

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 63 (1972)  
**Heft:** 11

**Artikel:** Das elektrische Feld von Polycon-Elektroden  
**Autor:** Singer, H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915698>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Das elektrische Feld von Polycon-Elektroden <sup>1)</sup>

Von H. Singer, München

621.317.329.032.2

## 1. Einleitung

Für die Ausrüstung neuer Höchstspannungs-Prüfanlagen werden in zunehmendem Masse Elektroden benötigt, die Durchmesser von mehreren Metern erreichen. Um solche Elektroden vorteilhaft herstellen und einsetzen zu können, tauchte unter der Bezeichnung «Polycon-Elektroden» in den letzten Jahren der Vorschlag auf, grosse Elektroden aus vielen Einzeltellern zusammenzusetzen. In der Zwischenzeit wurden Elektroden dieses Typs in mehreren Laboratorien erprobt, wobei sich das Konzept als erfolgreich erwiesen hat. Die Vorteile liegen auf der Hand: Polycon-Elektroden können preiswert und einfach hergestellt werden und sind ohne Schwierigkeiten zu montieren. Ausserdem werden im Gegensatz zu glattflächigen Elektroden Polycon-Elektroden in der Regel verhältnismässig leicht und lassen sich bei einer Beschädigung einfach reparieren.

Um aber Polycon-Elektroden optimal auslegen zu können, ist die Kenntnis der elektrischen Feldverteilung der zu konzipierenden Anordnung unerlässlich. Mit diesem Aufsatz soll ein Beitrag zur Feldberechnung von Polycon-Elektroden geliefert werden. Um einen Vergleich mit glattflächigen Elektroden zu erhalten, genügt es zunächst, ebene Elektroden zu berechnen, bei denen alle Teller in einer Ebene liegen. Dabei wird eine Konfiguration mit Polycon-Elektrode auf Hochspannungspotential und parallel angeordneter geerdeter Platte untersucht. Damit Randeffekte nicht in Erscheinung treten, erstreckt sich die Berechnung auf unendlich ausgedehnte Elektroden. Aus der Feldverteilung ebener Polycon-Elektroden kann auf die Feldstärken beliebig geformter Polycon-Elektroden geschlossen werden, wie in einem weiteren Abschnitt gezeigt wird.

## 2. Rechenverfahren

Die Grundlage der hier beschriebenen Rechenmethoden bildet das Ladungsverfahren, das anstelle der Ladungen auf den Elektrodenoberflächen diskretisierte Ladungen innerhalb der Elektrodenkontur verwendet [1]. Die Ladungen innerhalb der Elektroden lassen sich auf verschiedene Weise anordnen. So besteht beispielsweise die Möglichkeit, Linienladungen begrenzter Länge zu benutzen oder aber mit Ringladungen zu arbeiten (Fig. 1).

In beiden Fällen wird die Grösse der zunächst unbekanntes Ladungen bestimmt durch Vorgabe von Randbedingungen. Die Zahl dieser Randbedingungen, die für sinnvoll ausgewählte Punkte des Feldes formuliert werden, ist identisch mit der Zahl der Ladungen.

Bei der Berechnung des Feldes von Polycon-Elektroden erscheint es sinnvoll, sich der Elektrodengeometrie anzupassen

<sup>1)</sup> Wissenschaftlicher Beitrag zum Internationalen Symposium Hochspannungstechnik des VDE und der IEEE Power Engineering Society.

<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

und Ringladungen zu verwenden. Da hier ein echtes dreidimensionales Problem vorliegt, genügt es nicht, wie im Fall der Rotationssymmetrie [1] Ringe konstanter Ladungsdichte auf einer gemeinsamen Achse anzuordnen. Deshalb wurden hier zusätzlich zur konstanten Ladung auf den Ringen periodisch veränderliche Ladungen

$$\sum_m \lambda_m \cos m \alpha$$

angenommen, worin  $\alpha$  den Umlaufwinkel auf den Ringen darstellt. Werden die Teller regelmässig über die gesamte Ebene verteilt, so ergeben sich zwischen den Tellern Symmetrieflächen, deren Querschnitt ein regelmässiges Sechseck oder ein Quadrat bildet. In den Fig. 2 und 3 sind die senkrecht zur Bildebene verlaufenden Symmetrieflächen zu erkennen. Die kleinste Feldstärke und günstigste Feldverteilung tritt auf, wenn die Teller möglichst dicht angeordnet werden, also die Symmetrieflächen im Querschnitt regelmässige Sechsecke werden. Auf diese Alternative, die sich allerdings nur bei ebenen Polycon-Elektroden konsequent verwirklichen lässt, wird im folgenden stets zurückgegriffen. Der Ladungsansatz erhält dann die Form:

$$\sum_{\mu} \lambda_{\mu} \cos 6 \mu \alpha$$

Darin bezeichnet  $\mu$  die Ordnungszahl der jeweils betrachteten Oberwelle. Ein Ladungselement  $dQ$  der  $\mu$ -ten Oberwelle auf einem Ring mit dem Radius  $R$  wird somit

$$dQ_{\mu} = \hat{\lambda}_{\mu} R \cos (6 \mu \alpha) d\alpha$$

wobei  $\hat{\lambda}_{\mu}$  den Scheitelwert der Ladungsdichte der  $\mu$ -ten Oberwelle angibt.

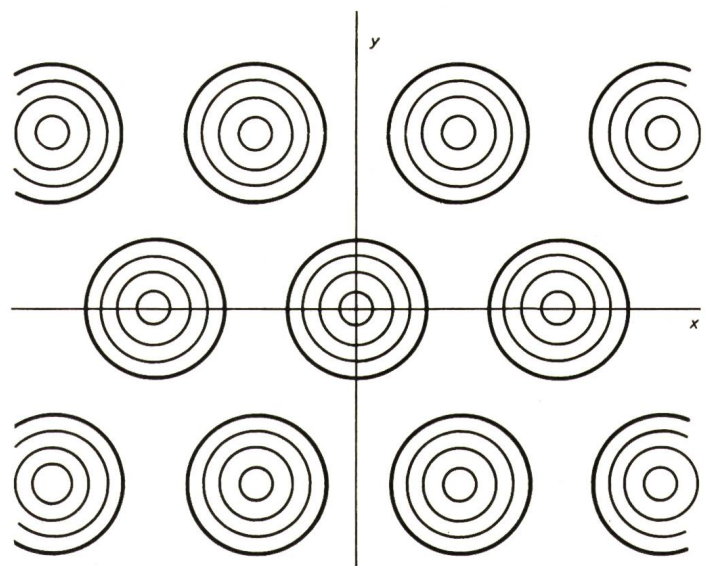


Fig. 1

Anordnung von Ringladungen innerhalb der Teller von Polycon-Elektroden



Für Ringe mit konstanter Ladung lautet das Potential in einem Punkt  $(r, z)$ :

$$\Phi_0 = \frac{\lambda_0 R}{\pi \varepsilon} \cdot \frac{K(k)}{\sqrt{(z-Z)^2 + (r+R)^2}}$$

mit dem Modul

$$k = \sqrt{\frac{4 R r}{(z-Z)^2 + (r+R)^2}}$$

$\lambda_0$  bezeichnet die Ladungsdichte,  $R$  den Ringradius,  $Z$  die  $z$ -Koordinate der Ringladung;  $K$  stellt das vollständige elliptische Integral 1. Gattung dar,  $\varepsilon$  ist die absolute Dielektrizitätskonstante.

Das Potential für Ringe mit periodisch veränderlicher Ladungsdichte, herrührend von der  $\mu$ -ten Oberwelle, in einem Punkt mit den Koordinaten  $r, \psi, z$  lässt sich bestimmen aus der Gleichung

$$\Phi_\mu = \frac{\hat{\lambda}_\mu}{4 \pi \varepsilon} R \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\cos(6 \mu \alpha)}{s} d\alpha$$

mit  $s$  als der Entfernung des Punktes  $(r, \psi, z)$  vom jeweils betrachteten Ladungselement:

$$s = \sqrt{D^2 - 2 R r \cdot \cos(\psi - \alpha)}$$

mit

$$D^2 = (z - Z)^2 + R^2 + r^2$$

Die Lösung des Integrals erfolgt vorteilhaft durch Entwicklung des Nenners des Integranden in eine Fourierreihe mit Ringfunktionen 2. Art der Ordnung  $6 \mu - \frac{1}{2}$  [2]. Damit ergibt sich:

$$\Phi_\mu = \frac{\hat{\lambda}_\mu}{2 \pi \varepsilon} \sqrt{\frac{R}{r}} Q_{6 \mu - \frac{1}{2}} \left( \frac{D^2}{2 R r} \right) \cos(6 \mu \psi)$$

Die explizite Darstellung der Reihenentwicklung der Ringfunktion findet sich in [2] und [3].

Um die Struktur der Polycon-Elektrode nachzubilden, ist es notwendig, alle Teller zu berücksichtigen. Dazu bestehen die beiden Möglichkeiten, entweder die Ladungen aller Teller aufzusummieren und so das gesamte Feld zu erfassen oder aber das Feld eines Tellers bis zu den ihn umgebenden Symmetriefflächen herauszugreifen.

Sollen die Ladungen aller Teller aufsummiert werden, sind theoretisch unendlich viele Ringladungen erforderlich, weil sich die Elektrode voraussetzungsgemäss ins Unendliche erstreckt. Die praktische Rechnung muss sich jedoch auf eine endliche Anzahl von Ladungen beschränken. Um eine relative Ungenauigkeit des Potentials von weniger als  $10^{-5}$  zu erreichen, wären bei konstanten Ringladungen grössenordnungsmässig 1000 Teller zu erfassen.

Zur Vermeidung dieser Summation erschien es vorteilhaft, die andere Alternative zu wählen. Aus der Elektrodenkontur wird ein Teller herausgegriffen und nur dieser Teller durch Punkte auf seiner Oberfläche nachgebildet. Die wirkliche Feldverteilung ergibt sich dann durch Berücksichtigung der Symmetrieffläche zwischen diesem Teller und den angrenzenden Tellern. Für die Symmetrieffläche gilt die Randbedingung, dass die Feldstärke senkrecht zu dieser Fläche verschwindet. Die Randbedingungen für den Teller liefert das Potential in den vorgegebenen Konturpunkten:

$$\Phi_K = 1$$

Aus dem Dirichlet-Problem, wo nur Potentiale als Randbedingungen vorkommen, entsteht somit durch gleichzeitige

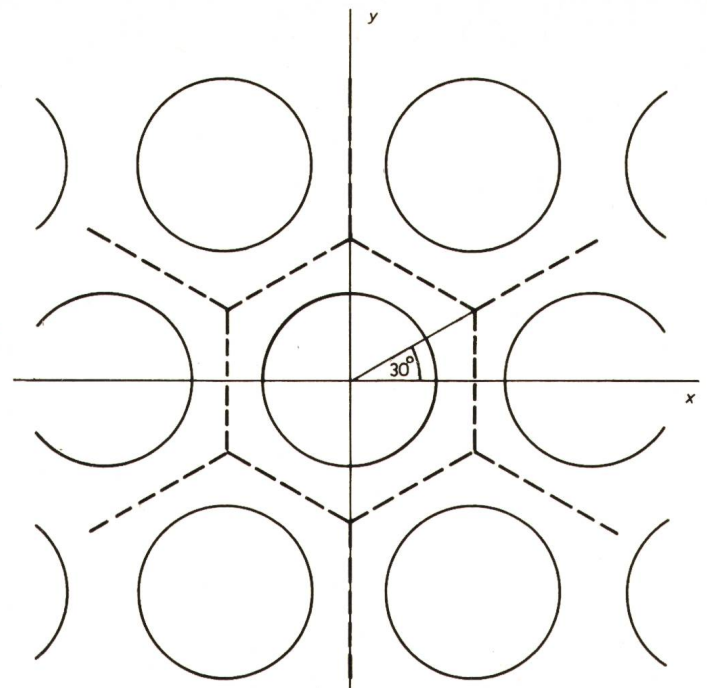


Fig. 2  
Symmetrie bei regelmäßig angeordneten Tellern.  
Der Querschnitt der Symmetriefflächen bildet ein regelmäßiges Sechseck

Vorgabe von Potentialen und Feldstärken eine Kombination von Dirichlet- und Neumann-Problem.

Da die Symmetriefflächen ein regelmäßiges Sechseck bilden und durch die Kosinusfunktion im Ladungsansatz eine weitere Symmetrie bezüglich des Winkels  $0^\circ$  entsteht, genügt es, Konturpunkte nur im Winkelbereich zwischen  $0$  und  $30^\circ$  anzunehmen. Die prinzipielle Anordnung der Ladungen und Konturpunkte zeigt Fig. 4. Die geerdete Gegenelektrode liegt dabei auf  $z = 0$ .

Die grösste Dichte der Konturpunkte ist dort anzustreben, wo Teller und Symmetriefflächen den kleinsten Abstand von-

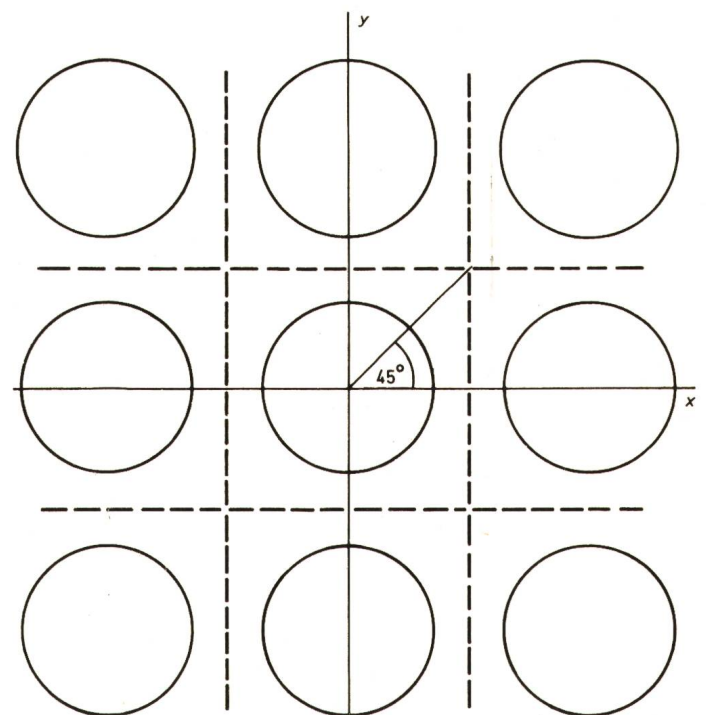


Fig. 3  
Anordnung von Tellern mit Symmetriefflächen,  
die im Querschnitt Quadrate darstellen



einander haben. Die Dichte wird umso kleiner, je näher die Konturpunkte zur Rotationsachse des Tellers rücken oder je näher sie an der Gegenelektrode liegen, da sich dort ein sehr homogenes Feld ausbildet. In Fig. 4 sind auf dem Umfang — in derselben Höhe  $z = 5$  Konturpunkte verteilt, und zwar sowohl auf dem Teller als auch auf der Symmetrieffläche. Diese beiden Konturpunktfolgen bedingen je eine Ringladung mit konstanter Ladung und je 4 Ladungsoberwellen. Sofern der Abstand eines Tellers von der Symmetrieffläche grösser als 2,5 % des Tellerdurchmessers  $D_T$  ist, genügen in der Regel 8 Ladungsoberwellen für die Ladungen, die den am dichtesten angeordneten Konturpunkten am nächsten liegen.

Um die Gegenelektrode in das Feld einzuführen, ist es nicht erforderlich, weitere Konturpunkte anzuordnen. Diese Elektrode auf der Höhe  $z = 0$  hat das Potential 0 und entsteht durch Spiegelung der Ladungen in der  $x y$ -Ebene.

Sind unter Berücksichtigung der erwähnten Randbedingungen die Ladungsgrössen berechnet, so können damit im gesamten interessierenden Feldbereich die Potential- und Feldstärkeverteilung bestimmt werden. Die Feldstärken von Ringladungen lassen sich am einfachsten in Zylinderkoordinaten  $r, \psi, z$  ausdrücken. Für eine Ladung konstanter Dichte lauten die Feldstärkekomponenten in  $r, \psi$ - und  $z$ -Richtung:

$$E_{0r} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial r} = -\frac{\lambda_0 R}{2\pi\epsilon r} \cdot \frac{[R^2 - r^2 + (z - Z)^2] E(k) - [(r - R)^2 + (z - Z)^2] K(k)}{\sqrt{(r + R)^2 + (z - Z)^2} \cdot [(z - Z)^2 + (r - R)^2]}$$

$$E_{0\psi} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial \psi} = 0$$

$$E_{0z} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial z} = \frac{\lambda_0 R}{\pi\epsilon} \frac{(z - Z) E(k)}{\sqrt{(r + R)^2 + (z - Z)^2} \cdot [(r - R)^2 + (z - Z)^2]}$$

$E(k)$  bezeichnet dabei das vollständige elliptische Integral 2. Gattung.

Für Ladungen periodisch veränderlicher Dichte lauten diese Komponenten:

$$E_{\mu r} = -\frac{\partial \Phi_\mu}{\partial r} = -\frac{\hat{\lambda}_\mu}{2\pi\epsilon} \cos(6\mu\psi) \sqrt{\frac{R}{r}} \cdot \left\{ -\frac{1}{2r} Q_{6\mu} - \frac{1}{2} \left( \frac{D^2}{2Rr} \right) + \frac{6\mu + \frac{1}{2}}{D^4 - 4R^2r^2} 2R(2r^2 - D^2) \cdot \left[ Q_{6\mu} + \frac{1}{2} \left( \frac{D^2}{2Rr} \right) - \frac{D^2}{2Rr} Q_{6\mu - \frac{1}{2}} \left( \frac{D^2}{2Rr} \right) \right] \right\}$$

$$E_{\mu\psi} = -\frac{\partial \Phi_\mu}{\partial \psi} \cdot \frac{1}{r} = \frac{\hat{\lambda}_\mu}{2\pi\epsilon} 6\mu \sqrt{\frac{R}{r}} \cdot \frac{1}{r} Q_{6\mu - \frac{1}{2}} \left( \frac{D^2}{2Rr} \right) \cdot \sin(6\mu\psi)$$

$$E_{\mu z} = -\frac{\partial \Phi_\mu}{\partial z} = -\frac{\hat{\lambda}_\mu}{2\pi\epsilon} \sqrt{\frac{R}{r}} \cos(6\mu\psi) \frac{6\mu + \frac{1}{2}}{D^4 - 4R^2r^2} \cdot 4Rr(z - Z) \left[ Q_{6\mu} + \frac{1}{2} \left( \frac{D^2}{2Rr} \right) - \frac{D^2}{2Rr} Q_{6\mu - \frac{1}{2}} \left( \frac{D^2}{2Rr} \right) \right]$$

Die Feldstärke in einer beliebigen Richtung ergibt sich durch Addition der Anteile, die von den konstanten und veränderlichen Ladungen herrühren.

### 3. Feldstärkenverteilung bei ebenen Polycon-Elektroden

Anhand verschiedener Beispiele wurden die Feldstärkeverteilung und die Koronaanfangsspannung ebener Polycon-Elektroden mit einer geerdeten Platte als Gegenelektrode ermittelt. Als Beispiele dienten — Bezeichnung der geometrischen Grössen nach Fig. 5 — Elektroden mit Tellerdurchmessern  $D_T$  von 8 bis 40 cm und Tellerabständen  $a_T$  von 2 bis 10 cm. Der Abstand  $a$  zur Gegenelektrode wurde mit 1 bis 5 m so gewählt, dass er verglichen mit den Tellerabmessungen sehr gross ausfiel.

Bei diesen Anordnungen treten die grössten Feldstärken an der zur Gegenelektrode gewandten Unterseite der Teller auf. Im Vergleich zu einem Homogenfeld zwischen zwei unendlich ausgedehnten Platten zeigt sich, dass die maximale Feldstärke an den Polycon-Elektroden um 20 bis 60 % höher liegt. Die Ausnutzungsfaktoren betragen dementsprechend 60 bis 85 %. Der Punkt mit der Maximalfeldstärke liegt auf den Tellern, jedoch im allgemeinen nicht auf der Rotationsachse; er wandert auf dem Teller um so weiter nach aussen, je grösser der Krümmungsradius  $R_1$ , je kleiner  $R_2$  und je grösser der Tellerabstand  $a_T$  werden. Die Maximalfeldstärke selbst wächst mit zunehmender Krümmung und steigendem Tellerabstand. Die Feldstärke in der Tellermitte, also im Punkt  $x = y = 0$  (Fig. 4), ist im Vergleich zum Homogenfeld um 15 bis 35 % grösser. Tabelle I soll diese Aussagen anhand einiger Beispiele bekräftigen. Dort sind die Feldstärke in der Tellermitte sowie die Maximalfeldstärke angegeben. Dabei wird vorausgesetzt, dass

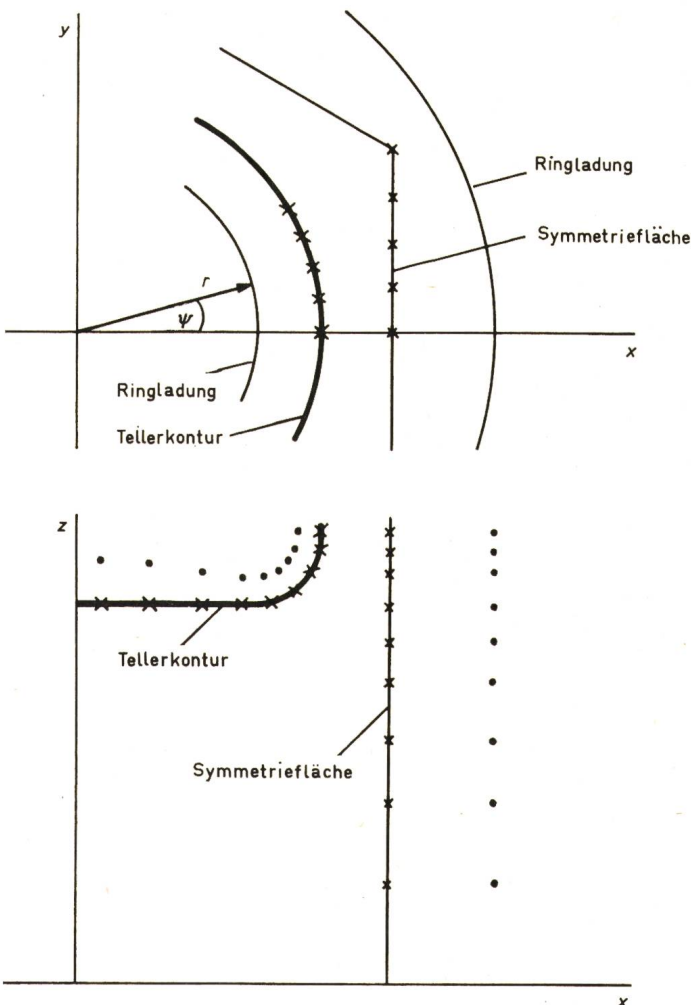


Fig. 4  
Anordnung der Konturpunkte und Ladungen in zwei Schnittebenen bei Verwendung von periodischen Ringladungen  
× = Konturpunkt, • = Ringladung







Teller-durchmesser $D_T$	Krümmungs- radius $R_1$	Krümmungs- radius $R_2$	Teller- abstand $a_T$	Abstand zur Gegen- elektrode $a$	$E_{\text{Mitte}}$	$E_{\text{max}}$	Radius, bei dem $E_{\text{max}}$ auftritt
8	$\infty$	1,3	2	100	$1,144 \cdot 10^{-2}$	$1,610 \cdot 10^{-2}$	3,102
8	$\infty$	2	2	100	$1,225 \cdot 10^{-2}$	$1,551 \cdot 10^{-2}$	2,209
8	$\infty$	Randprofil nach Fig. 6	2	100	$1,373 \cdot 10^{-2}$	$1,523 \cdot 10^{-2}$	2,550
9	$\infty$	2	2	100	$1,133 \cdot 10^{-2}$	$1,449 \cdot 10^{-2}$	2,916
20	$\infty$	5	5	250	$4,908 \cdot 10^{-3}$	$6,439 \cdot 10^{-3}$	5,954
20	$\infty$	5	3	250	$4,720 \cdot 10^{-3}$	$6,071 \cdot 10^{-3}$	5,954

Beispiele für Koronaanfangsspannungen von ebenen, unendlich ausgedehnten Polycon-Elektroden (Geometrische Grössen in cm, Feldstärke in kV/cm, Spannung in kV)

Tellerdurch- messer $D_T$	Krümmungs- radius $R_1$	Krümmungs- radius $R_2$	Tellerabstand $a_T$	Abstand zur Gegenelektrode $a$	Anfangs- feldstärke $E_a$	Anfangs- spannung $U_a$	$\frac{U_a}{U_{d \text{ Hom}}} 100 \%$
8	$\infty$	2	2	100	35,3	2 276	90,9
20	$\infty$	5	5	250	33,5	5 202	83,6
40	$\infty$	10	10	500	31,4	9 809	79,4
40	80	3,5	5	500	28,6	11 390	92,2
40	80	3,5	10	500	43,7	9 471	76,7

ringere Einsatzspannungen erreichen als Elektroden nach Fig. 2.

Einschränkend soll an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass ebenso wie bei glattflächigen Elektroden auch bei Polycon-Elektroden in der Praxis eine Absenkung der Anfangsspannung und der Einsatzfeldstärke gegenüber dem Rechenwert zu erwarten ist. Diese Verringerung der Anfangsspannung, die durch Inhomogenitäten der Elektrodenoberfläche, Verunreinigungen und Staubanlagerung zustandekommt, dürfte in derselben Grössenordnung wie bei glattflächigen Elektroden liegen.

### 5. Polycon-Elektroden beliebiger Form

Die Ergebnisse der bisher dargestellten Berechnungen lassen sich auch auf Polycon-Elektroden anderer Form ausdehnen, beispielsweise auf Kugeln, die als Polycon-Elektroden ausgebildet sind. Da sich der Einfluss der Teller auf das Feld nur in nächster Nähe der Teller bemerkbar macht, im weiteren Verlauf die Feldstärke aber der zwischen glattflächigen Elektroden entspricht, kann auf die Ergebnisse ebener Polycon-Elektroden zurückgegriffen werden. Der Rechengang läuft folgendermassen ab: Soll die maximale Feldstärke  $E_P$  einer gekrümmten Polycon-Elektrode bestimmt werden, so multipliziert man die maximale Feldstärke  $E_g$  einer entsprechenden Anordnung glattflächiger Elektroden mit einem Faktor, der sich ergibt aus der maximalen Feldstärke  $E_{Pe}$  einer Anordnung ebener Polycon-Elektroden, bezogen auf die Homogenfeldstärke  $E_H$  für denselben Elektrodenabstand:

$$E_P = E_g \frac{E_{Pe}}{E_H}$$

Mit diesem Verfahren lassen sich die Feldstärken in guter Näherung bei verhältnismässig geringem Rechenaufwand für beliebig gestaltete Elektrodenkonfigurationen ermitteln.

Zusätzlich zu diesem Näherungsverfahren besteht die Möglichkeit, das hier verwendete Rechenprogramm in einigen Punkten so zu ändern, dass sich damit — freilich bei grösserem Rechenaufwand — auch gekrümmte Elektroden berechnen lassen.

### 6. Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit der Feldberechnung von Polycon-Elektroden. Nach einer Schilderung der Rechenverfahren, bei denen eine Überlagerung von Linien- und Ringladungen als mögliche Methoden präsentiert werden, kommen die Ergebnisse der Feldberechnung von ebenen Polycon-Elektroden zur Sprache. Dabei wird herausgestellt, dass die maximale Feldstärke ebener Polycon-Elektroden im Vergleich zu glattflächigen Elektroden um 20 bis 60 % höher liegt. Die Koronaanfangsspannung, deren Ergebnisse ebenfalls diskutiert werden, erreicht Werte von etwa 80 bis 90 % der Anfangsspannung entsprechender glattflächiger Elektroden. Als Tellerdurchmesser werden dabei Grössen von 8 bis 40 cm angenommen. Schliesslich schildert der Aufsatz, wie von ebenen Polycon-Elektroden ausgehend auch die Feldstärke von Polycon-Elektroden beliebiger Form bestimmt werden kann.

### Literatur

- [1] H. Steinbigler: Anfangsfeldstärken und Ausnutzungsfaktoren rotationssymmetrischer Elektrodenanordnungen in Luft. Dissertation der Technischen Hochschule München, 1969.
- [2] C. Snow: Hypergeometric and Legendre functions with applications to integral equations of potential theory. National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 19. Washington, United States Government Printing Office, 1952.
- [3] H. Singer: Das Hochspannungsfeld von Gitterelektroden. Dissertation der Technischen Hochschule München, 1969.

### Adresse des Autors:

Dr.-Ing. H. Singer, Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Hochspannungs- und Anlagentechnik der TU München, Arcisstrasse 21, D-8 München 2.