

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 48 (1957)  
**Heft:** 14

**Artikel:** Einfluss der Biegefestigkeit der Seile auf Durchhang und Festigkeit von Freileitungen  
**Autor:** Kohler, K.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060614>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

GEMEINSAMES PUBLIKATIONSORGAN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS (SEV) UND  
DES VERBANDES SCHWEIZERISCHER ELEKTRIZITÄTSWERKE (VSE)

## Einfluss der Biegesteifigkeit der Seile auf Durchhang und Festigkeit von Freileitungen

Von K. Kohler, Karlsruhe

671.315.1.056.1

*Die Arbeit geht von der Annahme aus, dass die Gleichgewichtslinie biegesteifer Leiter in ausreichender Näherung derjenigen vollschmiegsamer Seile entspricht. Durch Vergleich der beteiligten Energien bzw. Formänderungsarbeiten eines Seiles beim gedachten Übergang von dem einen in den andern Zustand gelingt die Bestimmung des Durchhangsunterschieds und damit die Erfassung der Biegesteifigkeit.*

*L'auteur part de la supposition que la figure d'équilibre de conducteurs câblés rigides correspond d'une façon suffisamment rapprochée à celle de conducteurs câblés absolument souples. En comparant les énergies ou travaux qui participent à la déformation d'un conducteur câblé, lors du passage d'un état à un autre, il est possible de déterminer la différence des flèches et, par conséquent, d'obtenir des indications sur la rigidité des conducteurs.*

Die üblichen Freileitungsseile weichen nicht nur wegen ihres elastischen Verhaltens, sondern auch wegen der stets vorhandenen Biegesteifigkeit von den mechanischen Voraussetzungen ab, für welche die Kettenlinie die Gleichgewichtslage kennzeichnet. Inzwischen konnte gezeigt werden, dass die Auswirkung der Seilelastizität im Bereich des Freileitungsbaues verschwindend klein ist [1]<sup>1)</sup>.

Es ist naheliegend, die Biegesteifigkeit über die Differentialgleichung der elastischen Linie im Sinne der Balkenstatik zu erfassen. M. Tolle [2] hat diese Aufgabe für biegesteife Stäbe gleichbleibenden Querschnittes bei vorhandener Längskraft in ansprechender Weise gelöst, d. h. die Gleichung der elastischen Linie entwickelt und die Spannungen in den Lagern und im Tiefpunkt angegeben. Den besonderen Verhältnissen bei Freileitungen dürfte diese Lösung nicht ganz entsprechen, da die zum Vergleich stehende aus der Seilstatik abgeleitete Kettenlinie genaue Tangentenbedingungen verwendet, während sich die Differentialgleichung der elastischen Linie allein auf dem zweiten Differentialquotienten der Seilkurve unter Verzicht auf den in dem genauen Krümmungsmass enthaltenen Einfluss des ersten Differentialquotienten aufbaut. Es ist nicht auszuschliessen, dass diese Ungleichheit in den Voraussetzungen beider Lösungen eine grössere Abweichung bedingt, als der zu untersuchende Einfluss der Seilsteifigkeit allein.

Geht man bei der Überprüfung von der Gleichgewichtslage des biegesteifen Seiles aus, dann ist eine Unbestimmtheit des Problems vorhanden, die praktisch nicht beseitigt werden kann. Irgend eine Seillage muss bekannt sein, bei welcher in allen Teilen keine Biegespannung mehr vorhanden ist. Man könnte dies theoretisch durch eine Ortsfunk-

tion berücksichtigen; diese bleibt aber unbestimmbar und sicher von Fall zu Fall verschieden. Diese Ungewissheit ist notwendigerweise durch eine hypothetische Annahme zu ersetzen; die einfachste ist, dass das geradlinig etwa am Boden ausgelegte Seil spannungsfrei sei. Die damit erzielbaren Lösungen lassen dann Vergleiche für abweichende Voraussetzungen zu. In ähnlichem Sinne möge vereinfachend festgelegt werden, dass die einzelnen Drähte bzw. Lagen im Seilquerschnitt infolge ihrer Reibung gegeneinander unverschieblich sind. Unbedeutend ist bei Seilen die Biegespannung in den Aufhängepunkten, da sich diese durch ungefährliche plastische Verformungen selbst beseitigen oder beseitigt werden können.

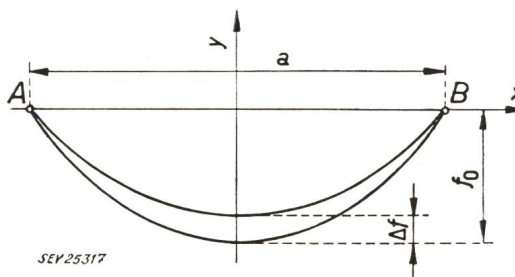


Fig. 1

Zur Einordnung der Seilkurve in das Koordinatensystem  
 $AB = a$  Waagrechtspannweite;  $f_0$  Ausgangsdurchhang;  
 $\Delta f$  Durchhangsänderung

Hat nun ein biegesteifes elastisches Seil bei einer Spannweite  $a$  gemäss Fig. 1 einen Durchhang  $f_0$ , dann ist die Aufgabe gelöst, wenn man eine Nachbarlage eines Seiles gleicher Gewichtsverteilung, jedoch ohne Biegesteifigkeit angeben kann. Diese Lagenänderung lässt sich aber über den Energiesatz der Mechanik bestimmen. Denkt man sich den Übergang von der einen in die andere Lage bei ein und

<sup>1)</sup> siehe Literaturverzeichnis am Schluss des Aufsatzes.

demselben Seil mit festgehaltenen Endpunkten allein durch den Wegfall der Biegesteifigkeit, dann wird dem System weder Arbeit zugeführt noch entnommen, d. h. der Energieinhalt kann sich bei diesem gedachten Vorgang nicht ändern, bzw. dem Wegfall der Biegeenergie muss eine gleichgrosse Energiezunahme der reinen Lage und der Längsspannung zusammen entsprechen. Für die Seillagen können hiebei in üblicher Näherung Parabeln zweiter Ordnung und für die Seillängen die Spannweiten verwendet werden; die unbedeutenden Abweichungen liessen sich falls erforderlich mindestens iterativ erfassen.

Unter Verwendung der Hypothese von *Bernoulli* und der genauen Beziehung für die Kurvenkrümmung [ $1/\varrho = y''/(1 + y'^2)^{3/2}$ ,  $\varrho$  Krümmungsradius] erhält man für das im Seilelement  $ds$  wirksame Biegemoment die Gleichung

$$M = EJ y'' / (1 + y'^2)^{3/2}$$

( $E$  Elastizitätsmodul des Seilbaustoffes und  $J$  Trägheitsmoment des Seilquerschnittes)

Die infinitesimale Formänderungsarbeit bei der Biegung dieses Elements aus dem linearen Zustand heraus ist aber  $dE_b = M^2 ds / 2 EJ$ ; damit wird aber die im biegeungssteifen Seil aufgespeicherte Biegeenergie:

$$E_b = \frac{1}{2 EJ} \int_{(a)} M^2 ds = \frac{1}{2} EJ \int_{(a)} \frac{y''^2}{(1 + y'^2)^3} ds = \frac{1}{2} EJ \int_{(a)} \frac{y''^2}{(1 + y'^2)^{5/2}} dx \quad (1)$$

Die Gleichung der Ausgangsparabel lautet

$$y = f_0 [x^2 - (a/2)^2] / (a/2)^2 \text{ mit } y'' = 2 [f_0 / (a/2)^2].$$

In gut abschätzbarer und zulässiger Näherung lässt sich der Nenner des Integrals der Gl. (1) durch 1 ersetzen und man erhält:

$$E_b = 2 EJ \left[ \frac{f_0}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \right]^2 \int_{(a)} dx = 2 EJ a \left[ \frac{f_0}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \right]^2 \quad (2)$$

Mit dem Längeneinheitsgewicht  $g$  bzw. dem Gewicht  $G = g a$  des ganzen Seils ist die Zunahme der Lagenenergie

$$\Delta E_p = -\frac{2}{3} g a \Delta f \quad (3)$$

weil der Schwerpunkt eines flachen Parabelbogens nach Fig. 2 in einer Entfernung von  $2f/3$  auf der Symmetrieachse unterhalb der Sehne  $AB$ ) angenommen werden kann.

Die Zunahme der Längsspannung im tiefsten Punkt beim gedachten Übergang vom biegeungssteifen auf das rein elastische Seil sei  $\Delta\sigma$  und die gesamte Spannung vor bzw. nach der Formänderung

<sup>3)</sup> Diese Beziehung gilt näherungsweise; sie ergibt sich durch den üblichen Ansatz für Linienschwerpunkte, wenn man das Bogenelement  $\sqrt{1 + y'^2} dx = (1 + y'^2/2) dx$  setzt.

seien  $\sigma_0$  bzw.  $\sigma = (\sigma_0 + \Delta\sigma)$ . Nach der bekannten Beziehung für den Durchhang der Seilparabel ist dann

$$\sigma = (\sigma_0 + \Delta\sigma) = \frac{a^2 \gamma}{8 f} = \frac{a^2 \gamma}{8 f_0 (1 + \Delta f / f_0)} \approx \frac{a^2 \gamma}{8 f_0} \left( 1 - \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (4)$$

( $\gamma$  bezogenes Seilgewicht)

Die angewandte Näherung hat zur Voraussetzung, dass  $|\Delta f / f_0| \ll 1$ , bzw.  $|\Delta f| \ll f_0$  ist, was sich später in hohem Masse als zutreffend erweisen wird. Wegen der zu erwartenden sehr kleinen Durchhangsänderung  $\Delta f$  kann ferner angenommen wer-

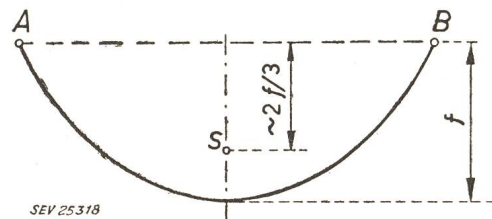


Fig. 2  
Zur Lage des Schwerpunktes der Seilparabel  
 $AB = a$  Waagrechtspannweite;  $S$  Schwerpunkt;  $f$  Durchhang

den, dass die Verteilung der Längsspannung am biegeungssteifen Seil in gleicher Weise wie beim elastischen aus den Tangentenrichtungen bestimmt werden kann, und dass zwischen Durchhang und Spannung in beiden Fällen die analoge Beziehung gilt; es ist dann

$$\sigma_0 = \frac{a^2 \gamma}{8 f_0} \quad (5)$$

und mit Gl. (4)

$$\Delta\sigma = -\sigma_0 \frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{a^2 \gamma}{8 f_0^2} \Delta f \quad (6)$$

Ein im Tiefstpunkt mit  $\sigma$  gespanntes Seil mit dem Querschnitt  $A$  hat im Element  $ds$  die Spannung

$$\sigma_x = \sigma \sqrt{1 + y'^2}$$

und die aufgespeicherte Formänderungsarbeit

$$dE_s = \sigma_x^2 A ds / 2E = \sigma^2 (1 + y'^2)^{3/2} A dx / 2E$$

Die Längsspannungsenergie im ganzen Feld ist dann

$$E_s = \frac{\sigma^2 A}{2E} \int_{(a)} (1 + y'^2)^{3/2} dx \quad (7)$$

Setzt man den Integrand mit der früheren Begründung wieder gleich 1, dann ergibt sich die Spannungsenergie im Feld zu  $E_s = \sigma^2 A a / 2E$  und der Energieunterschied der beiden miteinander zu vergleichenden Seillagen zu

$$\Delta E_s = a A [(\sigma_0 + \Delta\sigma)^2 - \sigma_0^2] / 2E$$

Wegen  $\Delta\sigma \ll 2\sigma_0$  und der damit möglichen Vernachlässigung des Gliedes  $\Delta\sigma^2$  erhält man schliesslich

$$\Delta E_s = \frac{a A \sigma_0}{E} \Delta \sigma = -\frac{A}{E} \cdot \frac{a}{f_0} \left( \frac{a^2 \gamma}{8 f_0} \right)^2 \Delta f =$$

$$= \frac{1}{4} g a \frac{\gamma}{E f_0} \left[ \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]^2 \Delta f \quad (8)$$

da  $A \gamma = g$

Nach dem Energiesatz muss nun sein

$$E_b = \Delta E_p + \Delta E_s \quad (9)$$

bzw.

$$2 E J a \left[ \frac{f_0}{\left( \frac{a}{2} \right)^2} \right]^2 = -\frac{2}{3} g a \cdot$$

$$\cdot \left\{ 1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{\gamma}{E f_0} \left[ \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]^2 \right\} \Delta f$$

Daraus erhält man für den gesuchten Durchhangunterschied

$$\Delta f = -\frac{3 \frac{E J}{g} \left[ \frac{f_0}{\left( \frac{a}{2} \right)^2} \right]^2}{1 + \frac{3}{8} \frac{\gamma}{E f_0} \left[ \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]^2} \quad (10)$$

Der zweite Ausdruck im Nenner der Gl. (10) ist im allgemeinen so klein, dass er gegenüber 1 vernachlässigt werden kann; aber auch sonst ist sicher

$$|\Delta f| < 3 \frac{E J}{g} \left[ \frac{f_0}{\left( \frac{a}{2} \right)^2} \right]^2 \quad (10a)$$

Der Durchhangunterschied ist also umgekehrt proportional etwa der vierten Potenz der Spannweite (Größenordnung  $10^{-2}$ ), demnach am ehesten bei kleinen Feldern feststellbar.

Es sei z. B.  $a = 50 \text{ m} = 5000 \text{ cm}$ ,  $f_0 = 100 \text{ cm}$ ,  $E = 1,3 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $g = 0,03 \text{ kg/cm}$  und  $J \approx 1 \text{ cm}^4$  (Kupfer von etwa  $300 \text{ mm}^2$  Querschnitt), dann ist  $\Delta f = 3 \cdot 1,3 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot (100/2500^2)^2 / 0,03 = 0,034 \text{ cm} = 0,34 \text{ mm}$ .

Damit erweist sich aber der Einfluss der Seilsteifigkeit auf die Seilkurvenform als so klein, dass er jedenfalls bei Freileitungen überhaupt nicht gemessen werden kann. Gegen die uneingeschränkte Anwendung der Kettenlinie vollschmiegsamer Leiter bestehen dann aber von dieser Seite aus keinerlei Bedenken.

Es verbleibt noch die Zusatzbiegespannung mit ihrem Höchstwert im Tiefpunkt der Parabel zu bestimmen. Ausreichend genau ist hier unter Beachtung der Gl. (5) und Verwendung des Parameters  $p$  der Seilkurve

$$p = \frac{\sigma_0}{\gamma} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{a}{2} \right)^2 \quad (11)$$

das Biegemoment

$$M = E J y''(0) = \frac{E J}{p} \quad (12)$$

und die Biegespannung

$$\sigma_b = \frac{M}{w_b} = \frac{M}{J} = \frac{r E}{p} \quad (13)$$

( $w_b$  Widerstandsmoment gegen Biegung,  $r$  Radius des Querschnittes)

Im zuvor behandelten Beispiel erhält man mit  $r = 1 \text{ cm}$  und  $p = 3,125 \cdot 10^4 \text{ cm}$  ein  $\sigma_b$  von  $1 \cdot 1,3 \cdot 10^6 / 3,125 \cdot 10^4 = 41,6 \text{ kg/cm}^2 = 0,416 \text{ kg/mm}^2$  und damit ein Ergebnis, das weniger übersehen werden darf, als der Einfluss auf die Seilkurvenform.

**Literatur**

- [1] Kohler, K.: Die Gleichgewichtslinie des elastischen vollschmiegsamen Seils. Stahlbau Bd. 26(1957), Nr. 3, S. 89.
- [2] Tolle, M.: Die steife Kettenlinie. Z. VDI Bd. 41(1897), S. 855.

Adresse des Autors:

PD Dr. K. Kohler, Putlitzstrasse 8, Karlsruhe (Baden) (Deutschland).

## Einsattelung der Drehmomentkurve von Synchronmotoren beim asynchronen Anlauf

Von K. P. Kovács und S. Rác, Budapest

621.313.323

Die als Asynchronmotor angelassenen Synchronmotoren weisen in der Umgebung der halben Synchronzahl infolge der Asymmetrie des Läufers Unregelmäßigkeiten im Verlauf des Drehmomentes auf, die darin bestehen, dass im asynchronen Beschleunigungsmoment etwas unter der halben Drehzahl ein plötzlicher Drehmomentanstieg, über der halben Drehzahl aber ein Drehmomentabfall auftritt. Das im Aufsatz beschriebene einfache graphische Verfahren ermöglicht die Bestimmung des beim Anlassen in der Umgebung der halben Drehzahl zu erwartenden kleinsten Drehmomentwertes.

Les moteurs synchrones démarrés en asynchrones présentent des irrégularités de couple pendant la marche, aux environs de la moitié de la vitesse de rotation synchrone, par suite de l'asymétrie du rotor. Ces irrégularités sont constituées, pendant l'accélération du couple asynchrone et pour une vitesse de rotation légèrement inférieure à la moitié de la vitesse synchrone, par un brusque accroissement du couple; pour une vitesse légèrement supérieure, par un décroissement du couple. Le simple procédé graphique décrit dans cet article permet de déterminer la plus petite valeur du couple à prévoir lors du démarrage aux environs de la moitié de la vitesse de rotation synchrone.

**Benützte Buchstabensymbole**

$a, b, c$  Bezeichnung der Phasen  
 $f$  Frequenz

$f_N$  Netzfrequenz  
 $I, i$  Statorstrom;  $I_1$  bzw.  $I_2$  Mit- bzw. Gegenkomponente;  $I_d$  bzw.  $I_q$  ( $i_d$  bzw.  $i_q$ ) Längs-