Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 53 (1962)

Heft: 21

Artikel: Anwendung der Methode der mehrfachen Regression für die Analyse von Belastungskurven [Fortsetzung]

Autor: Védère, Elie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916986

Anwendung der Methode der mehrfachen Regression für die Analyse von Belastungskurven

Von *Elie Védère*, Paris

(Fortsetzung aus Nr. 19, S. 924 und Nr. 20, S. 961)

2.142. Der Kunstgriff, die Zahl der Gleichungen dadurch zu erhöhen, dass in jeder Zone die Messungen q mal wiederholt werden, ist sehr umstritten[10]).

In der Tat wird dadurch die Zahl der Gleichungen nicht erhöht (sie wird nicht mit q multipliziert).

Nur zwei Verfahren sind in diesem Falle möglich:

— Entweder werden die Durchschnitte die q Messreihen gebildet, und die Analyse wird dann auf Grund der N ursprünglichen Gleichungen (je eine pro Zone) durchgeführt;

— Oder es werden q verschiedene Analysen durchgeführt, und die Resultate werden einander gegenübergestellt.

Diese zweite Methode ist sicher die beste, weil sie durch Vergleich der Streuungen festzustellen erlaubt, ob die q Beobachtungsreihen gleichwertig sind.

Es ist daher zu beachten, dass die direkten Ergebnisse nur eine Schätzung dieser Streuungen erlauben.

So wird man dazu kommen, die Streuungen der q Beobachtungsreihen mit Hilfe von zwei klassischen Prüfverfahren (welche voraussetzen, dass die Stichproben einer normalverteilten Grundgesamtheit entnommen sind) zu vergleichen: es sind dies der Homogenitäts-Test von Bartlett[11]) und das Kriterium von Neyman und Pearson. Angesichts ihrer Bedeutung sollen diese Prüfverfahren nachstehend kurz beschrieben werden:

Homogenitäts-Test von Bartlett:

Bartlett hat bewiesen, dass die Gleichheit der Streuungen gegeben ist, wenn die Grösse

$$\frac{1}{C}\left[\nu \log_e s^2 - \Sigma \nu_i \cdot \log_e s_i^2\right]$$

ungefähr wie χ^2, mit $q - 1$ Freiheitsgrade, verteilt ist. Dabei ist s^2 der gewichtete Durchschnitt der Streuungen der q Stichproben.

$$s^2 = \frac{1}{\nu} \Sigma \nu_i s_i^2$$

ν die Zahl der Freiheitsgrade und

$$C = 1 + \frac{1}{3(q-1)}\left[\Sigma \frac{1}{\nu_i} - \frac{1}{\nu}\right]$$

Wahrscheinlichkeitskriterium von Neyman und Pearson: Der von Neyman und Pearson vorgeschlagene Test basiert auf der Verteilung von

$$L_1 = \frac{(s_1^2 \cdot s_2^2 \dots s_q^2)^{\frac{1}{q}}}{\frac{1}{q}(s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_q^2)}$$

L_1 kann nur dann gleich 1 sein, wenn:

$$s_1^2 = s_2^2 = \dots = s_q^2.$$

Wenn diese Gleichungen nicht erfüllt sind, so ist L_1 um so kleiner, je stärker die Streuungen voneinander verschieden sind.

Die Lehrbücher enthalten Tafeln mit den Werten von L_1 für verschiedene Wahrscheinlichkeiten P.

2.15. e) *Konstantes Glied in der Regressionsgleichung*

Bei der Aufstellung der normalen Regressionsgleichung haben wir ein konstantes Glied a eingeführt (s. unter 0.27), das nichts anderes ist als eine Komponente Y_0. Diese Komponente kann aber oft physikalisch nicht erklärt werden (das ist im allgemeinen der Fall bei der Zerlegung von Belastungen oder Verbrauchszahlen nach Abonnentenkategorien), so dass der Eindruck erweckt wird, es sei zweckmässiger, bei der Analyse das konstante Glied wegzulassen.

Abgesehen von den Fällen, wo das konstante Glied erklärlich ist (die also keine Schwierigkeiten bieten), sind verschiedene Verfahren möglich:

2.151. *Die Gleichungen (2) werden ohne konstantes Glied geschrieben*

Die normale Regressionsgleichung lautet dann:

$$(2') \quad Y_p = b_1 X_{1p} + b_2 X_{2p} + \dots + b_n X_{np}.$$

Die so berechneten Werte von $b_1, b_2 \dots b_n$ gestatten aber nicht mehr zu schreiben:

$$\Sigma Y_p = b_1 \Sigma X_{1p} + b_2 \Sigma X_{2p} + \dots + b_n \Sigma X_{np}$$

während es bei Vorhandensein eines konstanten Gliedes a immer möglich ist, die durch die Beziehung (4) (s. unter 0.25 — 0.27) streng definierte Zerlegung zu finden.

Die Schwierigkeit ist gross, wenn die Abweichung zwischen $b_1 \Sigma X_{1p} + \dots + b_n \Sigma X_{np}$ relativ stark ist; die Lösung ohne konstantes Glied führt dann in eine Sackgasse.

Aber auch, wenn die Abweichung klein ist, kann über die Zuverlässlichkeit des Resultates ein Zweifel bestehen.

Trotzdem werden viele Untersuchungen ohne konstantes Glied durchgeführt.

2.152. *Die Gleichungen werden mit einem konstanten Glied «a» geschrieben und es wird geprüft, ob es wirklich vernachlässigbar ist*

[10]) Siehe Beilage II von *Th. Franck*.
[11]) Besonders von *Th. Franck* empfohlen.

Die Schwierigkeit besteht darin, dass der berechnete Wert «a» eine Schätzung des unbekannten, wirklichen Wertes ist. Der wirkliche Wert kann gross sein und der gerechnete klein und umgekehrt. Zur Prüfung der wirklichen Grösse des konstanten Gliedes bedient man sich klassischer Methoden.

Diese Prüfung wird insbesondere dadurch erleichtert, dass man mit den gleichen unabhängigen Variablen mehrere Regressionsanalysen durchführt (z. B. die Analyse einer Belastungskurve zu verschiedenen Tageszeiten). In diesem Falle kann man statistisch untersuchen, ob das konstante Glied effektiv vernachlässigbar ist: zu diesem Zweck können verschiedene Verfahren angewendet werden, vor allem der t-Test (reduzierte Abweichung), mit welchem geprüft wird, ob sich die Abweichungen der konstanten Glieder (berechnet für die verschiedenen Tageszeiten) von Null in die t-Verteilung von «Stutend»[12]) einfügen. Wenn «a» sich als vernachlässigbar erweist, so darf bedenkenlos die Analyse ohne konstantes Glied durchgeführt werden.

2.153. Als letztes Verfahren: *Ausscheidung des konstanten Gliedes*

Dies ist die Methode, die logischerweise verwendet werden soll, wenn das Glied «a» nicht vernachlässigbar ist. Diese Ausscheidung kann mit Hilfe des nachstehend erläuterten «Lagrange-Multiplikators» erfolgen[13]).

Ausscheidung des konstanten Gliedes mit Hilfe des Lagrange-Multiplikators.

Dieses Verfahren besteht darin, die Regressionskoeffizienten $b_1, b_2, \ldots b_n$ mit Hilfe der normalen Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen, jedoch mit der zusätzlichen Bedingung

$$\Sigma Y_p = b_1 \Sigma X_{1p} + \ldots + b_n \Sigma X_{np}. \qquad (7)$$

Betrachten wir wieder die normalen Gleichungen (4) (s. unter 0.25).

Wenn $a = 0$ gesetzt wird, so verschwindet die erste dieser normalen Gleichungen und es bleiben:

$$\begin{aligned} b_1 \Sigma X_1^2 + b_2 \Sigma X_1 X_2 + \ldots &= \Sigma X_1 Y \\ b_1 \Sigma X_1 X_2 + b_2 \Sigma X_2^2 + \ldots &= \Sigma X_2 Y \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \end{aligned} \qquad (4')$$

Das sind n Gleichungen mit n Unbekannten $b_1, b_2, \ldots b_n$.

Die erste der Gleichungen (4) war aber gerade diejenige, die die Zerlegung in genaue Glieder (wovon das konstante Glied) festlegte.

Diese erste Gleichung kann nun durch die Gleichung (7) (ohne konstantes Glied) ersetzt werden, wenn der unbestimmte Lagrange-Multiplikator λ in nachstehender Form eingeführt wird, wodurch wieder ein System von $n + 1$ Gleichungen mit $n + 1$ Unbekannten $\lambda\, b_1, b_2, \ldots b_n$ entsteht.

$$\left.\begin{aligned} b_1 \Sigma X_1 + b_2 \Sigma X_2 + \ldots &= \Sigma Y \\ \lambda \Sigma X_1 + b_1 \Sigma X_1^2 + b_2 \Sigma X_1 X_2 + \ldots &= \Sigma X_1 Y \\ \lambda \Sigma X_2 + b_1 \Sigma X_1 X_2 + b_2 \Sigma X_2^2 + \ldots &= \Sigma X_2 Y \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \end{aligned}\right\} \qquad (4'')$$

Der unbestimmte Lagrange-Multiplikator λ hat selbstverständlich so wenig wie a eine physikalische Bedeutung; er erscheint aber nicht mehr in der Gleichung, die eine genaue physikalische Bedeutung haben muss.

2.2. B. — Prüfung der Gültigkeit der Resultate

Diese Prüfung kann durchgeführt werden in Form:

— von mathematisch-statistischen Berechnungen, die es erlauben, die durchgeführte Analyse «als solche» zu beurteilen (die beschriebenen Annahmen verlangen als solche manchmal bereits derartige Berechnungen). Diese Prüfung wollen wir als «innere theoretische Prüfung» bezeichnen;

— von Vergleichen oder Gegenüberstellungen mit anderen Resultaten; wir werden diese Prüfung als «äussere (experimentelle) Prüfung» bezeichnen.

2.21. *«Innere» (theoretische) Prüfung der Gültigkeit der Resultate*

Die mathematisch-statistischen Berechnungen erlauben, die Genauigkeit der Resultate einer mehrfachen Regressionsanalyse zu bestimmen[14]). Im Nachfolgenden sind nur die Definitionen der Gültigkeitsparameter angegeben, die in diesen Berechnungen auftreten. Für eine vollständige Studie dieses Problems empfiehlt es sich, die Fachliteratur der mathematischen Statistik zu Hilfe zu ziehen.

2.211. Zunächst seien die Symbole erwähnt (inklusive diejenigen, die hier schon verwendet wurden):

Y abhängige Variable
Y' Schätzung der abhängigen Variablen, nach Korrektur (Ausgleich)
X unabhängige Variable (Anzahl n)
N Anzahl Beobachtungen über die Y und X
YX Durchschnitte der Variablen
a konstantes Glied
b Regressionskoeffizienten

$$V_Y = \frac{\Sigma (Y - Y)^2}{N - 1} \quad \text{Streuung von } Y$$

$$V\varepsilon = \frac{\Sigma (Y - Y')^2}{N - n - 1}$$ Rest-Streuung, die auch in Funktion der Koeffizienten a und b der normalen Gleichungen ausgedrückt werden kann:

$$V\varepsilon = \frac{\Sigma Y^2 - a \Sigma Y - b_1 \Sigma X_1 Y - b_2 \Sigma X_2 Y \ldots b_n \Sigma X_n Y}{N - n - 1}$$

C_{ij} Element der Zeile i und der Kolonne j der inversen Matrix (s. unter 0.26).

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} N & \Sigma X_1 & \Sigma X_2 & \ldots \Sigma X_n \\ \Sigma X_1 & \Sigma X_1^2 & \Sigma X_1 X_2 & \ldots \Sigma X_1 X_n \\ \Sigma X_2 & \Sigma X_1 X_2 & \Sigma X_2^2 & \ldots \Sigma X_2 X_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Sigma X_n & \Sigma X_1 X_n & \Sigma X_2 X_n & \ldots \Sigma X_n^2 \end{bmatrix}^{-1}$$

Gibt es viele Variablen, so werden die C_{ij} am einfachsten als Wurzeln der $n + 1$ folgenden Gleichungen bestimmt:

	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
$C_{ij} N + C_{2j} \Sigma X_1 + C_{3j} \Sigma X_2 + \ldots =$	1	0	0	0
$C_{ij} \Sigma X_1 + C_{2j} \Sigma X_1^2 + C_{3j} \Sigma X_1 X_2 + \ldots =$	0	1	0	0
$C_{ij} \Sigma X_2 + C_{2j} \Sigma X_1 X_2 + C_{3j} \Sigma X_2^2 + \ldots =$	0	0	1	0
………………………………	0	0	0	1
………………………………				

2.212. Die Prüfung der Resultate, die als «innere Prüfung» bezeichnet haben, d. h. statistisch gesprochen die Prüfung der Genauigkeit der Korrektur, erfolgt auf Grund von folgenden Gültigkeitsparametern:

a) *Der mehrfache Korrelationskoeffizient* R oder dessen Quadrat R^2 (Bestimmtheitsmass B)

$$R^2 - 1 = \frac{V_\varepsilon}{V_Y}$$

b) *Die Standardabweichung* σ_Y *der Regression* wobei

$$\sigma^2{}_Y = V_\varepsilon$$

[12]) Von *A. Puromäki* vorgeschlagenes Verfahren.
[13]) Von *P. Schiller* vorgeschlagenes Verfahren.

[14]) Die Beilage III enthält als Beispiel eine solche von *G. Ott* durchgeführte Studie. Dieses Beispiel betrifft eine *Stichprobenuntersuchung*. Regressionsanalysen auf Grund von Stichproben erhalten dadurch eine zusätzliche Ungenauigkeit, weshalb die Gültigkeitskriterien nur unter Vorbehalt von besonderen Prüfungen entgegengenommen werden können.

c) *Die Standardabweichung der einzelnen Regressionskoeffizienten* wobei

$$\sigma^2{}_a = C_{11}\,V\varepsilon$$
$$\sigma^2{}_{b1} = C_{22}\,V\varepsilon$$
$$\sigma^2{}_{b2} = C_{33}\,V\varepsilon$$
....
....

wobei C_{11}, C_{22} ... die Diagonalelemente der inversen Matrix (C_{ij}) sind.

Die Standardabweichungen σ können auch in Prozenten der entsprechenden Regressionskoeffizienten ausgedrückt werden (in dieser Form sind sie am Schluss des Berichtes in der Tabelle über die Beispiele angegeben).

d) *Die Vertrauensgrenzen*

Die definierten Standardabweichungen können auch in Form von Grenzen ausgedrückt werden, innerhalb welcher der wahre Wert des geschätzten Koeffizienten sich mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit befinden wird.

Zum Beispiel liegt der wahre Wert von b_i mit einer Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}95$ innerhalb der Grenzen:

$$b_i \pm t\sigma\, b_i$$

wobei t der Tafel von «Student» als Funktion der Anzahl Freiheitsgrade entnommen werden kann.

Für $p = 0{,}95$ gibt diese Tabelle:

$N - n - 1$	∞	60	40	20	15	10	5
t	1,96	2,00	2,02	2,09	2,13	2,23	2,57

So können auch die Abweichungen $Y - Y'$ zwischen dem gemessenen und dem geschätzten Wert geprüft werden. Die Formel hiefür lautet:

$$t = \frac{Y - Y'}{\sigma_Y}$$

Es wird dann untersucht, wie die Y in bezug auf die Grenzen:

$$Y' \pm t\,\sigma_Y$$

liegen, wobei t der gewünschten Wahrscheinlichkeit und der gegebenen Anzahl Freiheitsgrade entsprechend eingesetzt wird.

2.22. b) *Äussere experimentelle Prüfung der Gültigkeit der Resultate*

Die besprochene theoretische Prüfung kann selbstverständlich zu so weiten Vertrauensgrenzen führen, dass die Resultate nicht ohne weiteres als gültig angenommen werden können. Sollen in diesem Falle die Resultate verworfen werden?

Wenn der Vergleich mit durch andere Verfahren erhaltenen Resultaten sie trotzdem als vernünftig erscheinen lässt, so gewinnen sie bedeutend an Vertrauenswürdigkeit.

Diese andern Verfahren sind meistens Experimentalverfahren. Wir finden also hier die experimentellen Methoden wieder, die unter diesen Umständen als Basismethoden betrachtet und als die sichersten und vertrauenswürdigsten angesehen werden, da sie letztinstanzlich herangezogen werden.

Ohne den Wert der mit ihrer Hilfe erhaltenen Resultate herabmindern zu wollen, glauben wir, dass sie in Anbetracht ihrer Schwerfälligkeit und Kostspieligkeit in dem Masse nur noch zu Kontrollzwecken angewendet werden sollten, wie die mathematischen Analysen Fortschritte verzeichnen.

Die experimentelle Prüfung wird aber immer noch so etwas wie letzter Richter bleiben.

Diese Prüfung wird in den meisten Fällen darin bestehen, durch stichprobenartige direkte Messungen diejenigen Komponenten zu bestimmen, deren mathematisch-analytisch gewonnene Werte am unsichersten erscheinen.

Man kann selbstverständlich auch weitere experimentelle Prüfungen durchführen, ohne damit die Untersuchung zu wiederholen: wurde die Analyse nach der mehrfachen Regression auf Grund einer Stichprobe durchgeführt, so besteht die natürlichste Prüfung darin, die erhaltenen Regressionskoeffizienten auf andere Netzteile anzuwenden und die so erhaltenen Belastungskurven mit den tatsächlichen zu vergleichen.

Schlussfolgerungen

Am Anfang dieses Berichtes war von einer geistigen Einstellung die Rede, wonach eine maximale Ausnutzung der dem Ingenieur zur Verfügung stehenden statistischen Daten angestrebt werden sollte.

Wir erachten es als selbstverständlich, dass jeder Betriebsinhaber von diesem Geiste beseelt ist. Trotzdem schreckt der Ingenieur wegen der zu überwindenden Schwierigkeiten noch allzuleicht vor der Anwendung solcher Methoden zurück, weil er sich zu wenig vorbereitet fühlt, während den Spezialisten, den Statistikern, die mit anderen Problemen beschäftigt sind, die technischen und energiewirtschaftlichen Voraussetzungen fehlen.

Ziel dieses Berichtes war, zu zeigen, dass diese Schwierigkeiten für einen Ingenieur minim sind. Gewiss verlangt die Handhabung der Gültigkeitskriterien unter Umständen Spezialkenntnisse, die vor allem dem Statistiker eigen sind. Ohne die Kenntnisse der Ingenieure über die statistischen Methoden zu unterschätzen, kann aber gesagt werden, dass die Formulierung und die Lösung der meisten Probleme mit elementaren Kenntnissen der mathematischen Statistik möglich sind.

Im gleichen Sinne — und ohne die Hilfe der elektronischen Datenverarbeitungsmaschinen zu unterschätzen, welche allein die Durchführung von Analysen mit zahlreichen Variablen ermöglichen — sei daran erinnert, dass viele Regressionsuntersuchungen einfach und ohne mechanische Hilfseinrichtungen zu lösen sind.

Die allgemeine Verwendung solcher mathematischer Untersuchungen nimmt in verschiedenen Ländern immer mehr an Bedeutung zu, vor allem in England unter dem Impuls von *P. Schiller* und in Westdeutschland unter dem Impuls von *G. Ott*. Selbstverständlich sollen die experimentellen Untersuchungen die noch für lange Zeit einen wichtigen Teil der Studien über die Belastungskurven bilden werden, nicht aufgegeben werden; aber die maximale Auswertung der dem Betriebsinhaber zur Verfügung stehenden numerischen Daten wird immer mehr und wertvollere Informationen liefern.

Schliesslich wird man auf dem Gebiet der Energiewirtschaft noch vielen weiteren Problemen begegnen, die mit Hilfe der gleichen Methode gelöst werden können: die Analyse der Belastungskurven und Verbrauchszahlen, wie wir sie in diesem Bericht dargelegt haben, wird dafür die beste Vorbereitung sein. Als letztes wollen wir einer weiteren Verbreitung des Forschungsgeistes, der der Verfahrensforschung Pate gestanden hat, das Wort sprechen.

D. : Pf.

Beilage 1

Beispiele von Analysen von Belastungskurven und Verbrauchszahlen nach der Methode der mehrfachen Regression

In jedem Falle besteht die Analyse darin, die Variable Y in Funktion der Variablen X zu zerlegen.

Land	Nr.	Jahr	untersuchte Zone: Gesamthaft	untersuchte Zone: mittels Stichprobe	Gleichungen: Anzahl	Gleichungen: Eine Gleichung pro …	Variable abhängige: Y	Variable unabhängige: X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Gültigkeitskriterien	Bemerkungen
Westdeutschland[1]	1	1957	—	Stadt Berlin Stichprobe von Haushaltungen mit Kochherd und Boiller	53	Abonnent	Belastung jedes Abonnenten von 8 Uhr bis 8.30 Uhr und von 17 Uhr bis 17.30 Uhr	Anzahl Räume der Wohnung	Anzahl Personen pro Haushaltung	—	—	—	—	8 Uhr — 8.30 Uhr R^2 = 0,78 σ_y = 44 % σ_{b1} = 84 % σ_{b2} = 120 % 16.30 Uhr — 17 Uhr R^2 = 0,80 σ_y = 134 % σ_{b1} = 290 % σ_{b2} = 83 %	Ohne konstantes Glied
	2	1956	—	Teil der Stadt Berlin Stichprobe von kleinen Industrieabnehmern	5	Abonnent	Belastung jedes Abonnenten von 7 Uhr bis 8 Uhr	Anschlusswerte: Licht	Kraft	Wärme	—	—	—	R^2 = 0,97 σ_y = 1,7 % σ_{b1} = 82 % σ_{b2} = 58 % σ_{b3} = 185 %	Ohne konstantes Glied
	3	1955	—	Stadt Berlin, Stichprobe von Industrieabonnenten bei gegebenem Tarif	110	Abonnent	Jahresverbrauch jedes Abonnenten	Anschlusswerte: Licht	Kraft	Wärme	—	—	—	R^2 = 0,93 σ_y = 44 % σ_{b1} = 19 % σ_{b2} = 14 % σ_{b3} = 16 %	Ohne konstantes Glied
	4	1956	—	Stadt Berlin, 5 Analysen auf Grund von Stichproben verschiedener Abonnentenkategorien	40 bis 60	Abonnent	Jahresverbrauch jedes Abonnenten	Anzahl Räume der Wohnung	Anzahl Personen pro Haushaltung	—	—	—	—	$0{,}84 < R^2 < 0{,}90$ $5\% < \sigma_y < 7\%$	Ohne konstantes Glied

	5	1958	—	Teil der Stadt Berlin, Stichprobe von Industrieabnehmern	—	Abonnent	Jahresverbrauch für die thermischen Anwendungen	Anlagen Schmelzen von Metallen	thermische Behandlung von Eisen	thermische Behandlung von Nichteisenmetallen	thermische Behandlung von nicht metallischen Stoffen	Infrarot Behandlung	Hochfrequenz behandlung	$R^2 = 0{,}99$ $\sigma_y = 0\,\%$	Ohne konstantes Glied
Finnland	6	1956	Stadt Helsinki	—	16	Unterwerke 100/20 kV oder 30/5 kV	Spitzenleistung des Netzes	Verbrauch Im Dezember der Industrieabnehmer mit unstetigem Bezug	der Industrieabnehmer mit stetigem Bezug	pro Jahr der Gewerbeabnehmer	Anzahl Haushaltabonnenten mit Kochherd	Anzahl Haushaltabonnenten ohne Kochherd	—	$R^2 = 0{,}97$ à $0{,}99$ $\sigma_y = 1$ à $2\,\%$ $\sigma_b = 5$ à $22\,\%$	Konstantes Glied nach t-Test eliminiert
	7	1956	Stadt Helsinki	—	16	d°	Blindleistung bei Spitzenlast	d°	d°	d°	d°	d°	—	$R^2 = 0{,}90$ à $0{,}98$ $\sigma_y = 2$ à $5\,\%$ $\sigma_b = 6$ à $235\,\%$	d°
Frankreich	8	1954	Stadt Paris grosse Industrieabnehmer in Mittelspannung	—	—	Unterwerk	Belastungskurve der Hochspannungsabonnenten	Abonnierte Leistung Licht	übrige Anwendungen	—	—	—	—	$R_2 = 0{,}55$ à $0{,}94$ $\sigma_y = 30$ à $50\,\%$ $\sigma_b = 10$ à $20\,\%$	Ohne konstantes Glied
	9	1960	—	5 Analysen von Stichproben von Haushaltabnehmern der Stadt Paris; 1 Totalstichprobe; 4 Teilstichproben nach der Anzahl Personen	573 bis 1949	Abonnent	Jahresverbrauch des Abonnenten	Anzahl Räume pro Wohnung	9 qualitative Variablen für verschiedene Anwendungen, ausser für Licht				—	$R^2 = 0{,}33$ à $0{,}55$ $\sigma_y \cong 100\,\%$	Mit konstantem Glied. Das Modell soll in Funktion dieser Analysen verbessert werden

Land	Nr.	Zahl	untersuchte Zone: Gesamthaft	untersuchte Zone: mittels Stichprobe	Gleichungen: Anzahl	Gleichungen: Eine Gleichung pro...	Variablen: abhängige Y	Variablen: unabhängige X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Gültigkeitskriterien	Bemerkungen
England[1]	10	1945	Stadt London ein Quartier	—	65	Werktag	Netzbelastung zwischen 17 Uhr und 17.30 Uhr, 20 MW	Log. der Tageshelle	Aussentemperatur	Windkraft	—	—	—	$\sigma_y = 7\%$	Mit konstantem Glied
	11	1957	Netz England und Wales	—	200	Werktag	Netzbelastung zwischen 8.30 Uhr 9 Uhr 20000 MW	Temperatur	Abkühlfähigkeit des Windes	Log. der Tageshelle	Niederschlagsindex	—	—	$\sigma_y = 1{,}4\%$	Mit konstantem Glied
	12	1955	Netz England und Wales	—	42	Elementarnetz (Sub Area u. Area Board).	Belastungskurve eines Tages mit maximaler Belastung und eines Sommertages	Jahresverbrauch: Haushalt	Gewerbe	Industrie < 1000 kW	Industrie > 1000 kW	—	—	$R^2 = 0{,}96$ à $0{,}98$	Konstantes Glied eliminiert (Lagrange-Multiplikator)
	13	1955 1956	—	3 Analysen auf Grund von Stichproben von kleinen Gewerbe-Abnehmern: Büro, kleine Industriebetriebe, Verkaufsläden	 25 90 290	Abonnement	Belastungskurve eines Abonnenten an einem Wintertag	Anschlusswert: Licht	Wärme	Verschiedenes	Kraft (Für Industrie)	—	—	—	—
	14	1959	—	Stichprobe aus den Haushaltungsabnehmern	600	Abonnent	Belastungskurve eines Abonnenten an einem Wintertag	Licht	Qualitative Variablen: Heizung in Stufe von 1kW	Kochherd	Boiler	—	—	—	Schichtung nach dem Jahresverbrauch

England[1])	15	1956	—	Stichprobe aus Gewerbeabnehmern (Ladengeschäfte)	290	Abonnent	Jahresverbrauch	Anschlusswert Licht	Wärme	Diverses	—	—	—	$R^2 = 0{,}73$	—
	16	1953	—	—	1000	Abonnent	Jahres- und Quartalsverbrauch	8 qualitative Variablen (die Anwendung «Kochherd» ist nach Wohnungsgrösse unterteilt).					—	$\sigma_b = 57$ à 390 %	Trotz dem hohen σ dürften die Resultate gültig sein
Italien	17	1954	Ein Teil des Netzes von Mailand	—	4	Unterzone	Belastungskurve des Netzes an einem Wintertag	Anschlusswerte Haushalt	Gewerbe	Industrie	—	—	—	—	Mit konstantem Glied
Schweiz	18	1955	Ein Überlandwerk	—	45	Jeder der 9/12 kV-Abgänge Messungen während 5 Tagen wiederholt	Belastungskurve an Werktagen Ende Mai	Anschlusswerte Motoren	Kochherde	andere thermische Apparate	—	—	—	$R^2 = 0{,}40$ à 0,93	Mit konstantem Glied

[1]) Was Westdeutschland und England betrifft, stellen die in dieser Tabelle angegebenen Studien nur einen Auszug aus der Gesamtheit der in diesen zwei Ländern, auf dem Gebiet der Analyse der Belastungskurven, nach der Methode der mehrfachen Regression durchgeführten Untersuchungen dar.

D. : Pf.

Adresse des Autors:
Elie Vedère, Chef du Service des Relations Commerciales, Centre de Distribution de Paris, Electricité de France, Paris.