différents systèmes, leur genèse, leur importance, leurs propriétés caractéristiques et déduit les dimensions et unités.

Le système électrostatique ne comprend que les grandeurs électriques. En tant que système fondamental complet, le système CGS englobe les grandeurs électriques et magnétiques, mais ses unités électriques ne sont pas pratiques. Pour mieux saisir les unités électrotechniques pratiques, on se sert de trois autres systèmes. Le système QES est celui qui, comme le système CGS, utilise la perméabilité dans le vide comme unité et réunit les unités pratiques en un système complet malgré leur choix arbitraire, grâce au choix approprié des unités fondamentales. Les unités fondamentales nécessitées de ce fait prenant des grandeurs peu pratiques, les unités dérivées sont également pratiquement inutilisables. Le système électrotechnique pratique cherche à conserver le cm comme unité fondamentale de longueur par une adaptation artificielle de l'unité de perméabilité. Cependant, cet artifice porte atteinte à l'unité du système, ce qui peut avoir des conséquences graves, comme le montre un exemple pratique. Le système Giorgi évite les défauts du système pratique, sans posséder les unités fondamentales peu pratiques du système QES, en fixant l'unité de perméabilité d'une manière appropriée et en tenant compte de certaines relations entre les unités fondamentales. L'introduction de la perméabilité comme quatrième dimension fondamentale fixe complètement le système, contrairement aux autres systèmes.

Erläuterungen zu den Tabellen.

1. Allgemeiner Aufbau.

Tabelle I enthält die elektrischen und Tabelle II in analogem Aufbau die magnetischen Größen. Am Fusse der Tabelle I sind die mechanischen Größen, soweit ihr Zusammenhang mit den elektrischen Größen von Interesse ist, angefügt. Tabelle II enthält an gleicher Stelle die Anschlussbeziehungen zwischen elektrischen und magnetischen Größen.

In der linken Hälfte enthalten die Tabellen die Zeichen und Benennungen der Größen sowie ihre Definitions- und weiteren daraus abgebildeten Gleichungen, welche teilweise auch zur Definition benützt werden. Die Gleichungen sind parallel nebeneinander für die klassische und die rationale Schreibweise dargestellt. In der rechts liegenden Hälfte der Tabellen sind die Dimensionen und Einheiten der verschiedenen Größen vergleichsweise in verschiedenen üblichen und möglichen Masssystemen einander gegenübergestellt.

Die Reihenfolge der Größen ist im elektrischen und magnetischen Teil so gewählt, dass jeweils die nachfolgenden Größen aus den vorangehenden abgeleitet werden können. Dies gilt sowohl für die

Gleichungen als auch für die Dimensionen und Einheiten.

In dem bis zur 10. Grösse genau übereinstimmenden Aufbau der beiden Tabellen kommt die Symmetrie zwischen den Systemen der elektrischen und der magnetischen Größen anschaulich zum Ausdruck. Zu beachten ist namentlich die wichtige Symmetrie der Gleichungen. Ein Unterschied besteht indessen bei der Grösse 10, indem der magnetische Widerstand R_m sich zur elektrischen Kapazität C reziprok analog verhält. Ausserdem ist R_m durch den Quotienten aus der 5. und 9. Grösse und C dagegen durch den Quotienten aus der 4. und 9. Grösse definiert. Dadurch wird der Symmetriefehler des Faktors 4π in der klassisch geschriebenen Gleichung mit den räumlichen Abmessungen bedingt.

Die elektrischen Größen 11, 12 und 13, die sich auf die fließende Elektrizität beziehen, haben im Magnetismus kein Analogon, da der Magnetismus nicht fließen kann, sondern nur «verschoben» wird.

Bei den Gleichungen ist zu beachten, dass der letzte Ausdruck der ersten Zeile bei den Größen D , E und V im Gegensatz zur Allgemeingültigkeit der

übrigen Ausdrücke die Anwendung auf den theoretisch wichtigen Spezialfall darstellt, wo D , E und V im Abstände r von einer punktförmigen Ladung Q_2 , deren Feld ungestört ist, zu ermitteln ist. (Die Ladung Q_1 wird an die Meßstelle selbst gebracht, um messen zu können.) Analoges gilt für die magnetischen Grössen B und H .

Bei den Maßsystemen sind in der Spalte der Einheiten bei jeder Grösse stets folgende Angaben eingetragen:

1. Zeile: Name der Einheit oder — wenn keine international anerkannte Benennung besteht.
2. Zeile: Grösse der Einheit ausgedrückt in den Grundeinheiten des betreffenden Masssystems.

Die 3. und 4. Zeile (die vierte nur bei den elektrischen Grössen) enthalten Grössenvergleiche mit den Einheiten anderer Maßsysteme, und zwar die 3. Zeile den Vergleich mit den CGS-Einheiten und die 4. Zeile den Vergleich mit elektrostatischen Einheiten. Es bedeutet dabei die Abkürzung «CGS» eine Einheit der betreffenden Grösse im CGS-System. ($\text{CGS}_k = \text{Einheit für die klassische Schreibweise}$ und $\text{CGS}_r = \text{Einheit für die rationale Schreibweise}$). Die Exponenten sind also hier der Einfachheit halber weggelassen. «e. E.» ist die Abkürzung für eine elektrostatische Einheit (nur für klassische Schreibweise enthalten). Um die Tabelle nicht zu überlasten, wurde auf die Aufnahme der Grössenvergleiche mit den weiteren Systemen verzichtet. Diese können jedoch nötigenfalls auf Grund des durchgehenden Vergleiches mit den CGS- und elektrostatischen Einheiten leicht ermittelt werden.

Eine Ausnahme von dieser Angabenregel macht die 2. Grösse in beiden Tabellen, wo es sich nicht um die Angabe einer Einheit, sondern einer universellen Konstanten handelt, deren Grösse in den Einheiten, die in der darüberliegenden Zeile enthalten sind, ausgedrückt wird.

2. Klassische und rationale Schreibweise.

Der Unterschied der rationalen gegenüber der klassischen Schreibweise besteht darin, dass der Faktor 4π in den Nenner des Coulombschen und des entsprechenden magnetischen Gesetzes gesetzt wird, wodurch er aus den Feldgleichungen verschwindet, bzw. nur noch dort auftritt, wo man ihn erwartet, wo er z. B. durch die Einbeziehung einer Kugeloberfläche $4\pi r^2$ automatisch hinzukommt.

Die veränderte Schreibweise, die auf Heaviside (1893) zurückgeht, bedingt eine Umdefinition gewisser Grössen (veränderte Definitionsgleichung) sowie eine Veränderung derer Einheitsgrösse um den Faktor 4π . Die Dimension der Grösse wird dadurch jedoch nicht beeinflusst, da der Aenderungsfaktor 4π eine reine Zahl ist.

Die Symmetrie der Gleichungen für die Elektrizität und den Magnetismus bleibt bei der rationalen Schreibweise erhalten. Sie wird sogar noch verbessert, indem die oben angeführte Ausnahme mit dem Faktor 4π bei der 10. Grösse zufolge der Gleichheit der 4. und 5. Grösse jetzt verschwindet.

Der reziproke Wert von R_m ist in der klassischen Schreibweise dem C genau analog.

Der grosse Vorteil der rationalen gegenüber der klassischen Schreibweise besteht neben der logischeren Unterbringung des Faktors 4π namentlich in der Vermeidung des Verwirrung stiftenden Unterschiedes gewisser Grössen mit gleicher Dimension, aber verschiedener Einheitsgrösse, wie Q und Ψ oder D und D' bei den elektrischen und m und Φ , bzw. B und J bei den magnetischen Grössen.

Die Veränderung, die gewisse Einheitsgrössen infolge der Umstellung des Faktors 4π erleiden, kann bei den elektrischen (oder den magnetischen) Grössen weitgehend vermieden werden, indem die ε -Einheit 4π mal grösser gewählt wird, so dass die Zahl für ε_0 der Dielektrizitätskonstanten des leeren Raumes infolgedessen 4π mal kleiner wird. Wie unter Berücksichtigung dieser Korrektur anhand der Gleichungen leicht einzusehen ist, bleiben dann bei den elektrischen Grössen alle Einheiten für die rationale Schreibweise gleich wie für die klassische Schreibweise mit Ausnahme der Einheiten für Ψ und D , die 4π mal vergrössert werden.

Zufolge der Bedingung $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = \frac{1}{c}$, die für ein geschlossenes Maßsystem existiert (siehe weiter unten), kann nach der Wahl der ε -Einheit die μ -Einheit nicht mehr frei gewählt werden. Damit ist es unmöglich, auch bei den magnetischen Grössen gleichzeitig zu erreichen, dass die Einheiten dort ebenfalls keine Aenderung erleiden. Statt die μ -Einheit 4π mal zu vergrössern, muss diese 4π mal verkleinert werden. Die Zahl für μ_0 der Permeabilitätskonstanten des leeren Raumes wird dadurch 4π mal grösser. Dies hat nun zur Folge, dass alle Einheiten, deren analoge elektrische Einheiten konstant geblieben sind, eine 4π fache Aenderung erleiden, während umgekehrt die Einheiten von Φ und B konstant bleiben, deren elektrisches Analogon geändert hat.

Im Prinzip lassen sich beide Schreibweisen auf jedes Maßsystem anwenden. Um die Tabelle nicht zu überlasten, wurden die Einheiten nur beim CGS- und beim Giorgi-System für beide Schreibweisen eingetragen. Da die Einheiten des elektrostatischen und des CGS-Systems schon vor der Einführung der rationalen Schreibweise festgesetzt wurden, gelten sie für die klassische Schreibweise. Die praktischen elektrotechnischen Einheiten dagegen genügen der rationalen Schreibweise. Wenn nichts anderes gesagt wird, so sind unter den CGS-Einheiten schlechtweg stets diejenigen für die klassische Schreibweise zu verstehen. In der Tabelle sind beim CGS-System als dem für die Theorie bisher wichtigsten Maßsystem zur Vervollständigung auch die normalerweise nicht gebräuchlichen Einheiten für die rationale Schreibweise hinzugefügt. Im Giorgi-System sind ebenfalls die Einheiten für beide Schreibweisen eingetragen, da diese von Giorgi selbst so angegeben werden und eine international gültige Festlegung auf die eine oder andere Schreibweise noch nicht erfolgt ist. Dabei sollen aber nach Giorgi die Einheiten des rationalen Systems wegen

Elektrische

Numerierung	Zeichen	Bezeichnung	Definitionsgleichungen und wichtige daraus abgeleitete Gleichungen, welche ebenfalls zur Definiton benützt werden können		Elektrostatisches (Gaußsches) Maßsystem	
			klassische Schreibweise	rationale Schreibweise	Dimension	Einheit klassisch
		Grunddimensionen und deren Grössen			$\frac{L}{M T}$	$\frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ g}} \cdot \frac{1}{1 \text{ s}}$
1 e	ϵ	absolute Dielektrizitätskonstante	$\epsilon = \hat{\epsilon} \epsilon_0$	$\epsilon = \hat{\epsilon} \epsilon_0$	reine Zahl	1
2 e	ϵ_0	Dielektrizitätskonstante des leeren Raumes (Verschiebungskonstante)			reine Zahl	$\epsilon_0 = 1$
3 e	$\hat{\epsilon}$	relative Dielektrizitätskonstante			reine Zahl	1
4 e	Q	Elektrizitätsmenge	$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2 \epsilon}$	$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \pi r^2 \epsilon}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$
5 e	ψ	Verschiebungsfluss (nicht gebräuchlich)	$\psi = 4 \pi Q$	$\psi = Q$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$
6 e	D	dielektrische Verschiebung	$D = \frac{\psi}{A} = \frac{4 \pi Q}{A} = \frac{Q_2}{r^2}$	$D = \frac{\psi}{A} = \frac{Q}{A} = \frac{Q_2}{4 \pi r^2}$ Direkte Definition von D	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$
7 e	D'	nicht gebräuchlich in Analogie zu 7 m	$D' = \frac{Q}{A} = \frac{D}{4 \pi}$	$D' = \frac{Q}{A} = D$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$
8 e	E	elektrische Feldstärke	$E_1 = \frac{F}{Q_1} = \frac{Q_2}{r^2 \epsilon}$ $E = \frac{D}{\epsilon}$	$E_1 = \frac{F}{Q_1} = \frac{Q_2}{4 \pi r^2 \epsilon}$ $E = \frac{D}{\epsilon}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$
9 e	V U	elektr. Potential Spannung	$V_1 = \frac{W_{\infty-1}}{Q_1} = \frac{F r}{Q_1} = \frac{Q_2}{r \epsilon}$ $U = V_a - V_b = \frac{W_{a-b}}{Q} = \frac{f(F ds)}{Q}$ $U = \int f(E ds)$	$V_1 = \frac{W_{\infty-1}}{Q_1} = \frac{F r}{Q_1} = \frac{Q_2}{4 \pi r \epsilon}$ $U = V_a - V_b = \frac{W_{a-b}}{Q} = \frac{f(F ds)}{Q}$ $U = \int f(Eds)$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$
10 e	C	Kapazität	$C = \frac{Q}{U} = r \cdot \epsilon$ (Kugel) $C = \frac{1}{4 \pi} \int \frac{ds}{\epsilon A}$	$C = \frac{Q}{U} = 4 \pi r \epsilon$ $C = \int \frac{ds}{\epsilon A}$	L	1 cm
11 e	I	Strom	$I = \frac{Q}{t}$	$I = \frac{Q}{t}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	$1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-2}$
12 e	R	Widerstand	$R = \frac{U}{I} = \int \rho \frac{dl}{q}$	$R = \frac{U}{I} = \int \rho \frac{dl}{q}$	$L^{-1} T$	$1 \text{ cm}^{-1} \text{ s}$
13 e	L	Induktivität	$L = \frac{U}{\frac{dI}{dt}} = \frac{N \Phi}{I} = \frac{4 \pi N^2}{\oint ds} \mu A$ mit 3 em	$L = \frac{U}{\frac{dI}{dt}} = \frac{N \Phi}{I} = \frac{N^2}{\oint ds} \mu A$ mit 3 em	$L^{-1} T^2$	$1 \text{ cm}^{-1} \text{ s}^2$

Mechanische

1 Me	F	Kraft	$F = m a = m \frac{d^2 s}{dt^2}$	$F = m a = m \frac{d^2 s}{dt^2}$	$L M T^{-2}$	Dyn 1 cm g s^{-2}
2 Me	W	Arbeit	$W = F s = U \cdot Q$ folgt aus Def. von U	$W = F s = U \cdot Q$ folgt aus Def. von U	$L^2 M T^{-2}$	Erg $1 \text{ cm}^2 \text{ g s}^{-2}$
3 Me	P	Leistung	$P = \frac{W}{t} = U \cdot I$ folgt aus Def. v. U u. I	$P = \frac{W}{t} = U \cdot I$ folgt aus Def. v. U u. I	$L^2 M T^{-3}$	Erg/s $1 \text{ cm}^2 \text{ g s}^{-3}$

Größen

Tabelle I.

Maßsysteme									
elektromagnetisches oder CGS-System		QES-System (Quadrant-, „Elftels“-Gramm-Sekunde-System) (Maxwell)		praktisches elektrotechnisches Maßsystem		MKS- oder Giorgi-System			
Dimension	Einheit		Dimension	Einheit rational	Dimension	Einheit rational	Dimension	Einheit	
	klassisch	rational						klassisch	rational
$\frac{L}{M T}$	C = 1 cm G = 1 g S = 1 s		$\frac{L}{M T}$	Q = 10 ⁹ cm E = 10 ⁻¹¹ g S = 1 s	$\frac{L}{M T}$	10 ⁹ cm u. 1 cm 10 ⁻¹¹ g 1 s	$\frac{L}{M T}$	M = 1 m = 100 cm K = 1 kg = 1000 g S = 1 s P _k = 10 ⁷ μ ₀ P _r = 1/4π 10 ⁷ μ ₀	
$L^{-2} T^2$	$\frac{1}{4\pi} C^2 S_k^2$ 9 · 10 ²⁰ e E	$\frac{1}{4\pi} C^2 S_r^2$ 4π CGS _k 4π · 9 · 10 ²⁰ e E	$L^{-2} T^2$	Farad/Q 1 Q ⁻² S ² 4π · 10 ⁻¹⁸ CGS _k 4π · 9 · 10 ²⁰ e E	$L^{-2} T^2$	Farad/cm 10 ⁻⁹ cm ⁻² s ² 4π 10 ⁻⁹ CGS _k 4π · 9 · 10 ¹¹ e E	$L^{-2} T^2 \mu^{-1}$	$\frac{1}{9} M^{-2} S^2 P_k^{-1}$ 10 ⁻¹¹ CGS _k 9 · 10 ⁹ e E	Farad/m 1 M ⁻² S ² P _r ⁻¹ 1 π · 10 ⁻¹¹ CGS _k 4π · 9 · 10 ⁹ e E
$L^{-2} T^2$	$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ 1/9 10 ⁻²⁰ C ⁻² S _r ²	$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2}$ 1/36π 10 ⁻²⁰ C ⁻² S _r ²	$L^{-2} T^2$	$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2}$ 1/36π 10 ⁻² F/Q 1/36π 10 ⁻² Q ⁻² S _r ²	$L^{-2} T^2$	$\epsilon_0 = \frac{10^9}{4\pi c^2} \frac{F/cm}{cm}$ 1/36π 10 ⁻¹¹ F/cm 1/36π 10 ⁻² cm ⁻² S _r ²	$L^{-2} T^2 \mu^{-1}$	$\epsilon_0 = \frac{10^7}{c^2}$ 1/9 10 ⁻⁹ M ⁻² S _k ² P _k ⁻¹	$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}$ 1/36π 10 ⁻⁹ F/m 1/36π 10 ⁻⁹ M ⁻² S _r ² P _r ⁻¹
reine Zahl	1		reine Zahl	1		reine Zahl	1		
$L^{1/2} M^{1/2}$	1 C ^{1/2} G ^{1/2} 3 · 10 ¹⁰ e E		$L^{1/2} M^{1/2}$	Coulomb 1 Q ^{1/2} E ^{1/2} 10 ⁻¹ CGS 3 · 10 ⁹ e E	$L^{1/2} M^{1/2}$	Coulomb 10 ⁻¹ cm ^{1/2} g ^{1/2} 10 ⁻¹ CGS 3 · 10 ⁹ e E	$L^{1/2} M^{1/2} \mu^{-1/2}$	Coulomb 1 M ^{1/2} K ^{1/2} P _k ^{-1/2} 10 ⁻¹ CGS 3 · 10 ⁹ e E	
$L^{1/2} M^{1/2}$	$\frac{1}{4\pi} C^{1/2} G_k^{1/2}$ 3 · 10 ¹⁰ e E	$\frac{1}{4\pi} C^{1/2} G_r^{1/2}$ 4π CGS _k 4π · 3 · 10 ¹⁰ e E	$L^{1/2} M^{1/2}$	Coulomb 1 Q ^{1/2} E ^{1/2} 4π 10 ⁻¹ CGS _k 4π · 3 · 10 ⁹ e E	$L^{1/2} M^{1/2}$	Coulomb 10 ⁻¹ cm ^{1/2} g ^{1/2} 4π 10 ⁻¹ CGS 4π · 3 · 10 ⁹ e E	$L^{1/2} M^{1/2} \mu^{-1/2}$	$\frac{1}{3} M^{1/2} K^{1/2} P_k^{-1/2}$ 10 ⁻¹ CGS _k 3 · 10 ⁹ e E	Coulomb 4π 10 ⁻¹ CGS _k 4π · 3 · 10 ⁹ e E
$L^{-3/2} M^{1/2}$	$\frac{1}{4\pi} C^{-3/2} G_k^{1/2}$ 3 · 10 ¹⁰ e E	$\frac{1}{4\pi} C^{-3/2} G_r^{1/2}$ 4π CGS _k 4π · 3 · 10 ¹⁰ e E	$L^{-3/2} M^{1/2}$	Coulomb/Q ² 1 Q ^{-3/2} E ^{1/2} 4π 10 ⁻¹⁹ CGS _k 4π · 3 · 10 ⁻⁹ e E	$L^{-3/2} M^{1/2}$	Coulomb/cm ² 10 ⁻¹ cm ^{-3/2} g ^{1/2} 4π 10 ⁻¹ CGS _k 4π · 3 · 10 ⁹ e E	$L^{-3/2} M^{1/2} \mu^{-1/2}$	$\frac{1}{3} M^{-3/2} K^{1/2} P_k^{-1/2}$ 10 ⁻⁵ CGS _k 3 · 10 ⁵ e E	Coulomb/m ² 4π 10 ⁻⁵ CGS _k 4π · 3 · 10 ⁵ e E
$L^{-3/2} M^{1/2}$	1 C ^{-3/2} G ^{1/2} 3 · 10 ¹⁰ e E		$L^{-3/2} M^{1/2}$	Coulomb/Q ² 1 Q ^{-3/2} E ^{1/2} 10 ⁻¹⁹ CGS 3 · 10 ⁻⁹ e E	$L^{-3/2} M^{1/2}$	Coulomb/cm ² 10 ⁻¹ cm ^{-3/2} g ^{1/2} 10 ⁻¹ CGS 3 · 10 ⁹ e E	$L^{-3/2} M^{1/2} \mu^{-1/2}$	Coulomb/m ² 1 M ^{3/2} K ^{1/2} P _k ^{1/2} 10 ⁻⁵ CGS 3 · 10 ⁵ e E	
$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}$	1 C ^{1/2} G ^{1/2} S ⁻² 1/3 10 ⁻¹⁰ e E		$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}$	Volt/Q 1 Q ^{1/2} E ^{1/2} S ⁻² 10 ⁻¹ CGS 1/3 10 ⁻¹¹ e E	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}$	Volt/cm 10 ⁸ cm ^{1/2} g ^{1/2} s ⁻² 10 ⁸ CGS 1/3 10 ⁻² e E	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \mu^{1/2}$	Volt/m 1 M ^{1/2} K ^{1/2} S ⁻² P _k ^{1/2} 10 ⁶ CGS 1/3 10 ⁻⁴ e E	
$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	1 C ^{3/2} G ^{1/2} S ⁻² 1/3 10 ⁻¹⁰ e E		$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	Volt 1 Q ^{3/2} E ^{1/2} S ⁻² 10 ⁸ CGS 1/3 10 ⁻² e E	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	Volt 10 ⁸ cm ^{3/2} g ^{1/2} s ⁻² 10 ⁸ CGS 1/3 10 ⁻² e E	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \mu^{1/2}$	Volt 1 M ^{3/2} K ^{1/2} S ⁻² P _k ^{1/2} 10 ⁸ CGS 1/3 10 ⁻² e E	
$L^{-1} T^2$	1 C ⁻¹ S ² 9 · 10 ²⁰ e E		$L^{-1} T^2$	Farad 1 Q ⁻¹ S ² 10 ⁻⁹ CGS 9 · 10 ¹¹ e E	$L^{-1} T^2$	Farad 10 ⁻⁹ cm ⁻¹ s ² 10 ⁻⁹ CGS 9 · 10 ¹¹ e E	$L^{-1} T^2 \mu^{-1}$	Farad 1 M ⁻¹ S ² P _k ⁻¹ 10 ⁻⁹ CGS 9 · 10 ¹¹ e E	
$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	1 C ^{1/2} G ^{1/2} S ⁻¹ 3 · 10 ¹⁰ e E		$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Ampère 1 Q ^{1/2} E ^{1/2} S ⁻¹ 10 ⁻¹ CGS 3 · 10 ⁹ e E	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Ampère 10 ⁻¹ cm ^{1/2} g ^{1/2} s ⁻¹ 10 ⁻¹ CGS 3 · 10 ⁹ e E	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$	Ampère 1 M ^{1/2} K ^{1/2} T ⁻¹ P _k ^{-1/2} 10 ⁻¹ CGS 3 · 10 ⁹ e E	
$L T^{-1}$	1 CS ⁻¹ 1/9 10 ⁻²⁰ e E		$L T^{-1}$	Ohm 1 Q S ⁻¹ 10 ⁹ CGS 1/9 10 ⁻¹¹ e E	$L T^{-1}$	Ohm 10 ⁹ cm s ⁻¹ 10 ⁹ CGS 1/9 10 ⁻¹¹ e E	$L T^{-1} \mu$	Ohm 1 MS ⁻¹ P 10 ⁹ CGS 1/9 10 ⁻¹¹ e E	
L	1 C 1/9 10 ⁻²⁰ e E		L	Henry 1 Q 10 ⁹ CGS 1/9 10 ⁻¹¹ e E	L	Henry 10 ⁹ cm 10 ⁹ CGS 1/9 10 ⁻¹¹ e E	$L \mu$	Henry 1 MP 10 ⁹ CGS 1/9 10 ⁻¹¹ e E	

Größen

$L M T^{-2}$	Dyn 1 cm g s ⁻²	$L M T^{-2}$	Joule Q 1 QES ⁻² 10 ⁻² Dyn	$L M T^{-2}$	Joule/cm 10 ⁷ cm g s ⁻² 10 ⁷ Dyn	$L M T^{-2}$	Joule/m 1 M K S ⁻² 10 ⁵ Dyn
$L^2 M T^{-2}$	Erg 1 cm ² g s ⁻²	$L^2 M T^{-2}$	Joule 1 Q ² E S ⁻² 10 ⁷ Erg	$L^2 M T^{-2}$	Joule 10 ⁷ cm ² g s ⁻² 10 ⁷ Erg	$L^2 M T^{-2}$	Joule 1 M ² K S ⁻² 10 ⁷ Erg
$L^2 M T^{-3}$	Erg/s 1 cm ² g s ⁻³	$L^2 M T^{-3}$	Watt 1 Q ² E S ⁻³ 10 ⁷ Erg/s	$L^2 M T^{-3}$	Watt 10 ⁷ cm ² g s ⁻³ 10 ⁷ Erg/s	$L^2 M T^{-3}$	Watt 1 M ² K S ⁻³ 10 ⁷ Erg/s

Magnetische

Numerierung	Zeichen	Benennung	Definitionsgleichungen und wichtige daraus abgeleitete Gleichungen, welche ebenfalls zur Definition benützt werden können		magnetostatisches (Gaußsches) und elektromagnetisches CGS-System		
			klassische Schreibweise	rationale Schreibweise	Dimension	Einheit	
						klassisch	rational
Grunddimensionen und deren Grössen					L M T	$C = 1 \text{ cm}$ $G = 1 \text{ g}$ $S = 1 \text{ s}$	
1 m	μ	absolute Permeabilität	$\mu = \hat{\mu} \mu_0$	$\mu = \hat{\mu} \mu_0$	reine Zahl	$\frac{1}{4\pi} \text{ CGS}_r$	$\frac{1}{1/4\pi} \text{ CGS}_k$
2 m	μ_0	Permeabilität des leeren Raumes (Induktionskonst.)			reine Zahl	$\mu_0 = \frac{1}{1}$	$\mu_0 = \frac{4\pi}{4\pi}$
3 m	$\hat{\mu}$ κ	relative Permeabilität Suszeptibilität	$\hat{\mu} = 1 + 4\pi \kappa$		reine Zahl	1	
4 m	m	magnetische Menge, Polstärke	$F = \frac{m_1 m_2}{r^2 \mu}$	$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi r^2 \mu}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ C}^{3/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_k^{-1}$ $\frac{1}{4\pi} \text{ CGS}_r$	Maxwell $1 \text{ C}^{3/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_r^{-1}$ $\frac{1}{1/4\pi} \text{ CGS}_k$
5 m	Φ	Induktionsfluss	$\Phi = 4\pi m \left(F = \frac{\Phi_1 \Phi_2}{4^2 \pi^2 r^2 \mu} \right)$	$\Phi = m \left(F = \frac{\Phi_1 \Phi_2}{4\pi r^2 \mu} \right)$ dir. Definit. von Φ	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	Maxwell $1 \text{ C}^{3/2} \text{ M}^{1/2} \text{ T}^{-1}$	
6 m	B	Induktion	$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{4\pi m}{A} = \frac{m_2}{r^2}$ $B = \frac{U}{l \cdot v}$ aus 2 em	$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{m}{A} = \frac{m_2}{4\pi r^2}$ $B = \frac{U}{l \cdot v}$ aus 2 em	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Gauss $1 \text{ C}^{-1/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}^{-1}$	
7 m	J	Magnetisierung	$J = \frac{m}{A} = \frac{B}{4\pi}$	$J = \frac{m}{A} = B$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$1 \text{ C}^{-1/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_k^{-1}$ $\frac{1}{4\pi} \text{ CGS}_r$	Gauss $1 \text{ C}^{-1/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_r^{-1}$ $\frac{1}{1/4\pi} \text{ CGS}_k$
8 m	H	magnetische Feldstärke	$H_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{m_2}{r^2 \mu}$ $H = \frac{B}{\mu} = \frac{4\pi N I}{l}$ aus 1 em	$H_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{m_2}{4\pi r^2 \mu}$ $H = \frac{B}{\mu} = \frac{N I}{l}$ aus 1 em	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Oersted $1 \text{ C}^{-1/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_k^{-1}$ $\frac{1}{1/4\pi} \text{ CGS}_r$	$1 \text{ C}^{-1/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_r^{-1}$ $\frac{1}{4\pi} \text{ CGS}_k$
9 m	M	magnetische Spannung	$M = \frac{W_{a-c}}{m} = \frac{f(F ds)}{m}$ $M = f(H ds) = 4\pi N I$ aus 1 em	$M = \frac{W_{a-c}}{m} = \frac{f(F ds)}{m}$ $M = f(H ds) = N I$ aus 1 em	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Gilbert $1 \text{ C}^{1/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_k^{-1}$ $\frac{1}{1/4\pi} \text{ CGS}_r$	$1 \text{ C}^{1/2} \text{ G}^{1/2} \text{ S}_r^{-1}$ $\frac{1}{4\pi} \text{ CGS}_k$
10 m	R_m	magnetischer Widerstand Reluktanz	$R_m = \frac{M}{\Phi} = \frac{M}{4\pi m}$ $R_m = \int \frac{ds}{\mu A}$	$R_m = \frac{M}{\Phi} = \frac{M}{m}$ $R_m = \int \frac{ds}{\mu A}$	L^{-1}	Gilbert/Maxwell 1 C_k^{-1} $\frac{1}{1/4\pi} \text{ CGS}_r$	1 C_r^{-1} $\frac{1}{4\pi} \text{ CGS}_k$
1 em	I	Strom	$F = B I l$ $N I = \oint (H ds) = \frac{M_0}{4\pi}$	$F = B I l$ $N I = \oint (H ds) = M_0$	Gaußsche Formeln $F = \frac{B I l}{c}$ $N I = \frac{c}{4\pi} \oint (H ds)$		
2 em	U	Spannung	$U = B l v = \frac{d\Phi}{dt}$	$U = B l v = \frac{d\Phi}{dt}$	$U = \frac{B l v}{c}$		

Erklärung ver-

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------------|
| A Fläche | F Kraft | M magnetische Spannung |
| a Beschleunigung | g Gramm | M Masse |
| B Induktion | H magnetische Feldstärke | m magnetische Menge, Polstärke |
| C Kapazität | H Henry | m Masse |
| C Coulomb | I Stromstärke | m Meter |
| c Lichtgeschwindigkeit | J Magnetisierung | N Windungszahl |
| D dielektrische Verschiebung | L Induktivität | P Leistung |
| E elektrische Feldstärke | L, l Länge | Q Elektrizitätsmenge |

Größen

Tabelle II.

Maßsysteme						
Q E S-System (Maxwell)		Praktisches elektrotechnisches Maßsystem		M K S oder Giorgi-System		
Dimension	Einheit rational	Dimension	Einheit rational	Dimension	Einheit	
					klassisch	rational
$\frac{L}{M T}$	$\begin{matrix} Q = 10^9 \text{ cm} \\ E = 10^{-11} \text{ g} \\ S = 1 \text{ s} \end{matrix}$	$\frac{L}{M T}$	$\begin{matrix} 10^9 \text{ cm u. } 1 \text{ cm} \\ 10^{-11} \text{ g} \\ 1 \text{ s} \end{matrix}$	$\frac{L}{M T}$	$\begin{matrix} M = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \\ K = 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} \\ S = 1 \text{ s} \\ P_k = 10^7 \mu_0 \\ P_r = 1/4\pi \cdot 10^7 \mu_0 \end{matrix}$	
reine Zahl	$\frac{\text{Henry}/Q}{1/4\pi \text{ CGS}_k}$	reine Zahl	$\frac{\text{Henry}/\text{cm}}{1/4\pi \cdot 10^9 \text{ CGS}_k}$	μ	$\frac{1}{10^7 \text{ CGS}_k} P_k$	$\frac{\text{Henry}/\text{m}}{1/4\pi \cdot 10^7 \text{ CGS}_k} P_r$
reine Zahl	$\mu_0 = \frac{4\pi \text{ H}/Q}{4\pi}$	reine Zahl	$\mu_0 = \frac{4\pi \cdot 10^{-9} \text{ H}/\text{cm}}{4\pi}$	μ	$\frac{\mu_0}{10^{-7} P_k}$	$\frac{\mu_0}{4\pi \cdot 10^{-7} P_r}$
reine Zahl	1	reine Zahl	1	reine Zahl	1	
$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}}{1 Q^{3/2} E^{1/2} S^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^8 \text{ CGS}_k}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}}{10^8 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^8 \text{ CGS}_k}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$\frac{1 M^{3/2} K^{1/2} S^{-1} P_k^{1/2}}{10^8 \text{ CGS}_k}$	$\frac{\text{Weber}}{1 M^{3/2} K^{1/2} S^{-1} P_r^{1/2}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^8 \text{ CGS}_k}$
$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}}{1 Q^{3/2} E^{1/2} S^{-1}} \cdot 10^8 \text{ CGS}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}}{10^8 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} \cdot 10^8 \text{ CGS}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$\frac{\text{Weber}}{1 M^{3/2} K^{1/2} S^{-1} P^{1/2}} \cdot 10^8 \text{ CGS}$	
$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}/Q^2}{1 Q^{-1/2} E^{1/2} S^{-1}} \cdot 10^{-10} \text{ CGS}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}/\text{cm}^2}{10^8 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} \cdot 10^8 \text{ CGS}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$\frac{\text{Weber}/\text{m}^2}{1 M^{-1/2} K^{1/2} S^{-1} P^{1/2}} \cdot 10^4 \text{ CGS}$	
$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}/Q^2}{1 Q^{-1/2} E^{1/2} S^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-10} \text{ CGS}_k}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Weber}/\text{cm}^2}{10^8 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^8 \text{ CGS}_k}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$\frac{1 M^{-1/2} K^{1/2} S^{-1} P_k^{1/2}}{10^4 \text{ CGS}_k}$	$\frac{\text{Weber}/\text{m}^2}{1 M^{-1/2} K^{1/2} S^{-1} P_r^{1/2}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^4 \text{ CGS}_k}$
$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Amperewind}/Q}{1 Q^{-1/2} E^{1/2} S^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-10} \text{ CGS}_k}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$\frac{\text{Amperewindg.}/\text{cm}}{10^{-1} \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-1} \text{ CGS}_k}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$	$\frac{1 M^{-1/2} K^{1/2} S^{-1} P_k^{-1/2}}{10^{-3} \text{ CGS}_k}$	$\frac{\text{Amperewind.}/\text{m}}{1 M^{-1/2} K^{1/2} S^{-1} P_r^{-1/2}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-3} \text{ CGS}_k}$
$L^1 M^1 T^{-1}$	$\frac{\text{Amperewindungen}}{1 Q^1 E^1 S^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-1} \text{ CGS}_k}$	$L^1 M^1 T^{-1}$	$\frac{\text{Amperewindungen}}{10^{-1} \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-1} \text{ CGS}_k}$	$L^1 M^1 T^{-1} \mu^{-1/2}$	$\frac{1 M^{1/2} K^{1/2} S^{-1} P_k^{-1/2}}{10^{-1} \text{ CGS}_k}$	$\frac{\text{Amperewindungen}}{1 M^{1/2} K^{1/2} S^{-1} P_r^{-1/2}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-1} \text{ CGS}_k}$
L^{-1}	$\frac{\text{Amperewdg.}/\text{Weber}}{1 Q^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-9} \text{ CGS}_k}$	L^{-1}	$\frac{\text{Amperewdg.}/\text{Weber}}{10^{-9} \text{ cm}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-9} \text{ CGS}_k}$	$L^{-1} \mu^{-1}$	$\frac{1 M^{-1} P_k^{-1}}{10^{-9} \text{ CGS}_k}$	$\frac{\text{Amperewdg.}/\text{Weber}}{1 M^{-1} P_r^{-1}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-9} \text{ CGS}_k}$

Dimensionen und Einheiten siehe unter elektrische Größen

wendeter Symbole.

- q Querschnitt
- R Widerstand (elektrisch)
- R_m magnetischer Widerstand
- r Radius
- s Weg
- s Sekunde
- T, t Zeit
- U Spannung

- V Potential
- v Geschwindigkeit
- W Arbeit
- ϵ absolute Dielektrizitätskonstante
- ϵ_0 Dielektrizitätskonstante des leeren Raumes
- ϵ relative Dielektrizitätskonstante
- κ Suszeptibilität

- μ absolute Permeabilität
- μ_0 Permeabilität des leeren Raumes
- μ^r relative Permeabilität
- e spezifischer Widerstand
- Φ Induktionsfluss
- ψ Verschiebungsfluss (elektrisch)

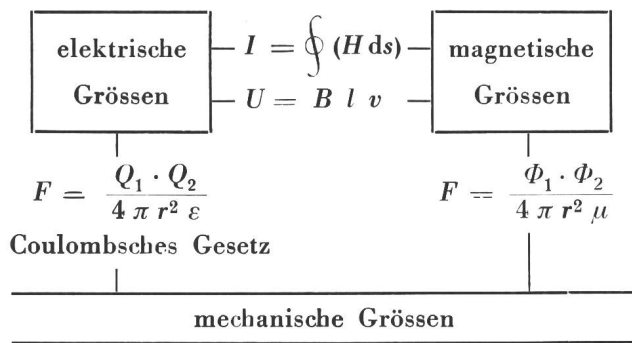
der Vorteile dieses Systems und nicht zuletzt auch deswegen, weil die Einheiten hier alle schon Namen besitzen, vorgezogen werden. (Die klassischen Einheiten werden von Giorgi als unrational bezeichnet.)

In der Tabelle sind die voneinander abweichenden Einheiten der klassischen und rationalen Schreibweise durch Anfügen der Indices k und r gekennzeichnet. Wenn beide Einheiten miteinander übereinstimmen, ist der Index weggelassen. Das gegenseitige Verhältnis der klassischen und rationalen Einheiten ist in der Spalte des CGS-Systems, wo die diesbezüglichen Eintragungen vollständig sind, in beiden Richtungen direkt ablesbar.

Bei den andern Systemen ist nur noch der Grössenvergleich mit den klassischen CGS-Einheiten als den einzig wichtigen aufgenommen. Der Vergleich mit den rationalen CGS-Einheiten kann nötigenfalls auf Grund der gegenseitigen Beziehung bei den CGS-Einheiten leicht ermittelt werden.

3. Geschlossenheit eines Maßsystems.

Die elektrischen, magnetischen und mechanischen Grössen stehen gemäss folgendem Schema in gegenseitiger Verbindung.



Die einzige Brücke zwischen den elektrischen und mechanischen Grössen ist durch das Coulombsche Gesetz gegeben. In der Definitionsgleichung von E und U sind zwar wohl auch mechanische Grössen enthalten. Diese bestimmen jedoch nur das Verhältnis zwischen verschiedenen elektrischen Grössen, nicht aber das allgemeine «Niveau» der elektrischen Grössen, das einzig durch das Coulombsche Gesetz festgelegt wird. Analoges gilt für den Zusammenhang zwischen den magnetischen und mechanischen Grössen.

Nun sind jedoch die elektrischen und mechanischen Grössen voneinander nicht unabhängig, sondern stehen, ausgehend von der Definitionsgleichung $F = B \cdot I \cdot l$ in gegenseitigem Zusammenhang. In dieser Gleichung ist neben der elektrischen Grösse I und der magnetischen Grösse B auch noch die mechanische Grösse F enthalten, welche zur Bildung des reinen Zusammenhanges zwischen elektrischen und magnetischen Grössen unerwünscht ist und eliminiert werden muss.

Im Gegensatz zu allen andern Ableitungen, die zufolge ihrer Einfachheit in die Tabelle direkt aufgenommen werden konnten, begegnet hier die Ueberführung etwas grösseren Schwierigkeiten, so

dass sie im folgenden gesondert betrachtet werden soll. Dabei soll zur Ermittlung der Beziehung zwischen I und H eine neue Methode angewendet werden, die das Resultat mit einfacherer Zwischenrechnung zu erreichen gestattet als die sonst an dieser Stelle übliche (siehe z. B. Kohlrausch «Lehrbuch der praktischen Physik», frühere Auflagen).

In der Gleichung $F = B \cdot I \cdot l$ bedeutet F die Kraft, die an einem geraden Draht von der Länge l angreift, welcher sich in einem Magnetfeld von der Induktion B befindet und vom Strome I durchflossen wird. Das Magnetfeld soll nun durch einen linienförmigen Pol mit dem Induktionsfluss Φ_l pro Längeneinheit der im Abstände r dem Draht parallel läuft, erzeugt werden. Dieser nur theoretisch existierende Pol stellt den Grenzfall einer sehr grossen Zahl von punktförmigen Polen dar, die auf einer Linie aneinander gereiht sind. Diese theoretische Fiktion ist ebenso berechtigt und richtig wie die Fiktion des punktförmigen Magnetpols selbst. Damit das Magnetfeld am Leitungsdraht konstant bleibt, muss nun sowohl dieser als auch der linienförmige Pol unendlich lang sein. Von diesem System wird jedoch nur ein Ausschnitt von der Länge l betrachtet. Die Induktion B am Leitungsdraht errechnet sich nun folgendermassen

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi_l \cdot l}{2 \pi r \cdot l} = \frac{\Phi_l}{2 \pi r}$$

Als Fläche A , an deren Oberfläche der Fluss $\Phi_l \cdot l$ überall die konstante Induktion B erzeugt, kommt nur der Zylinder von der Länge l mit dem Radius r und dem Pol als Achse in Frage, da sich der Fluss überall gleichmässig radial nach aussen ausbreitet. Als Reaktion zur Kraft

$$F = B \cdot I \cdot l = \frac{\Phi_l}{2 \pi r} I \cdot l,$$

die am Leitungsdraht angreift, entsteht am Magnetpol eine gleich grosse entgegengesetzt gerichtete Kraft. Diese kann nun umgekehrt aus dem durch den Leitungsstrom am Magnetpol erzeugten Magnetfeld mit Hilfe der Gleichung $F = H \cdot m$ ermittelt werden. H ist die konstante, durch den Strom am Magnetpol erzeugte Feldstärke, und m die Polstärke des Stückes von der betrachteten Länge l , an dem die Kraft F entsteht.

m wird zu:

klassisch gerechnet rational gerechnet

$$m = \frac{\Phi_l \cdot l}{4 \pi} \qquad m = \Phi_l l$$

$$\text{dann ist } F = H \cdot \frac{\Phi_l \cdot l}{4 \pi} \qquad F = H \cdot \Phi_l l$$

Die Gleichsetzung mit $F = \frac{\Phi_l}{2 \pi r} I \cdot l$ ergibt nun

klassisch	rational
$I = \frac{H \cdot 2 \pi r}{4 \pi}$	$I = H \cdot 2 \pi r$

Da zufolge der zylindrischen Konfiguration des Strom-Magnetfeldes $2 \pi r$ die Länge einer Linie darstellt, längs welcher H konstant ist, folgt durch Ver-

allgemeinerung die gesuchte Beziehung, die eine direkte Verbindung zwischen der elektrischen Grösse I und der magnetischen Grösse H darstellt.

$$I = \frac{\oint (H ds)}{4 \pi} \quad I = \oint (H ds)$$

Bedeutend einfacher wird die Ableitung einer weiteren, ebenfalls aus der Definitionsgleichung $F = B \cdot I \cdot l$ folgenden Beziehung, in welcher die elektrische Grösse U mit der magnetischen Grösse B direkt verbunden wird. Zur Ueberführung muss nur die Gleichung $P = U \cdot I$ zu Hilfe genommen werden

$$U = \frac{P}{I} = \frac{F \cdot v}{I} = \frac{B \cdot I \cdot l}{I} v.$$

Daraus folgt die für die klassische und die rationale Schreibweise übereinstimmende Beziehung

$$U = B \cdot l \cdot v$$

U ist die Spannung, die an einem Leiter von der Länge l entsteht, wenn derselbe in einem Magnetfeld mit der Induktion B mit der Geschwindigkeit v bewegt wird.

Wenn nun die elektrischen und magnetischen Grössen unabhängig voneinander von den mechanischen Grössen ausgehend definiert und festgelegt werden, so muss zum Schluss kontrolliert werden, ob die so erhaltenen Einheiten auch den Verbindungsgleichungen zwischen elektrischen und magnetischen Grössen genügen. Nur wenn dies der Fall ist, ist das Maßsystem ein geschlossenes. Eine Möglichkeit, diese Uebereinstimmung zu erreichen, liegt in der freien Wählbarkeit der in den Grössen $\varepsilon = \hat{\varepsilon} \varepsilon_0$ und $\mu = \hat{\mu} \mu_0$ steckenden elektrischen und magnetischen Konstanten ε_0 und μ_0 des leeren Raumes. Die Untersuchung ergibt nun, dass sich das Masssystem nur schliesst, wenn ε_0 und μ_0 der Gleichung $\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} = \frac{1}{c}$ genügen, worin c die Geschwindigkeit ist, die in den Maxwell'schen Feldgleichungen auch als Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle auftritt. Sie ist somit gleich der Lichtgeschwindigkeit. Von den beiden Konstanten ε_0 und μ_0 ist somit nur die eine frei wählbar.

Wenn von diesen beiden Grössen μ_0 frei gewählt wird, so entsteht folgender Aufbauweg des ganzen Systems:

Aus der Anschlussgleichung an die Mechanik

$F = \frac{\Phi_1 \cdot \Phi_2}{4 \pi r^2 \mu}$ folgt die Einheit von Φ und daraus in der Reihenfolge der Tabelle die Einheiten der folgenden magnetischen Grössen. Weiter können über die Gleichung $I = \oint (H ds)$ die Einheit von I als erste elektrische Grösse und daraus mit $Q = I \cdot t$ die Einheit von Q und anschliessend die Einheiten der restlichen elektrischen Grössen bestimmt werden. Genau dasselbe Resultat entsteht, wenn mit Hilfe von $U = B \cdot l \cdot v$ zuerst die Einheit von U und dann mit der Beziehung $I = \frac{P}{U}$ die Einheit

des Stromes, daraus mit $Q = I \cdot t$ wieder die Ladungseinheit und die Einheiten der restlichen elektrischen Grössen ermittelt werden. Beide Wege führen zu denselben Einheiten, da zur Ableitung der Beziehung $U = B \cdot l \cdot v$ die Definitionsgleichung von U verwendet wurde, die bei Benützung des Weges über $I = \oint (H ds)$ separat ebenfalls benützt werden muss. Wenn nun schlussendlich mit der so erhaltenen Ladungseinheit das Coulombsche Gesetz kontrolliert wird, so ergibt sich dabei mit der ebenfalls schon festliegenden Einheit der mechanischen Kraft für ε_0 eine Grösse, die zusammen mit der frei gewählten Grösse von μ_0 das obengenannte Gesetz für ein geschlossenes Maßsystem erfüllt.

Die leider schon zu Verwirrungen Anlass gebende Fülle von verschiedenen nebeneinander existierenden Maßsystemen entsteht nun durch die verschiedenen Wahlmöglichkeiten der Grundeinheiten der Länge, Masse und Zeit (einzig die Zeiteinheit ist bei allen Systemen stets die Sekunde) und namentlich der Einheiten für ε und μ . Im klassischen CGS- und QES-System sind $\mu_0 = 1$ und $\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$. Die Einheit der Permeabilität ist hier gleich der Permeabilität des leeren Raumes. Im unrationalen praktischen System ist die Permeabilitätseinheit ebenfalls gleich der Permeabilität des leeren Raumes. Da aber die hier verwendete Einheit H/cm selbst die Zahlengrösse 10^9 hat (siehe weiter unten), wird μ_0 zu 10^9 H/cm. ε_0 erhält dann die Grösse $\frac{10^9}{c^2}$ F/cm, wenn c in cm/s ausgedrückt wird. Im unrationalen Giorgi-System ergibt sich μ_0 zu 10^{-7} Permeabilitätseinheiten. Die Permeabilitätseinheit ist hier somit 10^7 mal grösser als die Permeabilität des leeren Raumes. ε_0 wird dann zu $\frac{10^7}{c^2}$ (c in MKS-Einheiten).

In den entsprechenden rationalen Systemen wird, wie schon erwähnt, μ_0 überall 4π mal grösser und ε_0 4π mal kleiner. Das elektrostatische System besteht für sich nur für die elektrischen Grössen und wird bei den magnetischen Grössen nicht fortgesetzt. Bei ihm ist $\varepsilon_0 = 1$, d. h. die Einheit der Verschiebungsfähigkeit (Permittivität) ist gleich derjenigen des leeren Raumes. Für die übrigen Maßsysteme ergibt die Ausrechnung Einheiten der Verschiebungsfähigkeit, die wesentlich grösser sind als diejenige des leeren Raumes, und zwar um sovielmals grösser, als in der Grössenzeile 1 e jeweils die Zahl der Grösse in elektrostatischen Einheiten (e E) angibt. So ist z. B. die Einheit im klassischen CGS-System $9 \cdot 10^{20}$ mal so gross wie die Verschiebungsfähigkeit des leeren Raumes. (Der Wert von ε_0 beträgt demgemäss $1/9 \cdot 10^{20}$ Einheiten).

Ein Spezialfall bildet das Gauß'sche Maßsystem, bei dem μ_0 und ε_0 beide gleich 1 sind (absolut symmetrisches System). Dieses System verwendet somit für die elektrischen Grössen die elektrostatischen und für die magnetischen Grössen die magnetostatischen Einheiten. Die fehlende Brücke mit der Lichtgeschwindigkeit c wird hier im Uebergang zwischen den elektrischen und magnetischen Grös-

sen eingeschoben, indem die Gleichungen wie am Fusse von Tabelle II angegeben, geschrieben werden. c kommt bei diesem System demzufolge in sämtlichen Gleichungen vor, die elektrische und magnetische Grössen miteinander verbinden, es sei denn, dass sich dieses c mit einem anderweitig hinzukommenden c heraushebt. Dies ist z. B. in der häufig noch aus diesem System gebräuchlichen Gleichung $\lambda = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$ für die Eigenwellenlänge eines Schwingungskreises mit der Induktivität L und der Kapazität C der Fall (übrige Systeme: $\lambda = 2\pi c \sqrt{L \cdot C}$). L und C sind hier beide in cm-Einheiten auszudrücken. λ selbst entsteht dann ebenfalls in cm, wie dies sein muss, da der cm die Längeneinheit der beiden beteiligten Systemteile ist.

4. Die einzelnen Maßsysteme.

a) Das elektrostatische System.

Dieses System ist in der Tabelle mit all seinen Eigenschaften ohne weiteres zu übersehen und bedarf hier keiner weiteren Erläuterung. Es besteht nur für die elektrischen Grössen und wird im Magnetismus nicht fortgesetzt, obschon dies ohne weiteres möglich wäre. Seine Entstehung verdankt dieses älteste System den zuerst bekannten und untersuchten Erscheinungen der Reibungselektrizität, die mit Magnetismus noch nichts zu tun hatten. Als sich dann später die Notwendigkeit der Schaffung eines Systems zeigte, das die elektrischen und magnetischen Grössen enthält, wurde dieses neue System von der magnetischen Seite her entwickelt (μ_0 wird frei gewählt), was dann schliesslich zur Festlegung des CGS-Systems führte.

b) Das elektromagnetische oder CGS-System.

Dieses System wurde 1881 im ersten elektrotechnischen Kongress in Paris angenommen und international vereinbart, nachdem es schon mehrere Jahre vorher vom zweiten Ausschuss der British Association for the Advancement of Science als ein fundamentales System vorgeschlagen und bereinigt worden war. Das CGS-System besitzt wie das elektrostatische System die vorteilhaften Grundeinheiten Zentimeter, Gramm und Sekunde. Um die Einheiten beider Systeme auseinanderzuhalten, sind die Grundeinheiten für das CGS-System in der Tabelle mit den grossen Buchstaben C, G und S abgekürzt.

Die Geschlossenheit des Systems bedingt, ausgehend von der Wahl $\mu_0 = 1$, für ε_0 die Grösse $\frac{1}{c^2}$

(bzw. $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2}$ mit $\mu_0 = 4\pi$), also eine dimensionsbehaftete Grösse, was zur Folge hat, dass die Dimensionen gegenüber dem elektrostatischen System abweichen. Das Verhältnis der CGS- zu den elektrostatischen Einheiten kann auf Grund der

Veränderung von $\varepsilon_0 = 1$ zu $\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ ermittelt werden. Es erhält den Wert $3 \cdot 10^{10} = c$ in cm/s oder seinen reziproken Wert oder auch die Quadrate hiervon. (Die Umrechnung 1 CGS-Einheit = x elektrostatische Einheiten steht mit der Dimension von μ^y der betreffenden Einheit im Giorgi-System

in der Beziehung: $x = (3 \cdot 10^{10})^{-2y}$. Für Q z. B. ist $y = -1/2$ und x dementsprechend $= 3 \cdot 10^{10}$). Das Verhältnis von den klassischen zu den rationalen Einheiten wurde schon im Abschnitt «Klassische und rationale Schreibweise» besprochen.

Im CGS-System besitzen nur die magnetischen Einheiten Namen, weil bisher in der Physik und leider auch in der Technik die magnetischen Berechnungen nicht im technischen, sondern meist im CGS-System durchgeführt wurden. Dem Bedürfnis des Gebrauches entsprechend wurden deshalb die Namen teils am 5. elektrotechnischen Kongress von 1900 in Paris, teils in der Vollversammlung der Commission Electrotechnique Internationale (CEI) 1930 in Oslo festgesetzt.

c) Das QES-System.

Das QES-System besitzt nur theoretische Bedeutung und wurde von Maxwell 1881 als jenes vollständige und geschlossene System gefunden, bei welchem klassisch gerechnet $\mu_0 = 1$ ist und das alle mit Namen benannten praktischen Einheiten in sich enthält, trotzdem diese ursprünglich, den praktischen Bedürfnissen nachkommend, als willkürliche Vielfache ganzzahliger Zehnerpotenzen der CGS-Einheiten gewählt wurden. Die Einschliessung der praktischen Einheiten führt zwangsläufig auf bestimmte Grundeinheiten, welche jedoch leider ganz unpraktische Grössen erhalten. So wird die Längeneinheit 10^9 cm. Sie ist zufällig gleich der Länge des Erdquadrants. Die Masseneinheit wird zu 10^{-11} g. Einzig die Sekunde bleibt unverändert als Zeiteinheit. Diese Grundeinheiten haben dem System den Namen gegeben, in welchem die 3 Buchstaben die Abkürzungen für die 3 Grundeinheiten bedeuten, die in der Tabelle auch in der Einheitenspalte Anwendung finden: Q als Abkürzung von Quadrant für die Längeneinheit, E als Abkürzung von «Elftels»-Gramm für die Masseneinheit und S unverändert für die Sekunde als Zeiteinheit. Mit diesen Grundeinheiten erhalten die zusammengesetzten Einheiten praktisch ganz unbrauchbare Grössen, weshalb dieses System für die Praxis unverwendbar ist. So entsteht für D die Einheit Coulomb/ Q^2 , für B die Einheit Weber/ Q^2 , für F die Einheit Joule/ Q und z. B. für die Stromdichte die Einheit Ampère/ Q^2 (Ampère pro Quadrat-Erdquadrant).

Das Verhältnis der klassischen QES- zu den CGS-Einheiten kann in einfacher Weise kontrolliert werden, wenn in der betreffenden QES-Einheit das Q durch 10^9 , das E durch 10^{-11} und das S durch 10^0 ersetzt wird. 1 Volt z. B. = $1 Q^{3/2} E^{1/2} S^{-2}$ ergibt $10^9 \cdot 3^{3/2} \cdot 10^{-11} \cdot 1^{1/2} \cdot 10^{0(-1)} \text{ CGS} = 10^8 \text{ CGS-Einheiten}$. Was den weiteren Uebergang zu den in der Tabelle enthaltenen rationalen Einheiten anbetrifft, gilt das schon früher Gesagte.

Das Verhältnis zu den elektrostatischen Einheiten folgt aus dem Verhältnis zu den CGS-Einheiten durch Multiplikation mit dem dortigen Verhältnis der CGS- zu den elektrostatischen Einheiten.

Obschon die Grösse μ die Dimension einer reinen Zahl besitzt, kann ihrer Einheit der Name Henry/ Q gegeben werden, weil diese Bezeichnung

dimensionslos und gleich 1 ist (Henry hat selbst die Einheit Q).

Bei der Grösse ε schliesst in analoger Weise die Einheitsbezeichnung Farad/Q die richtige Dimension von $\varepsilon = L^{-2} T^2$ in sich.

d) *Das praktische elektrotechnische Maßsystem.*

Vom QES-System unterscheidet sich dieses System einzig dadurch, dass die zusammengesetzten Einheiten auf die Längeneinheit cm bezogen werden, um praktisch brauchbare Einheiten zu erhalten, wie Coulomb/cm², Weber/cm², Joule/cm usw. Da im übrigen die Grundeinheit der Länge von 10⁹ cm wie im QES-System erhalten bleibt, stellt dies einen Eingriff in die Geschlossenheit des Systems dar, deren Folgen im Zuge der Definitionsgleichungen dadurch behoben werden kann, dass die reine Zahl von μ_0 nicht in H/Q, sondern in H/cm ausgedrückt wird, was dann $4\pi \cdot 10^{-9}$ H/cm ergibt, da die Einheit H/cm selbst die reine Zahl 10⁹ darstellt. ε_0 ist entsprechend in F/cm auszudrücken ($1 \text{ F/cm} = 10^{-9} \text{ F/Q}$), was für $\varepsilon_0 = \frac{10^9}{4\pi c^2}$ bzw. $\frac{10^{-9}}{4\pi c^2} \text{ F/cm}$ ergibt, wenn c in cm/s bzw. Q/s eingesetzt wird.

Es entsteht so ein System, das scheinbar fehlerfrei geschlossen ist und das in einfachen Fällen wie die übrigen Systeme angewendet werden kann. Doch ist dies nicht stets zulässig. Wenn in unübersichtlichen Fällen nicht stets eine Einheitenkontrolle gemacht wird, so können wegen dieser Lückenhaftigkeit grobe Fehler entstehen, was durch das unten angeführte Beispiel verdeutlicht wird.

Zur Umgehung der Zweideutigkeit der Längeneinheit sind in der Tabelle die praktischen Einheiten einheitlich in cm-, g- und s-Einheiten ausgedrückt.

Der Grössenvergleich mit den CGS- und elektrostatischen Einheiten, derjenigen Einheiten, die nicht mit den QES-Einheiten übereinstimmen, bedarf weiter keiner Erläuterung.

Die Einheitenprobe im Hinblick auf die Geschlossenheit des Systems durchgeführt, ergibt, angefangen beim Coulombschen Gesetz, dass darin r in cm und nicht in Q eingesetzt werden muss, damit die Ladungseinheit Coulomb erhalten bleibt.

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2 \cdot \varepsilon}$$

$$\text{Joule/cm} = \frac{C \cdot C}{\text{cm}^2 \text{ F/cm}}$$

Die cm heben sich heraus und es entsteht die Identität $C = \sqrt{\text{Joule} \cdot \text{F}}$, die die Richtigkeit des Ansatzes beweist. Entsprechendes gilt für die übrigen Grössen, so dass sich das System im Zuge der Definitionsgleichungen fehlerfrei schliesst.

In Schlussgleichungen von längeren Ableitungen können jedoch trotzdem Einheitenfehler auftreten, wie das folgende Beispiel beweist, das der Hochvakuumröhrenphysik entnommen ist. Als Anwendungsbeispiel und zum Beweis der Richtigkeit der Formel und ihrer Zahlenwerte soll vorerst eine

Kontrolle mit den schon besprochenen Maßsystemen durchgeführt werden.

In einer Diodenstrecke mit zylindrischer Anordnung von der Länge l und dem Radius r des Anodenzylinders ist der Anodenstrom I_a mit der Anodenspannung U_a gemäss dem Langmuirschen Gesetz verbunden:

$$I_a = \frac{2}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{l}{r} U_a^{3/2} \quad 1)$$

Darin ist e die Ladung und m die Masse des Elektrons:

$$e = 4,77 \cdot 10^{-10} \text{ e. E.} = 1,59 \cdot 10^{-20} \text{ CGS-Einheiten} = 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb,}$$

$$m = 0,899 \cdot 10^{-27} \text{ g} = 0,899 \cdot 10^{-16} \text{ E} = 0,899 \cdot 10^{-30} \text{ K}$$

(vgl. Umrechnungsbeziehungen in der Tabelle).

Im praktischen elektrotechnischen System wird für den Faktor $\frac{2}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}}$ der Zahlenwert zu $1,465 \cdot 10^{-5}$ angegeben, der hier zur Kontrolle steht.

Zum Langmuirschen Gesetz ist beizufügen, dass dieses von Langmuir mit Hilfe der klassischen Rechnungsweise abgeleitet wurde. Die Dielektrizitätskonstante ε , die zufolge der Mitwirkung einer Verschiebungsstrecke im Gesetz eingeschlossen sein muss, ist weggelassen, da das Gesetz für das elektrostatische System geschrieben ist und in diesem $\varepsilon_0 = 1$ ist. $\hat{\varepsilon}$ ist für Vakuum ebenfalls = 1. Die Dimensionskontrolle im elektrostatischen System ergibt die richtigkeitsbeweisende Identität.

$$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \equiv \sqrt{\frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{M}} \frac{L}{L} (L^{1/2} M^{1/2} T^{-1})^{3/2}$$

Die Dimensionskontrolle im CGS- und den folgenden Systemen ergibt nur Identität, wenn ε als dimensionsbehaftete Grösse in der Formel belassen wird. Sie lautet dann, wenn sie gleichzeitig für die rationalen Einheiten geschrieben wird:

$$I_a = \frac{8\pi}{9} \cdot \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{l}{r} U_a^{3/2}$$

Dimensionskontrolle für das CGS-, QES- und das praktische System:

$$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \equiv L^{-2} T^2 \sqrt{\frac{L^{1/2} M^{1/2}}{M}} (L^{3/2} M^{1/2} T^{-2})^{3/2}$$

Die Kontrolle des obigen Zahlenwertes erfolgt unter Benützung des *elektrostatischen Systems* nach folgender Rechnung:

$$I_a = \frac{2}{9} \sqrt{\frac{2 \cdot 4,77 \cdot 10^{-10}}{0,899 \cdot 10^{-27}}} \frac{l}{r} U_a^{3/2}$$

$$\text{ergibt } I_a = 2,29 \cdot 10^8 \frac{l}{r} U_a^{3/2} \quad (\text{elektrostatisch})$$

Unter Anwendung der Umrechnungsbeziehungen
1 A = $3 \cdot 10^9$ elektrostatische Stromeinheiten

$$1 \text{ V} = \frac{1}{300} \quad \gg \quad \text{Spannungseinheiten}$$

¹⁾ Siehe Möller, Elektronenröhren.

geht die Gleichung über in diejenige für die praktischen Einheiten:

$$I_a \cdot 3 \cdot 10^9 = 2,29 \cdot 10^8 \frac{l}{r} \left(\frac{U_a}{300} \right)^{3/2}$$

$$I_a = 1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} U_a^{3/2} \text{ (praktisch)}$$

Durch den Erhalt des geforderten Zahlenfaktors ist gleichzeitig der Zahlenfaktor des Zwischenresultates für die elektrostatischen Einheiten als richtig bewiesen.

Die Kontrollrechnung über das *rationale CGS-System* lautet folgendermassen:

$$I_a = \frac{8 \pi}{9} \frac{10^{-20}}{36 \pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,59 \cdot 10^{-20}}{0,899 \cdot 10^{-27}}} \frac{l}{r} U^{3/2}$$

$$I_a = 1,465 \cdot 10^{-18} \frac{l}{r} U_a^{3/2} \text{ (CGS rational)}$$

Umrechnungsbeziehungen:

$$1 \text{ A} = \frac{1}{10} \text{ CGS-Stromeinheiten}$$

$$1 \text{ V} = 10^8 \text{ CGS-Spannungseinheiten}$$

angewendet:

$$\frac{I_a}{10} = 1,45 \cdot 10^{-18} \frac{l}{r} (U_a \cdot 10^8)^{3/2}$$

ergibt wiederum:

$$I_a = 1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} U_a^{3/2} \text{ (praktisch)}$$

wodurch auch obiger Faktor für das rationale CGS-System als richtig bewiesen ist.

Kontrollrechnung für das *QES-System*

$$I_a = \frac{8 \pi}{9} \frac{10^{-2}}{36} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,59 \cdot 10^{-19}}{0,899 \cdot 10^{-16}}} \frac{l}{r} U_a^{3/2}$$

ergibt sofort

$$I_a = 1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} U_a^{3/2} \text{ (QES)}$$

Der Zahlenfaktor stimmt mit demjenigen des praktischen Systems überein, da die Strom- und Spannungseinheiten in beiden Systemen gleich sind.

Endlich dieselbe Kontrollrechnung direkt für das *praktische elektrotechnische System* durchgeführt,

$$I_a = \frac{8 \pi}{9} \frac{10^{-11}}{36 \pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,59 \cdot 10^{-19}}{0,899 \cdot 10^{-16}}} \frac{l}{r} U_a^{3/2}$$

ergibt das *falsche Resultat*

$$I_a = 1,465 \cdot 10^{-14} \frac{l}{r} U_a^{3/2}$$

(Auch wenn m statt in E in g eingesetzt wird, entsteht ein falsches Resultat.)

Wenn in der Ableitung der Formel der Ursache dieses Fehlers nachgegangen wird, so ist erkennbar, dass dieser daher rührt, dass eine Geschwindigkeit, die, um eine Verschiebung in Coulomb/cm² zu er-

geben, in cm/s eingesetzt werden sollte, durch den Ausdruck $\sqrt{\frac{2e}{m}}$ ersetzt wird, der diese Geschwindigkeit in Q/s ergibt. Der Fehler wird also offensichtlich durch die Zweideutigkeit der Längen-Grundeinheit verursacht.

Ohne die Zahlenbeispiele durchzugehen, kann die Lückenhaftigkeit des praktischen Systems auch durch eine Dimensionskontrolle mit den Einheiten selbst folgendermassen erwiesen werden. Die Richtigkeit der Formel soll auch hier wieder zuerst durch die Kontrolle mit Hilfe eines andern Systems bewiesen werden.

Es sei dafür das QES-System gewählt.

$$[I] = [\epsilon_0] \sqrt{\frac{[e]}{[m]}} [U]^{3/2}$$

$$A = F/Q \sqrt{\frac{C}{E}} V^{3/2}$$

quadriert

$$A^2 = F^2/Q^2 \frac{C}{E} V^3$$

$$\text{mit } F = \frac{C}{V} = \frac{AS}{V} \text{ (nach 10e)}$$

entsteht

$$A^2 = \frac{A^2 S^2}{Q^2} \frac{C}{E} V$$

$$\text{oder } CV = E \frac{Q^2}{S^2}$$

$$\text{mit } CV = J \text{ (nach Zeile 2 Me)}$$

ergibt sich

$$J = E \left(\frac{Q}{S} \right)^2$$

Dies ist nichts anderes, als die richtige Definition des Joule (mit $Q = 10^9$ cm und $E = 10^{-11}$ g entsteht für J der richtige Wert 10^7 g cm² s⁻²). Durch das richtige Schlussresultat ist auch die Richtigkeit des Ausgangspunktes bewiesen.

Dieselbe Kontrolle nunmehr auf das praktische System angewendet, führt sofort zu einem falschen Resultat.

$$A = F/\text{cm} \sqrt{\frac{C}{E}} V^{3/2}$$

$$A^2 = \frac{A^2 \cdot S^2}{\text{cm}^2} \frac{C}{E} V$$

$$J = E \left(\frac{\text{cm}}{S} \right)^2 = 10^{-11} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$$

Es entsteht für J eine 10^{18} mal zu kleine Grösse. (Wird m in g statt in E eingesetzt, so wird J immer noch 10^7 mal zu klein.)

e) *Das Giorgi-System.*

Wie das CGS- und das elektrotechnische System enthält auch das Giorgi-System die direkt benannten praktischen Einheiten. Es vermeidet die praktisch unbrauchbaren zusammengesetzten Einheiten

des QES-Systems, ohne aber die Fehler des praktischen elektrotechnischen Systems zu besitzen. Dies wird erreicht, indem für die Grundeinheiten der Länge, Masse und Zeit der Meter (M), das Kilogramm (K) und die Sekunde (S) gewählt werden.

Die Bedingung für die Einschliessung der benannten Einheiten in ein Maßsystem ist gegeben durch die Dimension der mechanisch-elektrischen Arbeit $[W] = L^2 M T^{-2}$. Während die elektrischen und magnetischen Einheiten durch entsprechende Wahl von μ_0 bei beliebigen Grundeinheiten stets in das System eingeschlossen werden können (siehe weiter unten), geht dies im Anschluss an die Mechanik bei der Arbeit nur, wenn die Grundeinheiten selbst entsprechend angepasst werden. Bei Einsetzen der Einheiten in obige Dimensions-Gleichungen muss für W stets das Joule mit $10^7 \text{ cm}^2 \text{ g s}^{-2}$ herauskommen. Wird die Sekunde für die Zeiteinheit beibehalten und die Längeneinheit in der Form 10^l cm und die Masseneinheit in der Form 10^m g geschrieben, so ergibt die Gleichsetzung $L^2 M T^{-2} = (10^l \text{ cm})^2 \cdot (10^m \text{ g}) \cdot (\text{s})^{-2} = 10^{2l+m} \text{ cm}^2 \text{ g s}^{-2}$ die Bedingungsgleichung $2l + m = 7$. Dies bedeutet, dass jedes System, bei dem $2l + m = 7$ ist, die praktischen Grössen der Elektrotechnik einschliessen kann. Es gibt somit unendlich viele Systeme, die diese Bedingung erfüllen. Beim QES-System ist $l = 9$ und $m = -11$ und beim Giorgi-System $l = 2$ und $m = 3$. Von allen Systemen fällt jedoch einzig beim klassischen QES-System die Einheit von μ mit der Permeabilität des leeren Raumes zusammen. Im Giorgi-System wird die Permeabilitätseinheit 10^7 mal grösser als die Permeabilität des leeren Raumes.

Der grössenrichtige Anschluss der elektrischen und magnetischen Grössen erfolgt automatisch, wenn die Permeabilitätseinheit dem Quotienten Henry pro Längeneinheit gleichgesetzt wird, was schon beim praktischen System durchgeführt wurde. Die Grösse der Einheit Henry ist zu diesem Zwecke zunächst dem QES-System zu entnehmen. Es ist dort $1 \text{ H} = 10^9 \text{ cm}$. Mit der Längeneinheit 10^2 cm erhält H/M die Zahlengrösse 10^7 . μ_0 wird entsprechend zu 10^{-7} H/M , klassisch gerechnet, oder $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/M}$ rational gerechnet. Nun erhält im Giorgi-System selbst, wenn zunächst von der vierten Dimension abgesehen wird, die Induktivitätseinheit die Dimension der Länge und dementsprechend die Grösse 100 cm. Dies steht jedoch im Widerspruch mit dem QES-System, wo die Einheit Henry die Grösse 10^9 cm erhält. Dieser Widerspruch ist dahingehend auszudeuten, dass ein System mit 3 Grunddimensionen nicht eindeutig bestimmt ist und dass es der Einführung einer vierten Dimension bedarf, um ein System unverrückbar festzulegen. In der Tat erhalten die Induktivitätseinheiten der beiden Systeme trotz verschiedener Längeneinheiten wieder die gleiche Grösse, sobald die vierte Dimension zu Hilfe genommen wird.

Als vierte Dimension kann irgendeine der beteiligten Grössen des ganzen elektromagnetischen Systems genommen werden. Von den zur Diskussion stehenden Grössen μ , R und I hat die CEI kürzlich (Versammlung im Juni 1938 in Touquay) die Grösse

μ als vierte Dimension festgelegt. Die Wahl von μ bringt neben andern Vorzügen den Vorteil, dass die übrigen Dimensionen bei sämtlichen Grössen gleich bleiben wie bei den drei vorangehenden Systemen. Es tritt lediglich die Dimension μ in bestimmter Potenz multiplikativ neu hinzu. Mit R oder I wäre dies nicht der Fall, es würden bei diesen auch die Potenzen der übrigen Grundeinheiten verändert, wobei die Annahme von I allerdings die Annehmlichkeit in sich schliessen würde, dass die gebrochenen Exponenten vollständig verschwinden würden²⁾.

Durch Einbeziehung von μ als vierte Dimension erhält die Einheit H/M jetzt die Dimension μ und wird zur vierten Grundeinheit. Um die Gleichwertigkeit dieser Einheit mit den übrigen 3 Grundeinheiten M, K und S zum Ausdruck zu bringen, ist sie mit einem einzigen Buchstaben zu bezeichnen, als welcher in der Tabelle P (Permeabilitätseinheit) gewählt wurde. Die Einheit von μ ist damit vom Anschein einer abgeleiteten Grösse befreit. Da eine entsprechende internationale Festlegung noch nicht vorliegt, musste bei der Ausführung der vorliegenden Tabelle einer solchen Wahl vorgegriffen werden, um die Kolonne der Einheiten beim Giorgi-System vollständig ausfüllen zu können. In Analogie zu den Bezeichnungen der übrigen Systeme wäre die Bezeichnung MKS-System für das Giorgi-System in diesem Falle auf MKSP-System zu vervollständigen. (Die Bezeichnung MKS_μ -System wäre unlogisch, da die ersten 3 Grössen nach den Einheiten, die vierte Grösse jedoch nach der Dimension benannt wäre.) Um den derzeitigen internationalen Festlegungen nicht mehr als notwendig vorzugreifen, wurde die bisherige Bezeichnung MKS-System am Kopfe der hier betrachteten Vertikalkolonne unverändert übernommen. Die Lücke wird über kurz oder lang durch einen entsprechenden internationalen Beschluss ausgefüllt werden müssen, um so mehr als Giorgi selbst in seinen Schriften den vierten Buchstaben für eine beispielsweise vierte Grundeinheit anfügt.

Die vier Grundeinheiten des Giorgi-Systems sind folgendermassen zu definieren:

- L Die Einheit der Länge (L) besitzt der in Sèvres bei Paris aufbewahrte Normalmeter (M);
- M Die Einheit der Masse (M) besitzt das in Sèvres bei Paris aufbewahrte Normalmassenkilogramm (K);
- T Die Einheit der Zeit (T) ist der 86 400. Teil der Zeitdauer eines mittleren Sonnentages, Sekunde benannt (S).
- μ Die Einheit der Permeabilität (μ) besitzt für die nicht rationale Schreibweise jener Stoff, der 10^7 mal permeabler, und für die nicht rationale Schreibweise jener Stoff, der $1/4\pi \cdot 10^7$ mal permeabler ist als der leere Raum (Benennung P_k und P_r).

²⁾ Weitere, ausführliche Einzelheiten über die bei der Wahl zu beachtenden Gesichtspunkte siehe H. König: Ueber ein praktisches absolutes System, welches einen reibungslosen Uebergang von den bisherigen internationalen Einheiten zu den absoluten Einheiten gewährleistet. Bull. SEV Bd. 27 (1936), S. 621.

Während die ersten beiden Definitionen auf Normalen (Etalons) beruhen, stellen die letzten beiden auf universelle Konstanten ab.

Aus der Gleichsetzung $H/M = P$ folgt $H = MP$, H hat somit jetzt die Dimension $L \cdot \mu$, ein Resultat, das ebenfalls erhalten wird, wenn die Dimensionen in gleicher Weise wie bei den andern Systemen ausgehend von der Beziehung $F = \frac{\Phi_1 \cdot \Phi_2}{4 \pi r^2 \mu}$ im Zuge

der Definitionsgleichungen schrittweise der Reihe nach für alle Grössen abgeleitet werden. Der Uebergang von den magnetischen zu den elektrischen Grössen vollzieht sich über die Gleichungen 1 em oder 2 em (vergleiche Abschnitt: Geschlossenheit eines Maßsystems). Zum Schluss entsteht für ϵ die Dimension $L^{-2} T^{-2} \mu^{-1}$. Die Dimensionskontrolle mit dem Gesetz $\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0} = \frac{1}{c}$ beweist die Richtigkeit dieses Schlussresultats, indem sich μ heraushebt und eine reziproke Geschwindigkeit übrigbleibt.

Der Vergleich der Grössen B und H zeigt, dass sich diese beiden jetzt im Gegensatz zu früher in den Dimensionen, und zwar in μ unterscheiden, was schon 1930 von der Vollversammlung der CEI in Oslo gefordert wurde.

Mit der Einführung der vierten Dimension, welche das System eindeutig festlegt, ist es möglich, den Grössenvergleich der Einheiten mit den übrigen Systemen in einfacher Weise vorzunehmen und den erwähnten Widerspruch bei der Einheit H aufzuklären. Soll 1 H im Giorgi-System z. B. mit 1 H im QES-System verglichen werden, so ist zu bedenken, dass das QES-System, um es zu einem absolut festliegenden System zu machen, ebenfalls mit der Dimension μ zu ergänzen ist. Die μ -Einheit stimmt dort mit μ_0 (klassisch gerechnet), d. h. der Permeabilität des leeren Raumes überein. Im QES-System erhält 1 H somit die Grösse 1 $Q\mu_0$, was 10^9 cm $\cdot \mu_0$ ausmacht. Wenn nun für das Giorgi-System in $H = M \cdot P$ für $M = 10^2$ cm und $P = 10^7 \mu_0$ (ebenfalls klassisch gerechnet) eingesetzt wird, so entsteht auch hier $1 H = 10^9$ cm μ_0 , womit die Gleichheit erwiesen ist. (Bei rationaler Rechnungsweise ist auf beiden Seiten noch der Faktor $1/4\pi$ zuzusetzen; die Gleichheit bleibt auch so erhalten.)

Die Grösse jeder Einheit in CGS-Einheiten ist beim Giorgi-System ebenfalls nach der schon beim

QES-System angegebenen Methodik zu finden, indem für $M = 10^2$, für $K = 10^3$, für $S = 10^0$ und für $P = 10^7$ gesetzt wird. 1 Volt z. B. = $1 M^{3/2} K^{1/2} S^{-2} P^{1/2} = 1 \cdot 10^2 \cdot 3/2 \cdot 10^3 \cdot 1/2 \cdot 10^0 \cdot (-2) \cdot 10^7 \cdot 1/2$ CGS = 10^8 CGS-Einheiten. Bezüglich des Verhältnisses zwischen klassischen und rationalen Einheiten kann wieder auf das früher Gesagte verwiesen werden. Anhand der CGS-Grössen können die Verhältnisse zu den andern Systemen, insbesondere zum elektrostatischen System leicht berechnet werden.

Zum Schluss sollen auch mit dem Giorgi-System dieselben Kontrollen, wie bei den andern Systemen, anhand des Beispiels aus der Hochvakuumröhrenphysik durchgeführt werden, um auch auf diese Art die unzweideutige Geschlossenheit des neuen Systems zu erweisen.

Die Formel lautet:

$$I_a = \frac{8 \pi}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2 e}{m}} \frac{l}{r} U_a^{3/2}$$

Die Dimensionskontrolle ergibt Identität

$$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2} \equiv$$

$$L^{-2} T^2 \mu^{-1} \sqrt{\frac{L^{1/2} M^{1/2} \mu^{-1/2}}{M}} \cdot \frac{L}{L} (L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \mu^{1/2})^{3/2}$$

Die Einheitenkontrolle führt zur richtigen Grösse des Joule

$$A = F/M \sqrt{\frac{C}{K}} \frac{M}{M} V^{3/2}$$

$$A^2 = \frac{A^2 S^2}{M^2} \frac{C}{K} V \quad \left(\text{mit } F = \frac{A \cdot S}{V} \right)$$

$$CV = J = K \frac{M^2}{S^2}$$

$$J = 10^3 \text{ g} \frac{(10^2 \text{ cm})^2}{S^2} = 10^7 \text{ cm}^2 \text{ g s}^{-2} = 10^7 \text{ Erg}$$

Durch Einsetzen der einzelnen Zahlenwerte entsteht der richtige Zahlenwert in der Schlussgleichung

$$I_a = \frac{8 \pi}{9} \frac{10^{-9}}{36 \pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,59 \cdot 10^{-19}}{0,899 \cdot 10^{-30}}} \frac{l}{r} U_a^{3/2}$$

$$I_a = 1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} U_a^{3/2} \quad (\text{Giorgi})$$

Ueber die Zahl der unabhängigen Einheiten in der Lehre von den elektromagnetischen Erscheinungen.

Von Johannes Fischer, Karlsruhe.

621.317.081

Befolgt man die Lehren Maxwells, so hat man in dem System der elektromagnetischen Gleichungen genau vier Grössen mehr, als Gleichungen vorhanden sind. Daher kann man vier Einheiten als Grundeinheiten unabhängig voneinander annehmen. Schreibt man die beiden Maxwellschen Gleichungen in dem sogenannten «Gaußschen absoluten» Maßsystem, so enthalten beide einen Faktor c , den Andronescu «Universalkonstante» nennt. Diese Grösse c steht in eindeutigen Zusammenhang mit der Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum, die eine bekannte Grösse ist. Daher ist c nicht eine unabhängige, sondern eine abgeleitete Grösse. Also wird durch sie die Zahl der unabhängigen Einheiten nicht vergrössert, diese bleibt vielmehr vier.

Si l'on s'en tient aux enseignements de Maxwell, le nombre des grandeurs contenues dans le système des équations électromagnétiques est supérieur de quatre au nombre des équations. On peut donc choisir quatre de ces grandeurs comme unités fondamentales indépendantes l'une de l'autre. Si l'on transcrit les deux équations de Maxwell dans le système dit absolu de Gauss, elles contiennent toutes les deux un facteur c que M. Andronescu nomme «constante universelle». Cette grandeur c est liée de façon précise à la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, qui est une grandeur connue. C'est pourquoi c n'est pas une grandeur indépendante, mais une grandeur dérivée. Elle n'augmente donc pas le nombre des unités indépendantes qui reste quatre.