

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 38 (1947)  
**Heft:** 1

**Artikel:** Strahlergruppen mit horizontaler, nebenbündelfreier Richtstrahlung  
**Autor:** Schmidl, O.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1061402>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Strahlergruppen mit horizontaler, nebenbündelfreier Richtstrahlung

Von O. Schmidl, Wiesen (GR)

621.396.677

Die konstruktive Gestaltung der Antennen für Sender mit sehr hohen Sendefrequenzen gestattet, die Energieabstrahlung mehr oder weniger auf eine gewünschte Richtung zu konzentrieren. Im vorliegenden Artikel werden die allgemeinen theoretischen Probleme behandelt und die mathematischen Beziehungen für nebenbündelfreie Richtstrahlung in der Horizontalebene aufgestellt. Die technisch realisierbaren Lösungen werden in einem besonderen Abschnitt eingehender betrachtet und durch zwei Zahlenbeispiele ergänzt.

La construction des antennes d'émission pour très hautes fréquences permet de concentrer plus ou moins dans la direction voulue l'énergie rayonnée. L'auteur expose la théorie générale et les relations mathématiques du rayonnement dirigé dans un plan horizontal, exempt de dispersion. Les solutions pratiquement réalisables sont traitées en détail et complétées par deux exemples numériques.

## I. Einleitung

Die Horizontalstrahlungskennlinien aller bisher entwickelten Richtstrahler weisen ausser der erstrebten maximalen Ausstrahlung des Hauptbündels eine ganze Reihe von Nebenmaxima auf (Fig. 1), deren Beseitigung als um so dringender angesehen werden muss, je dichter sich das Netz der elektro-

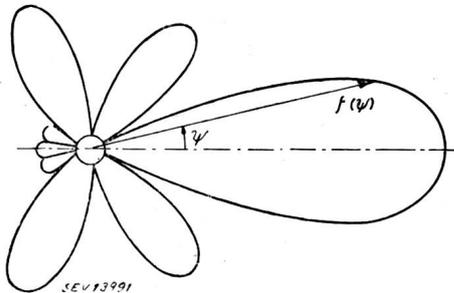


Fig. 1

Charakteristische Horizontalstrahlungskennlinie einer kreisförmig angeordneten Strahlergruppe  
 $\psi$  Azimut.  $f(\psi)$  Funktion der Horizontalcharakteristik

magnetischen Wellen um die Erde legt. Da alle Sende- und Empfangspunkte der Praxis auf der Erdoberfläche oder höchstens in relativ geringer Höhe über ihr liegen, werden Antennenanordnungen mit nebenbündelfreier Horizontalstrahlung das besondere Interesse erwecken. Ihre entscheidenden Vorteile gegenüber den bisher bekannten horizontalen Richtstrahlern liegen in der *Geheimhaltung* des ausgesandten Zeichens für alle Punkte ausserhalb des Ausstrahlwinkels. Dadurch ist weiter die Möglichkeit gegeben, auf ein und derselben Trägerwelle des Senders nach beliebig gelegenen Empfangspunkten *gleichzeitig verschiedene* Zeichen zu senden. Ebenso können von mehreren Sendern  $S_1, S_2, S_3, \dots$  nach den Empfangsstationen  $E_1, E_2, E_3, \dots$  auf ein und derselben Trägerwelle *gleichzeitig ver-*

In dieser Arbeit werden nur solche Strahlergruppen behandelt, die der für die Praxis hinreichenden Voraussetzung einer ebenen, vollkommen leitenden Erde genügen. Bekanntlich macht sich ihr Einfluss in der Weise geltend, dass von Strahlern beliebiger räumlicher Richtung nur deren Vertikal-komponenten eine Horizontalstrahlung aufweisen, also kommen von vorneherein nur *Vertikalstrahlergruppen* in Frage.

Wenn eine Anordnung von *V-Vertikalstrahlern* vorliegt und jeder Einzelstrahler für sich die gleiche Strahlungsverteilung aufweist, dann wird ihre Horizontalstrahlungskennlinie durch die Gruppencharakteristik

$$G_v(\psi) = \sum_{v=1}^V p_v e^{-j[\delta_v - x_v \cos(\psi - \psi_v)]} \quad (1)$$

eindeutig beschrieben<sup>1)</sup>.

Darin bezeichnen  $p_v$  und  $\delta_v$  die Stromamplitude und die Stromphase des  $v$ ten Strahlers, bezogen auf die Amplitude bzw. Phase eines beliebigen, fiktiv angenommenen Strahlers mit der Stromstärke  $I_0$ :

$$\frac{I_v}{I_0} = p_v e^{-j\delta_v}$$

$r_v$  und  $\psi_v$  sind die Lagekoordinaten (Radius und Azimut) des  $v$ ten Strahlers, und  $x_v$  ist eine Abkürzung für  $r_v 2\pi/\lambda$ , wo  $\lambda$  die Wellenlänge der ausgestrahlten Schwingung bedeutet.

In dieser Arbeit werden Antennenanordnungen, die aus solchen Vertikalstrahlern aufgebaut sind, rechnerisch bestimmt. Es wird von der Voraussetzung einer nebenbündelfreien Richtcharakteristik, die durch Superposition der einzelnen Strahlungsverteilungen entsteht, ausgegangen. Die Gruppencharakteristik entsprechend Gl. (1) wird durch Vergleich der Koeffizienten der Fourierentwicklung der Strahlungsverteilungen der Einzelstrahler mit den Koeffizienten der vorausgesetzten Richtcharakteristik in Übereinstimmung gebracht.

Es wird sich zeigen, dass von den prinzipiell möglichen Anordnungen, die der gestellten Bedingung entsprechen, für die *Praxis* nur jene in Frage kommen, die mit einem *Minimum von Strahlern* aufgebaut sind und welche gleichzeitig einen *optimalen Wirkungsgrad* aufweisen. Dies trifft nur dann zu, wenn die vorgegebene Horizontalcharakteristik der Funktion

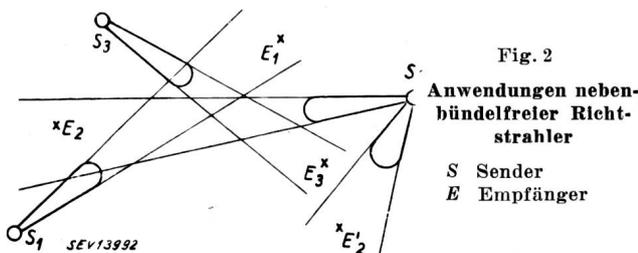


Fig. 2

Anwendungen nebenbündelfreier Richtstrahler  
 S Sender  
 E Empfänger

schiedene Zeichen übertragen werden (Fig. 2). Es liegt in der Folge nahe, dass solche nebenbündelfreie Strahlungen für Zwecke der *Peilung*, der *Richtungsanzeige*, *Fernsteuerung* usw. vorteilhafte Anwendung finden werden.

<sup>1)</sup> vgl.: Brückmann, H.: Antennen, ihre Theorie und Technik. Leipzig, 1939.

$$f(\psi) = (1 - \psi^2)^{p - \frac{1}{2}} \quad (2)$$

genügt, wo  $\psi$  das Azimut und  $p$  ein Zahlenwert  $\geq \frac{1}{2}$  ist. Ausserdem müssen die einzelnen Strahler innerhalb der äusseren Begrenzungslinie der ineinander geschachtelten Kreissektoren liegen, die durch die Radien

$$r_n = \frac{\lambda}{2\pi} (n + 0,8 \sqrt[3]{n}) \quad (3)$$

und die Winkel

$$\left. \begin{aligned} \frac{2k-1}{2k} \frac{\pi}{2} < \psi_n < \pi - \frac{2k-1}{2k} \frac{\pi}{2} \\ \pi + \frac{2k-1}{2k} \frac{\pi}{2} < \psi_n < 2\pi - \frac{2k-1}{2k} \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

gegeben sind (Fig. 3). Für diese Beziehungen bedeuten  $n = 1, 2, \dots, N$  und  $k = 0, 1, 2, \dots$ , wo der innere und der äussere Radius eines Sektors mit dem Öffnungswinkel  $\psi_n$  durch Einsetzen der Grössen  $n = 2k$

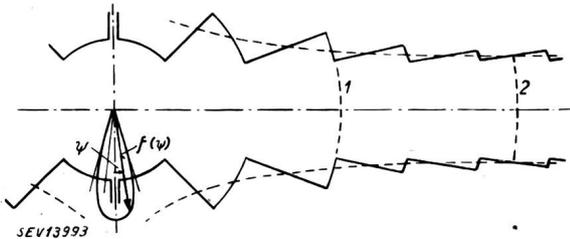


Fig. 3

Bereich für Strahleranordnungen optimalen Wirkungsgrades

1 Grenzkreis für  $n = N = 5$     2 Grenzkreis für  $n = N = 10$

und  $n = 2k + 1$  gefunden werden. Der Zahlenwert  $N$  stimmt im allgemeinen mit der Zahl der Einzelstrahler überein und resultiert aus der festgelegten Bündelungsschärfe (je stärker die Bündelung, um so grösser wird  $N$ ) und aus einer beliebig klein wählbaren Fehlertoleranz (je kleiner die zugelassene Toleranz der gesuchten Feldverteilung vom Sollwert ist, um so grösser wird  $N$ ).

### 2. Ableitung

#### der allgemeinen Lösungsgleichungen

In Strahlergruppen mit maximaler Ausstrahlung in Richtung  $\psi = 0$  ist aus symmetrischen Gründen jedem Einzelstrahler  $\nu_1$ , charakterisiert durch die geometrisch und elektrisch messbaren Werte  $x_\nu, \psi_\nu, p_\nu, \delta_\nu$ , ein weiterer Strahler  $\nu_2$  mit den Grössen  $x_\nu, -\psi_\nu, p_\nu, \delta_\nu$  zugeordnet. Sie bilden zusammen je ein **Strahlerpaar**. Für eine solche Anordnung folgt aus Gl. (1) nach Fourier:

$$G_\nu(\psi) = \sum_{\nu=1}^{V/2} 2 p_\nu J_0(x_\nu) [\cos \delta_\nu - j \sin \delta_\nu] + \sum_{\nu=1}^{V/2} \sum_{n=1}^{\infty} 4 p_\nu J_n(x_\nu) \cos n \psi_\nu \cdot \cos n \psi \left[ \cos \left( \delta_\nu - \frac{n\pi}{2} \right) - j \sin \left( \delta_\nu - \frac{n\pi}{2} \right) \right] \quad (5)$$

$J_n(x_\nu)$  ist die Besselfunktion  $n$ ter Ordnung mit dem Argument  $x_\nu$ . Ueber die Grössen  $x_\nu, \psi_\nu, p_\nu, \delta_\nu$  mit  $\nu = 1, 2, 3, \dots, V/2$  kann noch frei verfügt werden.

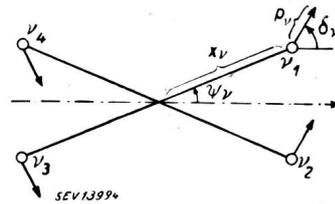


Fig. 4

Der  $\nu$ te Strahlervierling

$x_\nu, \psi_\nu$  Lagekoordinaten  
 $p_\nu$  Stromamplitude  
 $\delta_\nu$  Stromphase  
 $\nu_{1..4}$  Einzelstrahler

Eine Strahlergruppe baut sich aus **Strahlervierlingen** (Fig. 4) auf, wenn jedem Strahlerpaar

$$\nu_1(x_\nu, \psi_\nu, p_\nu, \delta_\nu), \quad \nu_2(x_\nu, -\psi, p_\nu, \delta_\nu)$$

ein weiteres

$$\nu_3(x_\nu, \pi + \psi_\nu, p_\nu, -\delta_\nu), \quad \nu_4(x_\nu, \pi - \psi_\nu, p_\nu, -\delta_\nu)$$

zugeordnet ist, wo die Entartungen  $\psi_\nu = 0$  oder  $\frac{\pi}{2}$  (Reduktion zu einem Strahlerpaar) und  $x_\nu = 0$  (Reduktion zu einem Einzelstrahler im Koordinatenursprung) mit eingeschlossen sind. Für eine solche Anordnung folgt aus Gl. (1) nach Fourier:

$$G_\nu(\psi) = \sum_{\nu=1}^{V/4} 4 p_\nu J_0(x_\nu) \cos \delta_\nu + \sum_{\nu=1}^{V/4} \sum_{n=1}^{\infty} 8 p_\nu J_n(x_\nu) \cos n \psi_\nu \cdot \cos n \psi \cdot \cos \left( \delta_\nu - \frac{n\pi}{2} \right) \quad (6)$$

In diesem Falle kann über die Grössen  $x_\nu, \psi_\nu, p_\nu, \delta_\nu$  mit  $\nu = 1, 2, \dots, V/4$  noch frei verfügt werden.

Wenn eine gerade komplexe Funktion eine Fouriersche Reihenentwicklung

$$f(\psi) + jg(\psi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\psi + j \left( \frac{b_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\psi \right) \quad (7)$$

zulässt, so dass die Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  mit wachsendem Index  $n$  möglichst rasch gegen Null streben und daher die ersten Glieder  $n = 1, 2, \dots, N$  den Verlauf der Funktion entscheidend bestimmen, dann resultiert aus dem Koeffizientenvergleich der Gl. (5) mit Gl. (7) ein Gleichungssystem mit  $2N$  Gleichungen. Zu seiner Lösung sind  $2N$  Unbekannte, in der Folge im allgemeinen  $2N/4$  Strahlerpaare, d. h.  $N$  Einzelstrahler erforderlich, da jedes Strahlerpaar 4 frei verfügbare Grössen  $x_\nu, \psi_\nu, p_\nu, \delta_\nu$  hat. Die Kennlinie dieser Anordnung muss dann mit der Funktion (7) näherungsweise übereinstimmen:

$$G_\nu(\psi) \approx f(\psi) + jg(\psi) \quad (8)$$

Nun stimmt Gl. (6) mit dem zweifachen Betrag des Realteiles der Entwicklung (5) genau überein. Wenn daher in Gl. (7)  $jg(\psi) = 0$  gewählt wird,

dann sind zur Auflösung von nur noch  $N$  Gleichungen die  $N$  Variablen von  $N/4$  Strahlervierlingen erforderlich; das entspricht wie vorhin einer Anordnung von ebenfalls nur  $N$  Einzelstrahlern.

Wenn nun unter allen möglichen Lösungen jene einfachsten gesucht werden, die auf ein Minimum von Strahlerpaaren führen, dann befindet sich darunter sicher auch eine Anordnung, in der sich die Strahlerpaare zu Strahlervierlingen ergänzen. Eine solche Anordnung ist, abgesehen vom Vorzeichen der Phasenverschiebung, symmetrisch auch in bezug auf die Senkrechte zur maximalen Ausstrahlung, was allein schon aus technischen Gründen (zentralsymmetrische Speisung) wünschenswert ist. Diesen Lösungen werden wir unser Augenmerk besonders zuwenden, weil auch mathematische Gründe dafür sprechen, dass sich jede aus der Praxis geforderte Richtcharakteristik durch eine reelle Funktion mindestens ebenso leicht beschreiben lässt, wie durch den Absolutwert einer komplexen Funktion.

So sollen die im folgenden entwickelten Richtstrahlantennen eine Horizontalcharakteristik ergeben, die ausserhalb des Ausstrahlwinkels  $2\psi_A$  verschwindet. Diese Eigenschaft erfüllen z. B. die Funktionen

$$f(\psi) = \cos^m(\mu\psi) \quad \text{und} \quad g(\psi) = \cos^n(\mu\psi)$$

mit  $m$  und  $n = 0, 1, 2, \dots$

für den Bereich  $-\psi_A = -\frac{\pi}{2\mu} < \psi < +\frac{\pi}{2\mu} = \psi_A$ .

Die erwünschte Strahlungsverteilung kann aber auch in der Form nach Gl. (2) vorgeschrieben werden (Fig. 5), wo der Zahlwert  $p$  das Mass für die

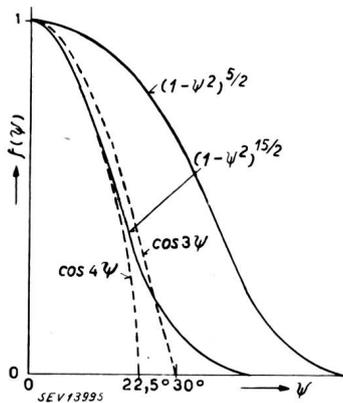


Fig. 5  
Funktionen  $f(\psi)$  zur Berechnung der Horizontalstrahlungscharakteristik

verlangte Bündelungsschärfe ( $-\psi_A, \psi_A$ ) und für eine gerade noch zulässige Flankenausstrahlung  $\varepsilon = f(\psi_A)$  ist, die auf die maximale Ausstrahlung  $f(0)$  bezogen und in % angegeben wird:

$$\varepsilon = 100 (1 - \psi_A^2)^{p - \frac{1}{2}} [\%] \quad (9)$$

Im folgenden soll gerade mit dieser Funktion gearbeitet werden, weil in ihrer Fourierschen Reihenentwicklung

$$(1 - \psi^2)^{p - \frac{1}{2}} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\psi \quad (10)$$

die Koeffizienten

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(p - \frac{1}{2})!}{p!} \Delta_p(n)^2 \quad (11)$$

mit steigendem Index  $n$  wegen  $\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta_p(n) \rightarrow 0$  weit-  
aus rascher konvergieren, als die entsprechenden Koeffizienten anderer, prinzipiell ebenfalls zulässiger Funktionen, z. B.  $\cos^m(\mu\psi)$ . Als Folge davon dürfen praktisch alle  $a_n$  von einem Index  $N$  ab gleich Null gesetzt werden, wo  $a_N$  durch ein höchstzulässiges Fehlermass

$$\delta = 100 \frac{a_N}{a_0} [\%] \quad (12)$$

grössenmässig festgelegt wird.

Während sich der Zahlwert  $p$  aus der Bündelungsschärfe  $\psi_A$  und der Flankenausstrahlung  $\varepsilon$  nach Gl. (9) berechnet, folgt die obere Schranke  $N$  aus Gl. (12), in der  $a_N$  nach Gl. (11) von  $p$  abhängt. Je schärfer die Bündelung, d. h. je kleiner  $\psi_A$  ist und je kleiner die zulässige Fehlertoleranz, d. h. je kleiner  $\varepsilon$  und  $\delta$  sind, um so grösser wird  $N$ , also die Anzahl der Gleichungen, die aus dem Koeffizientenvergleich der Gl. (6) mit dem Realteil der Gl. (7) folgen:

$$\sum_{v=1}^{V/4} p_v \alpha_{vn} \beta_{vn} \gamma_{vn} = a_n \quad (13)$$

mit  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  und den Abkürzungen

$$\alpha_{vn} = 8 J_n(x_v), \quad \beta_{vn} = \cos n\psi_v, \quad \gamma_{vn} = \cos\left(\delta_v - \frac{n\pi}{2}\right).$$

Das System (13) besteht aus  $N$  Gleichungen. Die Auflösung dieses Gleichungssystems nach den Unbekannten  $x_v, \psi_v, p_v, \delta_v$  mit  $v = 1, 2, \dots, N/4$  wird im allgemeinen auf  $V = N$  Einzelstrahler führen.

Es ist zu beachten, dass, wenn die Koeffizienten  $a_n$  mit  $n > N$  vernachlässigt werden, sich physikalische Lösungen nur dann ergeben, wenn auch die Summen links von den Gleichheitszeichen im Gleichungssystem (13) gegen Null streben, d. h. wenn die Bedingung

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{v=1}^{V/4} p_v \alpha_{vn} \beta_{vn} \gamma_{vn} \rightarrow 0$$

erfüllt ist. Dies ist für den Bereich

$$0 \leq x_v \leq x_N \approx N + 0,8 \sqrt[3]{N} \quad (14)$$

der Fall, weil nur dann die obere Schranke  $8p_v J_n(x_v)$  der einzelnen Glieder des Gleichungssystems (13) mit wachsendem  $n \geq N$  monoton konvergiert, wie aus der Theorie der Zylinderfunktionen hervorgeht. Eine Lösung nach  $x_v, \psi_v, p_v, \delta_v$  ist also nur dann eine Lösung der Problemstellung, wenn alle Einzelstrahler innerhalb des Grenzkreises mit dem Radius  $r_N = \lambda x_N / 2\pi$  liegen. In Fig. 3

2) Die Funktionswerte  $\Delta_p(n) = p! \left(\frac{n}{2}\right)^{-p} J_p(n)$  können den Funktionentafeln von Jahnke und Emde unmittelbar entnommen werden.

sind die Grenzkreise für  $n = N = 5$  und für  $n = N = 10$  gestrichelt angedeutet.

Weiter entnehmen wir dem Gleichungssystem (13): Es gibt keine Strahleranordnungen, die das Problem befriedigen könnten, wenn der Phasenwinkel für alle Einzelstrahler der gleiche wäre; denn in diesem Falle wäre  $\delta_\nu = 0$ , folglich auch  $\cos\left(\delta_\nu - \frac{n\pi}{2}\right) = 0$  (für alle  $n = 2k + 1$  mit  $k = 0, 1, 2, \dots$ ). Dann müssten wegen Gl. (13) alle  $a_{2k+1}$  gleich Null werden, was aber wegen Gl. (11) nicht zutrifft.

Ebensowenig kann die gestellte Aufgabe von einer Antennenanordnung gelöst werden, deren Einzelstrahler auf Geraden liegen, welche den Winkel

$$\pm \psi_\nu = \frac{2k+1}{2n} \pi \text{ mit } \begin{cases} n = 1, 2, 3, \dots, (N-1) \\ k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

mit der Achse einschliessen, denn für solche  $\psi_\nu$  würde  $\cos n\psi_\nu = 0$  und damit nach Gl. (13) auch  $a_n = 0$ , während nach (11) die Koeffizienten  $a_n$  erst von einem bestimmten Index  $N$  an näherungsweise gleich Null gesetzt werden dürfen. So gibt es vor allem keine Strahleranordnungen auf der Geraden, die senkrecht zur maximalen Ausstrahlrichtung steht.

### 3. Die technisch realisierbaren Lösungen

In diesem Abschnitt werden die technisch brauchbaren Strahlergruppen mit nebenmaximalfreier Horizontalstrahlung behandelt.

Unter allen Strahlergruppen mit ein und derselben Strahlungsverteilung werden jene mit einem *Minimum* an Einzelstrahlern schon aus Gründen der Speisung den Vorzug aufweisen. Gleichzeitig wird ihr *Wirkungsgrad* optimal sein, weil mit steigender Strahlerzahl die Energieverluste durch gegenseitige Kompensation unerwünschter Ausstrahlung ansteigen. Als Wirkungsgrad wird das prozentuelle reziproke Verhältnis der Summe aller Stromamplituden definiert:

$$\mu = \frac{100}{\sum_\nu p_\nu} [\%].$$

Wenn z. B. zur Lösung des Gleichungssystems (13) die Werte  $x_\nu$ ,  $\psi_\nu$ , und  $\delta_\nu$  vorbestimmt werden, so dass ein lineares Gleichungssystem in  $p_\nu$  vorliegt, das jetzt allerdings aus  $\nu = 1, 2, \dots, N$  Strahlervierlingen, also aus  $V = 4N$  Einzelstrahlern besteht, dann sinkt der Wirkungsgrad nicht nur wegen der grösseren Anzahl der zu speisenden Strahler, sondern für jeden Einzelstrahler errechnen sich bereits relativ hohe Stromamplituden. Diese Lösungen sind technisch auch deshalb unbrauchbar, weil geringste Abweichungen von den errechneten Werten sofort Nebenmaxima erzeugen. Dagegen vermindert sich diese Anfälligkeit, je grösser der Wirkungsgrad ist, d. h. je kleiner die Strahlerzahl und deren Stromamplituden sind.

Kleine Werte für  $p_\nu$  erhalten wir aus dem Gleichungssystem (13) aber nur dann, wenn

- a) die Abstände der Strahlervierlinge vom Koordinatenursprung so gewählt werden, dass für alle  $n = 1, 2, \dots, N$  und  $\nu = 1, 2, \dots, V/4$  der Ausdruck  $\sum_\nu \alpha_{\nu n}$ , d. h.  $\sum_\nu J_n(x_\nu)$  möglichst gross wird, wobei nach Gl. (14) die obere Schranke  $x_N$  für alle  $x_\nu$  zu beachten ist,
- b)  $\beta_{\nu n} \gamma_{\nu n} > 0$ , was für  $\delta_\nu \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  und den Winkelbereich nach Gl. (4) der Fall ist.

Diese Bedingungen a) und b) ergeben einen streifenförmigen und senkrecht zur Ausstrahlrichtung orientierten Bereich von einer durchschnittlichen Breite von  $2\lambda/\pi$  (Fig. 3), wo die Einzelstrahler technisch brauchbarer Lösungen liegen müssen.

Während die eben vorgenommene Begrenzung *minimale Stromamplituden* sichert, wird unter Berücksichtigung dieser Nebenbedingungen eine *minimale Strahlerzahl* erwartet werden dürfen, wenn zur Auflösung des Gleichungssystems (13) alle Grössen  $x_\nu$ ,  $\psi_\nu$ ,  $p_\nu$  und  $\delta_\nu$  als Unbekannte angesehen werden.

Zunächst können für den Fall, dass noch die Lagekoordinaten der Strahlervierlinge gegeben sind, zwei unabhängige Gleichungssysteme abgeleitet werden. Wenn nämlich für

$$\begin{aligned} p_\nu \gamma_{\nu, 2(k-1)} &= (-1)^{k-1} p_\nu \cos \delta_\nu = (-1)^{k-1} \xi_\nu \\ p_\nu \gamma_{\nu, 2k-1} &= (-1)^{k-1} p_\nu \sin \delta_\nu = (-1)^{k-1} \eta_\nu \end{aligned}$$

substituiert wird, dann transformiert sich damit das Gleichungssystem (13) immer in zwei Systeme in  $\xi_\nu$  und  $\eta_\nu$ :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\nu=1}^{V/4} \alpha_{\nu, 2(k-1)} |\beta_{\nu, 2(k-1)}| \xi_\nu &= a_{2(k-1)} \\ \sum_{\nu=1}^{V/4} \alpha_{\nu, 2k-1} |\beta_{\nu, 2k-1}| \eta_\nu &= a_{2k-1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

mit  $k = 1, 2, \dots, N/2$  und  $V = 2N$  Einzelstrahlern. Aus  $\xi_\nu$  und  $\eta_\nu$  folgen nach Rücksubstitution

$$\xi_\nu^2 + \eta_\nu^2 = p_\nu \quad \text{und} \quad \frac{\eta_\nu}{\xi_\nu} = \text{tg } \delta_\nu$$

die Grössen  $p_\nu$  und  $\delta_\nu$ .

Jenes Lösungsverfahren, das schliesslich auch die grundsätzlich freie Wahl der Lagekoordinaten berücksichtigt, beginnt mit der Festlegung der vier Grössen  $x_1$ ,  $\psi_1$ ,  $p_1$  und  $\delta_1$  des ersten Strahlervierlings aus den je beiden letzten Gleichungen der Gleichungssysteme (15), die ausgeschrieben die Form

$$\begin{aligned} 8J_{N-2}(x_1) \cos(N-2)\psi_1 \cdot \xi_1 &= a_{N-2} \\ 8J_N(x_1) \cos N\psi_1 \cdot \xi_1 &= a_N \\ 8J_{N-3}(x_1) \cos(N-3)\psi_1 \cdot \eta_1 &= a_{N-3} \\ 8J_{N-1}(x_1) \cos(N-1)\psi_1 \cdot \eta_1 &= a_{N-1} \end{aligned}$$

annehmen. Der Wert  $N$  ist hier als gerade Zahl angenommen. Sollte  $N$  eine ungerade Zahl sein, dann

sind die  $\eta_1$ -Werte und die  $\xi_1$ -Werte einfach gegenseitig auszutauschen.

Diese vier Gleichungen sind reduzierbar auf die beiden Gleichungen in  $\psi_1$  und  $x_1$ :

$$\frac{\cos(N-2)\psi_1}{\cos N\psi_1} = \frac{a_{N-2} J_N(x_1)}{a_N J_{N-2}(x_1)}$$

$$\frac{\cos(N-3)\psi_1}{\cos(N-1)\psi_1} = \frac{a_{N-3} J_{N-1}(x_1)}{a_{N-1} J_{N-3}(x_1)}$$

Die graphische Analyse dieser Gleichungen zeigt sofort, welche Wertepaare  $(x_1, \psi_1)$  in Frage kommen, damit die beiden Gleichungen wenigstens mit grösstmöglicher Annäherung befriedigt sind. Daraus ergibt sich für

$$\xi_1 = \frac{a_{N-2}}{8 J_{N-2}(x_1) \cos(N-2)\psi_1}$$

$$\eta_1 = \frac{a_{N-3}}{8 J_{N-3}(x_1) \cos(N-3)\psi_1}$$

Auf diese Weise ist der erste Strahlervierling so festgelegt, dass seine Werte  $x_1, \psi_1, \xi_1$  und  $\eta_1$  den letzten vier Koeffizienten  $a_N, a_{N-1}, a_{N-2}$  und  $a_{N-3}$  des Gleichungssystems (13) entsprechen. Wenn man nun von allen übrigen Koeffizienten die zugehörigen Beiträge des ersten Strahlervierlings subtrahiert:

$$a_{2(k-1)} - 8 J_{2(k-1)}(x_1) \cos 2(k-1)\psi_1 \cdot \xi_1 = a_{2(k-1),1}$$

$$a_{2k-1} - 8 J_{2k-1}(x_1) \cos(2k-1)\psi_1 \cdot \eta_1 = a_{2k-1,1}$$

mit  $k = 1, 2, \dots, (N-4)/2$ ,

dann reduzieren sich die Gln. (15) zu:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{v=2}^{V/4} \alpha_{v, 2(k-1)} |\beta_{v, 2(k-1)}| \xi_v &= a_{2(k-1),1} \\ \sum_{v=2}^{V/4} \alpha_{v, 2k-1} |\beta_{v, 2k-1}| \eta_v &= a_{2k-1,1} \end{aligned} \right\} (16)$$

mit  $k = 1, 2, \dots, (N-4)/2$

Aus diesen Gleichungssystemen werden die räumlichen und elektrischen Werte des zweiten Strahlervierlings im Prinzip genau so bestimmt, wie es mit den Werten des ersten Vierlings aus den Gln. (15) geschah. Wenn nämlich das Wertepaar  $x_2$  und  $\psi_2$  des zweiten Vierlings in jenem durch die Formeln (3) und (4) begrenzten Bereich mit  $N-4$  statt  $N$  liegt, dann ist wegen der Beziehung (14) sein Beitrag zu den Werten  $a_N, a_{N-1}, a_{N-2}$  und  $a_{N-3}$  (die gerade vorhin zur Festlegung des ersten Vierlings dienten) verschwindend klein und in erster Näherung zu vernachlässigen. Wird dieses Verfahren fortgesetzt angewendet, so wird schliesslich mit der Bestimmung aller Unbekannten der im allgemeinen  $V=N$  Einzelstrahler die gestellte Aufgabe in erster Näherung und für die Praxis mit in der Regel hinreichender Genauigkeit gelöst. Wenn diese Werte noch zu ungenau sein sollten, dann folgen daraus nach wiederholter Anwendung der Newtonschen Methode immer weitere Näherungswerte, die sich schliesslich beliebig wenig von der exakten Lösung unterscheiden werden.

#### 4. Zwei Zahlenbeispiele

Zum Abschluss sollen hier noch die ersten Näherungswerte zweier Strahlergruppen angegeben werden, die nach dem Lösungsverfahren im Anschluss an die Gln. (15) berechnet wurden.

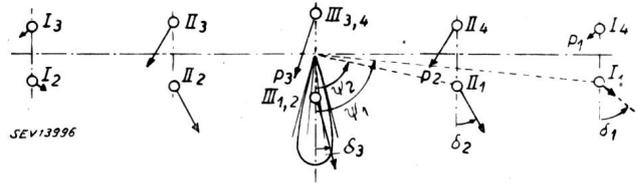


Fig. 6  
Nebenzündelfreie Richtstrahleranordnung mit der Kennlinie  $f(\psi) = (1 - \psi^2)^{15/2}$

Beim ersten Beispiel wurde für die Ausstrahlwinkel

$$\psi_A = \left\{ \begin{array}{l} 90^\circ \\ 72^\circ \\ 57,3^\circ \end{array} \right\} \text{ eine Flankenausstrahlung von } \varepsilon = \left\{ \begin{array}{l} 0,07\% \\ 2,31\% \\ 11,56\% \end{array} \right\}$$

angenommen. Die Fehlertoleranz  $\delta$  wurde mit höchstens 1% festgesetzt. Damit folgt aus Gl. (9) für  $p=8$  (Fig. 5) und über Gl. (11) aus Gl. (12) für  $N=10$ . Diese Bedingungen erfüllt eine Strahlergruppe mit drei Strahlervierlingen (Fig. 6), von denen sich der dritte zu einem Strahlerpaar in der Ausstrahlrichtung reduziert. Die einzelnen Werte lauten:

$v$	$x_v$	$\psi_v$	$p_v$	$\delta_v$
1	7,5	$84^\circ$	0,0414	$46^\circ 30'$
2	3,8	$75^\circ$	0,1400	$31^\circ 10'$
3	1,1	$0^\circ$	0,0985	$25^\circ 40'$

Aus den Amplitudenwerten ergibt sich nach Gl. (13) ein Wirkungsgrad von 89,5%, während der Wirkungsgrad von nebenzündelfreien Kreisgruppenantennen in der Grössenordnung 0,1% bis 0,01% liegt.

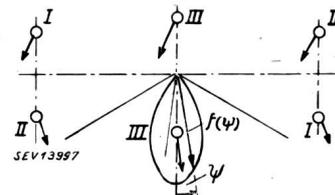


Fig. 7

Nebenzündelfreie Richtstrahleranordnung mit der Kennlinie  $f(\psi) = (1 - \psi^2)^{5/2}$

Die zweite, nach demselben Prinzip berechnete Strahlergruppe mit der Horizontalcharakteristik

$$f(\psi) = (1 - \psi^2)^{5/2}$$

besteht aus zwei Strahlervierlingen (Fig. 7), von denen sich der zweite ebenfalls zu einem Strahlerpaar reduziert:

$v$	$x_v$	$\psi_v$	$p_v$	$\delta_v$
1	3	$81^\circ$	0,218	$56^\circ 50'$
2	1,4	$0^\circ$	0,135	$23^\circ$

Der Wirkungsgrad ist 71%.

Nach Gl. (1) liefern die beiden mit  $I$  bezeichneten

Einzelstrahler in Fig. 7 eine Strahlungsverteilung

$$2 p_1 \cos[\delta_1 - x_1 \cos(\psi - \psi_1)]$$

die beiden mit II bezeichneten Strahler eine solche von

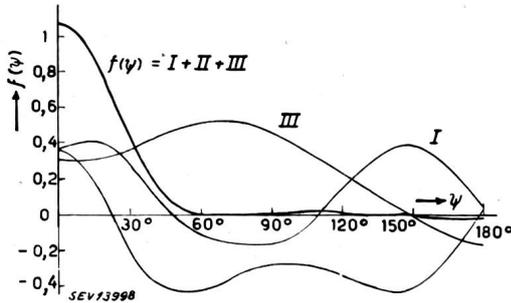


Fig. 8

Superposition der einzelnen Strahlungsverteilungen der Strahlergruppe nach Fig. 7

$$2 p_1 \cos[\delta_1 - x_1 \cos(\psi + \psi_1)]$$

und das Strahlerpaar III hat die Kennlinie

$$4 p_2 \cos[\delta_2 - x_2 \cos \psi]$$

Superponiert man diese drei Felder, dann liefert eine Kontrollrechnung die in Fig. 8 graphisch dargestellten Werte.

Daraus ist ersichtlich, dass ausserhalb des Ausstrahlwinkels die horizontale Ausstrahlung höchstens 2% der maximalen Feldstärke in der Ausstrahlrichtung beträgt. Diese Toleranz ist in der Praxis ohne weiteres zulässig und muss auch von der Theorie, wegen des Nahfeldes aller Strahlergruppen, das in der vorliegenden Ableitung unberücksichtigt blieb, in Kauf genommen werden.

Adresse des Autors:

Dr.-Ing. O. Schmidl, Bellevue, Wiesen (GR).

## Wirtschaftliche Mitteilungen — Communications de nature économique

### Verfügung Nr. 25 El

des Kriegs-Industrie- und -Arbeits-Amtes über die Verwendung von elektrischer Energie

(Verbot der Raumheizung; verschärfte Einschränkung der Warmwasserbereitung sowie der Schaufenster- und Reklamebeleuchtung; Einschränkung der Strassenbeleuchtung)

(Vom 27. Dezember 1946)

Das Kriegs-Industrie- und -Arbeits-Amt,

gestützt auf die Verfügung Nr. 20 des eidgenössischen Volkswirtschaftsdepartementes vom 23. September 1942 über einschränkende Massnahmen für die Verwendung von festen und flüssigen Kraft- und Brennstoffen sowie von Gas und elektrischer Energie (Verwendung von elektrischer Energie)<sup>1)</sup>,

verfügt:

#### I. Elektrische Raumheizung

##### Art. 1

##### Verbot der elektrischen Raumheizung

Der Verbrauch elektrischer Energie für die Raumheizung ist allgemein untersagt. Vorbehalten bleiben die Bestimmungen von Art. 2.

##### Art. 2

##### Ausnahmen

Die Verwendung eines elektrischen Einzelofens bis höchstens 5 Stunden pro Tag ist gestattet:

- bei schweren Erkrankungen;
- für Kinder unter 2 Jahren und für Personen über 65 Jahren;
- für Sprech- und Behandlungszimmer von Aerzten und Zahnärzten; jedoch in allen diesen Fällen nur, sofern kein Einzelbrennstoffofen vorhanden ist.

Elektrizitätswerke, deren Absatzgebiet über 1500 m ü. M. liegt, und deren Versorgungslage es erlaubt, können mit Ermächtigung und nach den Weisungen der Sektion für Elektrizität (Sektion) die elektrische Raumheizung in beschränktem Umfang zulassen. Den Verbrauchern wird gegebenenfalls der zulässige Energieverbrauch für Heizzwecke vom Lieferwerk mitgeteilt. Im übrigen bleiben Weisungen der Sektion über weitere Ausnahmen vorbehalten.

#### II. Warmwasserbereitung

##### Art. 3

##### Haushaltungen

a) Elektrische Warmwasserspeicher bis und mit 300 l Inhalt sowie Durchflusserhitzer jeglicher Leistung sind am Sonntag spätestens um 21.00 Uhr auszuschalten und dürfen

<sup>1)</sup> siehe Bull. SEV Bd. 33 (1942), Nr. 20, S. 551...552.

nicht vor Freitag 21.00 Uhr wieder eingeschaltet werden. In Haushaltungen mit Kindern unter 2 Jahren oder Kranken mit ärztlich verordneten Bädern darf ein Warmwasserspeicher auch von Sonntag bis Freitag eingeschaltet bleiben, doch darf warmes Wasser nur für die Kinder- oder Krankenpflege entnommen werden.

b) Elektrische Warmwasserspeicher von mehr als 300 l Inhalt: Der monatliche Verbrauch elektrischer Energie ist auf 50% des durchschnittlichen monatlichen Verbrauches im Winterhalbjahr 1944/45 einzuschränken. Bei zentralen Warmwasserversorgungsanlagen in Mehrfamilienhäusern ist die Hausverwaltung für die Erzielung der Einsparung verantwortlich. Sie verfügt geeignete Massnahmen, die für die angeschlossenen Verbraucher verbindlich sind.

c) Warmwasserversorgungsanlagen, die auch mit festen oder flüssigen Brennstoffen betrieben werden können: Der Verbrauch elektrischer Energie ist untersagt. An Stelle der elektrischen Energie erhalten solche Anlagen eine Zuteilung an Brennstoffen.

Für Warmwasserversorgungsanlagen mit einer Anschlussleistung von mehr als 250 kW sind die Weisungen der Sektion über die Energieabgabe an Elektrokessel massgebend.

##### Art. 4

Kollektive Haushaltungen (Spitäler, Anstalten, Hotels, Gaststätten, Pensionen usw.), Verwaltungen, Bureaux, Verkaufsläden

a) Abonnenten mit einem monatlichen Energieverbrauch für die Warmwasserbereitung bis 500 kWh haben ihre Anlagen am Sonntag spätestens um 21.00 Uhr auszuschalten und dürfen sie nicht vor Freitag 21.00 Uhr wieder einschalten.

b) Abonnenten mit einem monatlichen Energieverbrauch für die Warmwasserbereitung von mehr als 500 kWh: Der monatliche Verbrauch elektrischer Energie ist auf 70% des durchschnittlichen monatlichen Verbrauches im Winterhalbjahr 1944/45 einzuschränken.

c) Warmwasserversorgungsanlagen, die auch mit festen oder flüssigen Brennstoffen betrieben werden können: Der Verbrauch elektrischer Energie ist untersagt. An Stelle der elektrischen Energie erhalten solche Anlagen eine Zuteilung an Brennstoffen.