

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 64 (1973)  
**Heft:** 23

**Artikel:** Resonanztransformatoren mit drei Reaktanzen als transformierende Filter  
**Autor:** Krautkrämer, W. / Richtscheid, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915627>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Resonanztransformatoren mit drei Reaktanzen als transformierende Filter

Von W. Krautkrämer und A. Richtscheid

621.372.54.011.23

In dieser Arbeit werden acht Resonanztransformatoren mit drei Elementen behandelt. Die Grösse der Elemente sowie einige charakteristische Spannungsübertragungswerte werden mit der Bandbreite, der Resonanzfrequenz und dem Verhältnis von Eingangs- zu Abschlusswiderstand als Parameter berechnet und in Form eines Kataloges zusammengestellt. Ein Beispiel zur Anwendung wird gegeben. Für Resonanztransformatoren mit verlustbehafteten Elementen werden Diagramme angegeben, die die Höhe der Verluste aufzeigen.

Cet exposé traite de huit transformateurs à résonance avec trois éléments. La grandeur des éléments, ainsi que quelques valeurs caractéristiques de transmission de tension, sont calculées avec la largeur de bande, la fréquence de résonance et le rapport entre résistance d'entrée et résistance finale, puis groupées sous forme de catalogue. Un exemple d'application est indiqué. Pour des transformateurs à résonance avec éléments présentant des pertes, on indique des diagrammes qui fournissent la valeur des pertes.

## 1. Einleitung

Die Leistungsanpassung eines Widerstandes  $R_2$  an eine Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand  $R_1$  ist bei einer Frequenz nach [1]<sup>1)</sup> schon mit zwei Reaktanzen möglich (Fig. 1). Da die beiden Reaktanzen mathematisch zwei Freiheitsgrade darstellen, sind zwei Grössen bei der Leistungsanpassung frei wählbar. Sinnvollerweise wählt man hierfür die Resonanzfrequenz  $f_r$  und das Widerstandsverhältnis  $R_1/R_2$ . Für die Berechnung der beiden Elemente sind zwei explizite Gleichungen angebar. Die Bandbreite ist bei vorgegebener Resonanzfrequenz und gegebenem Widerstandsverhältnis allerdings bereits festgelegt. Es liegt deshalb nahe, durch ein drittes Element auch die Bandbreite – innerhalb gewisser Realisierungsgrenzen [5] – frei wählbar zu machen. Für die Berechnung der drei Elemente lassen sich nunmehr im allgemeinen keine drei explizite Gleichungen angeben, so dass es nicht möglich ist, die Elemente des Resonanztransformators in geschlossener Form zu bestimmen [4]. Als Ausweg kann man einen digitalen Rechenautomaten benutzen.

In dieser Arbeit wurden die Filterelemente in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz, von dem Widerstandsverhältnis und von der Bandbreite berechnet. Als Bandgrenzen wurden jeweils die Frequenzen gewählt, die sich bei Eingangsreflexionsfaktoren von 70,7 % (3-dB-Grenzfrequenz), 30 % und 10 % ergeben. Bei der Berechnung wurden die Elemente der Resonanztransformatoren als ideal, insbesondere verlustfrei, angenommen. In einer quantitativen Verlustbetrachtung wird nachträglich ermittelt, welchen Einfluss verlustbehaftete Bauelemente haben.

## 2. Berechnung der Resonanztransformatoren

### 2.1 Auswahl der Resonanztransformatoren

Mit drei Reaktanzen lässt sich eine Vielzahl von Schaltungen realisieren, von denen all jene ausgesondert werden können, die nur aus Induktivitäten (LLL) oder Kapazitäten (CCC) bestehen. Übrig bleiben LCC-Schaltungen (eine Induktivität, zwei Kapazitäten) oder LLC-Schaltungen (zwei Induktivitäten, eine Kapazität). In der Regel sind LLC-Schaltungen technisch schwieriger zu realisieren als LCC-Schaltungen, da die beiden Spulen entkoppelt werden müssen und zudem schlecht variierbar sind. Einfach variierbare Bauelemente

sind aber erstrebenswert, weil ein endgültiger Abgleich der Reaktanztransformatoren wegen parasitärer Kapazitäten und Induktivitäten und wegen der Bauelementtoleranzen immer nötig sein wird. Deshalb werden meist LCC-Schaltungen verwendet, bei denen die Kondensatoren stets genügend entkoppelt und leicht variierbar sind.

In der weiteren Betrachtung sollen aus diesen Gründen nur noch LCC-Schaltungen behandelt werden. Das bedeutet keine Einschränkung der Allgemeinheit, wie weiter unten noch gezeigt werden wird. Durch duale Umwandlung lässt sich nämlich jede LCC-Schaltung in eine LLC-Schaltung überführen.

Scheidet man ausserdem noch solche Schaltungen aus, bei denen die beiden Kapazitäten parallel oder in Reihe geschaltet sind und somit zu einer Kapazität zusammengefasst werden können und ebenso solche, bei denen Anpassung nur für  $R_1 = R_2$  möglich ist, so erhält man die in Fig. 2 dargestellten acht Resonanztransformatoren.

Es kann vorkommen, dass die errechneten Induktivitäten und Kapazitäten für eine technische Realisierung zu gross werden. Man kann sie dann nicht mehr wie ideale Induktivitäten

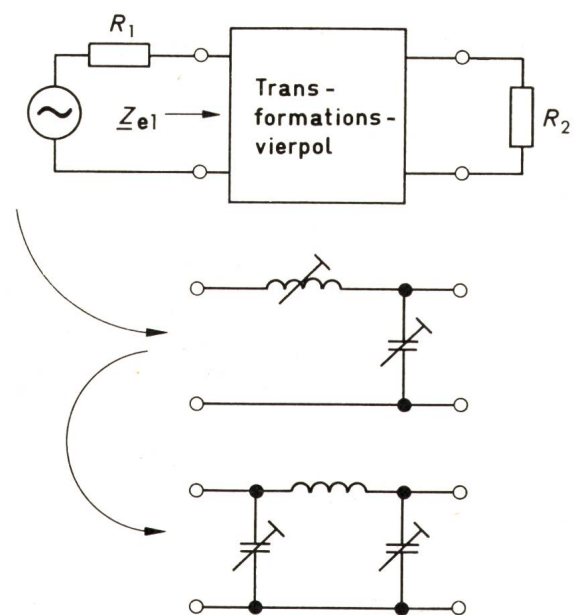


Fig. 1

Beispiel für einen Transformations-Vierpol zur Anpassung von  $R_2$  an  $R_1$  mit zwei oder drei Reaktanzen

Bei Anpassung ist  $\underline{Z}_{e1} = R_1$  für die Resonanzfrequenz  $f_r$

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

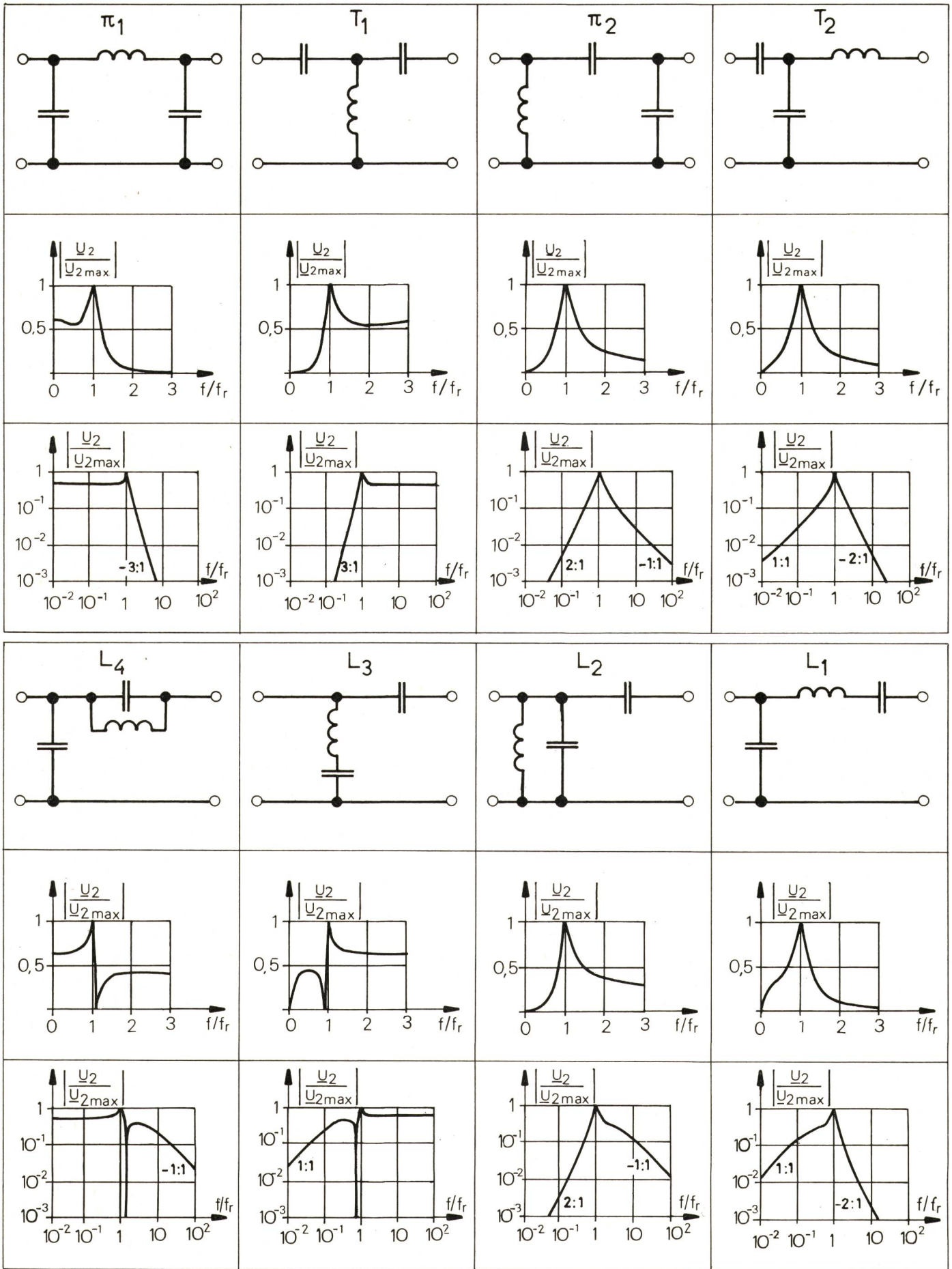


Fig. 2

Das Übertragungsverhalten der acht Resonanztransformatoren in linearer und doppellogarithmischer Darstellung



oder Kapazitäten behandeln, vielmehr müsste man bei den Induktivitäten einen kapazitiven Anteil und bei den Kapazitäten einen induktiven Anteil berücksichtigen. Im Extremfall kommt es zu Resonanzen der Elemente. Zuweilen kann man dann mit der zur LCC-Schaltung dualen LLC-Schaltung die Anpassung doch noch realisieren. Die LCC-Schaltung und die hierzu duale LLC-Schaltung haben nämlich gleiche Übertragungseigenschaften, aber, abhängig vom Transformationsverhältnis, unterschiedliche Elementgrößen. Zwischen den normierten Elementen (s. Abschnitt 2.3) der zueinander dualen Schaltungen gelten folgende Umrechnungsbeziehungen:

$$l_1 = c_2 \cdot R_1/R_2 \quad (1a)$$

$$l_2 = c_1 \cdot R_1/R_2 \quad (1b)$$

$$c = l \cdot R_2/R_1 \quad (1c)$$

In Fig. 3 sind die acht LCC-Schaltungen mit den dazugehörigen LLC-Schaltungen dargestellt.

### 2.2 Übertragungseigenschaften der Resonanztransformatoren

In Fig. 2 sind für die acht behandelten Resonanztransformatoren unter deren Schaltbildern die Spannungsübertragungsfunktionen  $|U_2/U_{2max}| = f(f/f_r)$  jeweils linear und doppellogarithmisch aufgetragen (komplexe Größen werden durch Unterstreichen gekennzeichnet). Aus diesen Diagrammen kann man schnell und einfach einen qualitativen Eindruck vom Übertragungsverhalten der Resonanztransformatoren gewinnen.

Man erkennt, dass die T1-, T2-, L2- und L4-Transformatoren jeweils frequenzreziprokes Verhalten zu den  $\pi$ 1-,  $\pi$ 2-, L1- und L3-Resonanztransformatoren besitzen. Das bedeutet, dass die Spannungsübertragungsfunktion  $|U_2(f)/U_{2max}|$  eines Resonanztransformators gleich der Spannungsübertragungsfunktion  $|U_2(1/f)/U_{2max}|$  des zugehörigen frequenzreziproken Resonanztransformators ist. Bei den  $\pi$ 1- und L4-Resonanztransformatoren ist Tiefpassverhalten vorhanden. Sie lassen Gleichstromübertragung zu. Der T1- und der L3-Resonanztransformator zeigen dementsprechend Hochpassverhalten.

Der Dämpfungsverlauf für sehr hohe und sehr niedrige Frequenzen kann einfach aus den doppellogarithmischen Darstellungen entnommen werden. Für sehr tiefe Frequenzen ( $f \ll f_r$ ) ist die Dämpfung beim T1-Resonanztransformator proportional  $f^3$ , beim  $\pi$ 2- und L2-Resonanztransformator proportional  $f^2$  und beim T2-, L1- und L3-Resonanztransformator proportional  $f$ .

Für sehr hohe Frequenzen ( $f \gg f_r$ ) ist die Dämpfung bei dem  $\pi$ 1-Resonanztransformator proportional  $1/f^3$ , bei den T2- und L1-Resonanztransformatoren proportional  $1/f^2$  und bei den  $\pi$ 2-, L2- und L4-Resonanztransformatoren proportional  $1/f$ . Der  $\pi$ 1-Resonanztransformator, auch Collinsfilter genannt, hat die grösste Flankensteilheit für  $f > f_r$ , und umgekehrt der T1-Resonanztransformator für  $f < f_r$ . Wird also hohe Oberwellenunterdrückung gewünscht, so verwendet man den  $\pi$ 1-Resonanztransformator oder auch, bei geringen Anforderungen, den T2- und L1-Resonanztransformator. Umge-

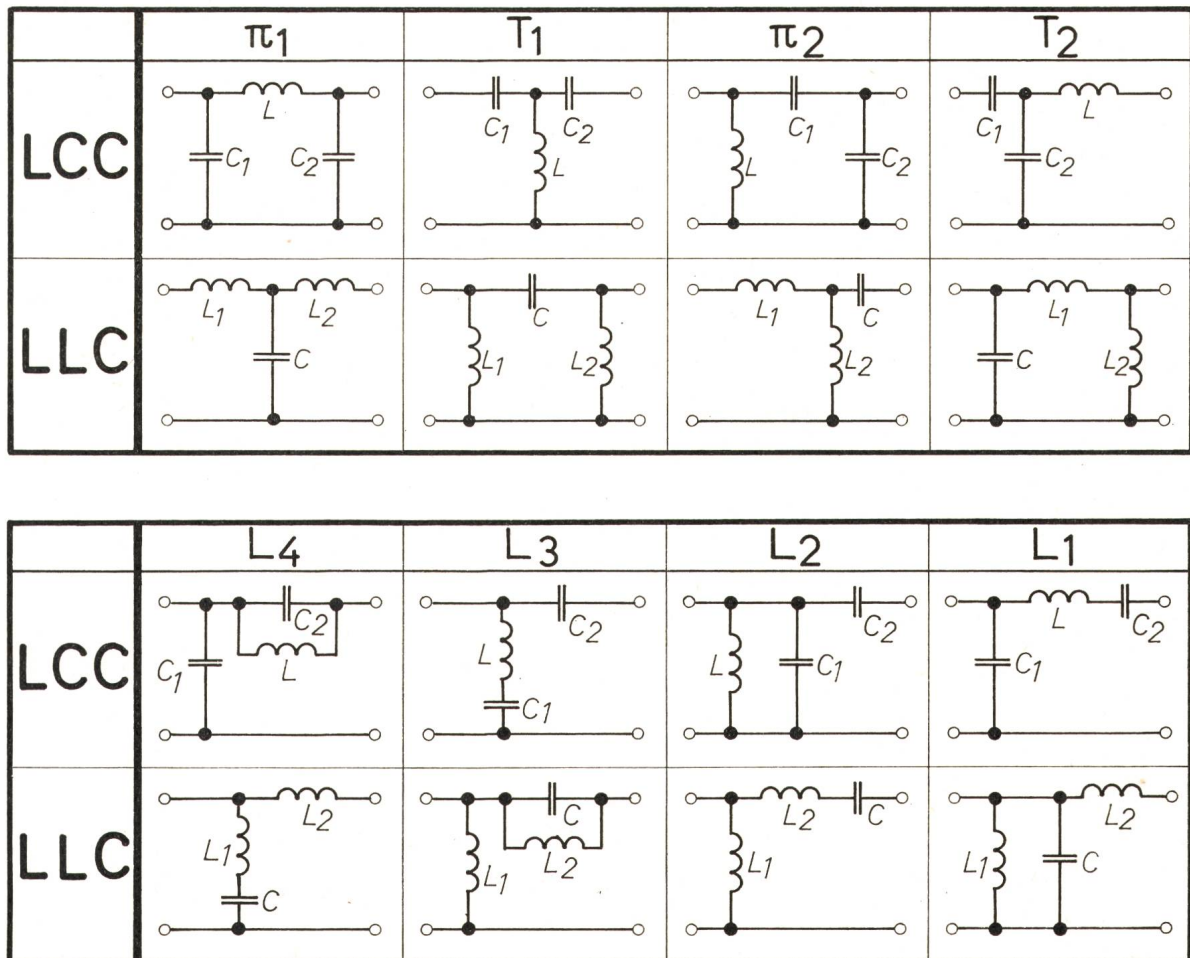


Fig. 3  
Schemata der acht LCC- und dazu dualen LLC-Resonanztransformatoren



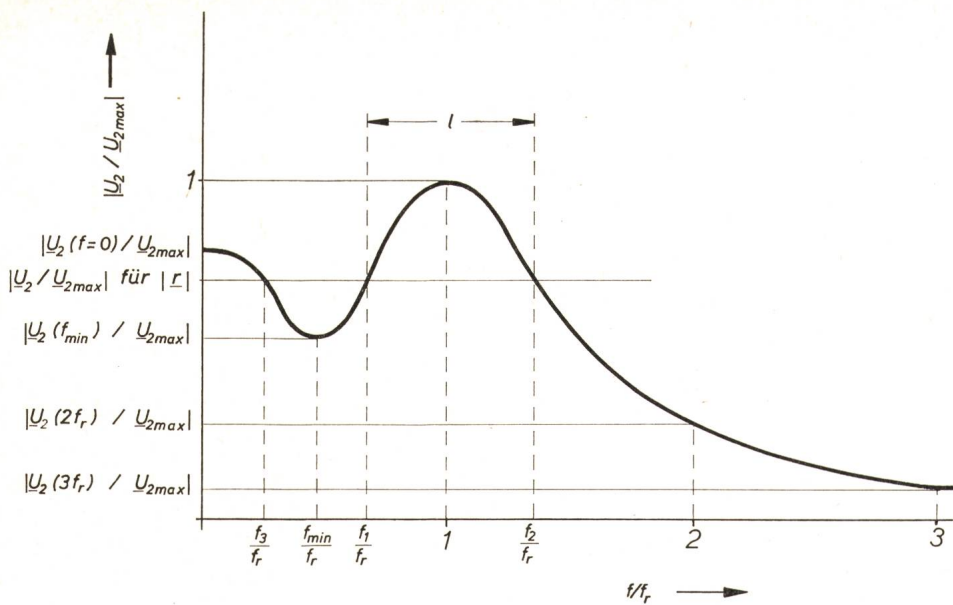


Fig. 4  
Die Spannungsübertragungsfunktion  
des  $\pi$ 1-Resonanztransformators  
in Abhängigkeit von der normierten  
Frequenz  
l Übertragungsbereich  
Weitere Bezeichnungen siehe im Text

kehrt ist die für Unterdrückung tiefer Frequenzen (Abstrahlung von Subharmonischen und unerwünschten Mischprodukten) der T1- oder auch der  $\pi$ 2- und L2-Resonanztransformator geeignet.

Gleichstromkopplung zwischen Eingang und Ausgang des Resonanztransformators ist mit dem  $\pi$ 1- und dem L4-Resonanztransformator möglich.

Der L1- und der L2-Resonanztransformator besitzen in der Nähe der Resonanzfrequenz eine besonders breite Übertragungskurve, was sich bei der Übertragung breitbandiger Signale (Frequenzmodulation mit grossem Hub) vorteilhaft verwenden lässt.

Der L3- und der L4-Resonanztransformator haben eine Besonderheit in Form eines Dämpfungspols, der je nach Transformatortyp wenig unter oder über der Resonanzfrequenz liegt. Solch ein Dämpfungspol lässt sich zur gezielten Unterdrückung einer einzelnen unerwünschten Frequenz benutzen.

### 2.3 Normierung der Grössen

Die Berechnung der Elemente wird erleichtert, wenn man alle Frequenzen auf eine Bezugfrequenz und alle Widerstände auf einen Bezugswiderstand normiert. Als Bezugfrequenz dient die Resonanzfrequenz  $f_r$  und als Bezugswiderstand der Abschlusswiderstand  $R_2$ .

Die Bandbreite der Anpassungsvierpole wird aus der Differenz der oberen und der unteren Bandgrenze  $f_2 - f_1$  (Fig. 4) beim zulässigen Reflexionsfaktor bestimmt. Diese Bandbreite wird auf  $f_r$  normiert. Damit wird die relative Bandbreite  $B$  zu:

$$B = \frac{f_2 - f_1}{f_r} \quad (2)$$

Die Normierung der Reaktanzen ergibt die dimensionslosen Grössen:

$$c = 2\pi f_r C R_2 = \omega_r C R_2 \quad (3)$$

und

$$l = 2\pi f_r L / R_2 = \omega_r L / R_2 \quad (4)$$

In dieser Form werden die errechneten Werte der Transformatorreaktanzen  $C_1$ ,  $C_2$  und  $L$  ausgedrückt und in der Art eines Katalogs zusammengestellt. Für die aus dem Katalog entnommenen Werte gelten also umgekehrt folgende Entnormierungsgleichungen:

$$C = c / \omega_r R_2 \quad (5)$$

und

$$L = l R_2 / \omega_r \quad (6)$$

Um den Umfang der Tabellen möglichst klein zu halten, werden die Elemente der Resonanztransformatoren nur für  $R_1 \geq R_2$  berechnet. Eine Anpassung für  $R_1 < R_2$  wird durch Umdrehen der in Fig. 2 gezeigten Resonanztransformatoren ermöglicht, was einem Vertauschen von  $R_1$  und  $R_2$  entspricht. Die ausgedruckten Werte der Elemente gelten also auch für  $R_1 \leq R_2$ . In den Entnormierungsvorschriften wird lediglich  $R_2$  durch  $R_1$  ersetzt. Für  $R_1 \leq R_2$  gilt somit:

$$C = c / \omega_r R_1 \quad (7)$$

und

$$L = l R_1 / \omega_r \quad (8)$$

Es dient ebenfalls dem Ziele, den Tabellenumfang klein zu halten, wenn man nur eine Tabelle für die jeweils zueinander dualen Schaltungen verwendet. Dies ist nach den Ausführungen in Abschnitt 2.1 wegen der sehr einfachen Umrechnungsbeziehungen möglich. In Tabelle I, die als Beispiel für das gesamte Tabellenwerk angeführt ist, wird dem durch den Aufbau der Tabelle Rechnung getragen; je nach dem, ob man von oben oder von unten in die Tabelle eingeht, gelten die abgelesenen Daten für die LCC- oder für die LLC-Schaltung.

### 2.4 Berechnung der Elemente und Programmbeschreibung

Zur Berechnung der drei Elemente der Resonanztransformatoren werden die relative Bandbreite  $B$  bei einem zulässigen Betrag des Reflexionsfaktors  $|r|$ , die Resonanzfrequenz  $f_r$  und das Widerstandsverhältnis  $R_1/R_2$  vorgegeben. Es lassen sich jedoch keine expliziten Lösungsgleichungen für jeweils alle drei Reaktanzen angeben. In der Regel kann man nur Gleichungen angeben, die die gesuchten Grössen selbst noch in impliziter Form enthalten [4; 5].

Diese lauten z.B. für den  $\pi$ 1-Transformator nach Auswertung der Anpassungsbedingung  $Z_{e1} = R_1$  (Fig. 1) [5] mit dem Parameter  $x = C_1/C_2$ :

$$C_1 = \frac{1}{\omega_r} \sqrt{\frac{1 - R_2/R_1}{R_1 x^2/R_2 - 1}} \cdot \frac{x}{R_2} \quad (9)$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_r} \sqrt{\frac{1 - R_2/R_1}{R_1 x^2/R_2 - 1}} \cdot \frac{1}{R_2} \quad (10)$$

$$L = \frac{1}{\omega_r} \cdot \frac{\sqrt{(1 - R_2/R_1)(R_1 x^2/R_2 - 1)}}{|x - R_2/R_1|} R_2 \quad (11)$$

Zur endgültigen Bestimmung der Elementegrössen benötigt man also noch ein weiteres Hilfsmittel, das in [4; 5] als Kur-



venschar in Abhängigkeit von der impliziten Variablen ausgebildet ist. Diese implizite Variable ist im obigen Beispiel das Kapazitätsverhältnis  $x = C_1/C_2$ .

Analoges gilt auch für die anderen Resonanztransformatoren; lediglich bei den Transformatoren vom L-Typ gibt es jeweils ein Element, das explizit zu berechnen ist. Dieses Element ist nur abhängig von der Resonanzfrequenz und von dem Widerstandsverhältnis  $R_1/R_2$ . Für die beiden anderen Elemente treten wiederum die obengenannten Schwierigkeiten auf.

Geht man den umgekehrten Weg und gibt man gewisse Elementkombinationen  $C_1$ ,  $C_2$  und  $L$  vor, so ergeben sich schon bei der Berechnung der Bandbreite wiederum praktisch unlösbare mathematische Schwierigkeiten. Für das  $\pi$ -Filter ist zur Berechnung der Bandbreite folgende Gleichung nach der Kreisfrequenz  $\omega$  bzw. nach der Frequenz  $f$  aufzulösen:

$$\omega^6 R_1^2 C_1^2 C_2^2 L^2 - \omega^4 \{2 R_1 C_1 C_2 L [R_1 (C_1 + C_2) + L/R_2] - L^2 (C_2 + C_1 R_1/R_2)^2\} - \omega^2 \{2 L (C_2 + C_1 R_1/R_2) (1 + R_1/R_2) - [R_1 (C_1 + C_2) + L/R_2]^2\} + (1 + R_1/R_2)^2 - 8 R_1/R_2 = 0$$

Diese Gleichung ist an sich nur dritten Grades, weil man  $\omega^2$  ohne Schwierigkeiten durch eine Zwischenvariable substituieren kann. Als Lösungen ergäben sich die in Fig. 4 mit  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  bezeichneten drei Frequenzen (zusätzlich immer die drei konjugiert komplexen Werte). Diese Frequenzen werden von den Schnittpunkten der Spannungsübertragungskurve mit der Geraden für den Sollreflexionsfaktor festgelegt. Mit  $f_1$  und  $f_2$  liesse sich die jeweilige Bandbreite bestimmen. Die Auflösung dieser Gleichung ist im allgemeinen Fall nicht möglich. In dieser Arbeit wurde deshalb zur Berechnung der drei Reaktanzen ebenso wie z.B. zur Berechnung der Bandbreite ein digitaler Rechenautomat eingesetzt. Man erhält dadurch gleichzeitig eine einfache Möglichkeit, grosse Datenmengen in übersichtlicher, tabellierter Form ausgeben zu können. Da in diesen Daten sämtliche notwendigen Angaben zur Dimensionierung der Reaktanzen bereits enthalten sind, entfallen alle Zwischenschritte.

Für den  $\pi$ -Resonanztransformator sei im folgenden eine kurze Programmbeschreibung mit Signalflussdiagramm (Fig. 5) angegeben. Die Rechenprogramme für die anderen sieben Resonanztransformatoren unterscheiden sich hiervon nur unwesentlich, so dass der Programmablauf des  $\pi$ -Resonanztransformators zur prinzipiellen Erläuterung ausreicht.

Es werden der Betrag des zulässigen Reflexionsfaktors  $|r|$  und die relative Bandbreite  $B$  eingegeben. Der Anfangswert für das Widerstandsverhältnis beträgt  $R_1/R_2 = 1$ . Für das oben angeführte Beispiel werden zwei der drei Gleichungen, z.B. die Gleichungen (10) und (11), in normierter Form ausgewertet. Im Signalflussdiagramm sind das die normierten Elemente  $c_2$  und  $l$  als Funktionen von  $c_1$  und  $R_1/R_2$ ,  $R_1/R_2$  bleibt für einen Rechengang konstant, während  $c_1$  als Parameter so lange variiert wird, bis die intern errechnete Bandbreite dem gewünschten Wert entspricht. Ist eine Realisierung möglich, so liegt  $c_1$  zwischen den beiden technisch gerade noch realisierbaren Anfangswerten  $c_{1\min}$  und  $c_{1\max}$ . In einem Unterprogramm werden für den jeweiligen Wert von  $c_1$  die untere und die obere Bandgrenze bestimmt. Daraus ergibt sich die jeweilige Bandbreite  $B^* = (f_2 - f_1)/f_r$ .  $B^*$  wird mit der geforderten Bandbreite verglichen. Sobald die Differenz kleiner als  $10^{-4}$  ist, wird die Rechnung abgebrochen und  $c_1$  als Ergebnis ausgegeben; im anderen Fall wird  $c_1$  systematisch so lange vari-

iert, bis obige Grenze unterschritten wird. Um die Rechenzeit kurz zu halten, wurde der Wert der normierten Elemente auf das Intervall von  $10^{-3}$  bis  $10^{+3}$  begrenzt. Dieses Intervall entspricht den oben angegebenen Realisierungsgrenzen  $c_{1\min}$  und  $c_{1\max}$ . Ausserhalb dieser Grenzen lassen sich die Bauelemente in der Praxis nicht mehr realisieren. Die entnormierten Blindwiderstände liegen damit beispielsweise für  $R_2 = 100 \Omega$  im Bereich von  $100 \text{ m}\Omega$  bis  $100 \text{ k}\Omega$ .

In den nun folgenden Rechenschritten werden mit den ermittelten Elementen weitere interessierende Grössen errechnet und auf drei Stellen genau ausgedruckt. Im Ausdruck erscheinen also (vgl. Fig. 4 und Tab. I):

$$R_1/R_2, c_1, c_2, l, f_1/f_r, f_2/f_r, f_3/f_r, f_{\min}/f_r, |U_2(f_{\min})/U_{2\max}|, |U_2(2f_r)/U_{2\max}|, |U_2(3f_r)/U_{2\max}|, |U_2(f=0)/U_{2\max}|$$

Mit den drei letzten Angaben kann man die Dämpfung der ersten und der zweiten Oberwelle sowie den Gleichstromwert bestimmen. Damit sind für eine Bandbreite und ein Widerstandsverhältnis alle gewünschten Ergebnisse berechnet.

Im nächsten Rechendurchgang wird  $R_1/R_2$  mit  $\sqrt{2}$  multipliziert und der oben beschriebene Rechengang erneut durchgeführt.  $R_1/R_2$  wird so lange um  $\sqrt{2}$  vergrössert, bis  $R_1/R_2 = 64$  wird, so dass im Katalog alle Widerstandsverhältnisse zwischen 1 und 64 mit der Stufung  $\sqrt{2}$  berücksichtigt sind. Grössere Übersetzungsverhältnisse werden als technisch nicht mehr sinnvoll angesehen und deshalb nicht berechnet; sie lassen sich ausserdem durch einfaches Hintereinanderschalten mehrerer Reaktanztransformatoren leicht erreichen [5].

Sobald  $R_1/R_2$  den Wert 64 erreicht hat, wird in einer Schleife der gesamte Rechengang mit veränderter Bandbreite wiederholt. Die relative Bandbreite variiert im Bereich von  $B = 0,01$  bis  $B = 1,1$ . Es wurde wiederum eine multiplikative Schrittweite gewählt, wobei jedoch die Ergebnisse auf den nächsten glatten Wert gerundet wurden. Es ergaben sich folgende relative Bandbreiten:

0,01; 0,02; 0,03; 0,05; 0,08; 0,12; 0,2; 0,35; 0,5 und 1,1

Sobald die Bandbreite alle Werte durchlaufen hat, wird in einer weiteren Schleife auch der Betrag des Reflexionsfaktors geändert und alles von neuem gerechnet. Die Rechnungen wurden für die Reflexionsfaktoren 10 %, 30 % und 70,7 % durchgeführt.

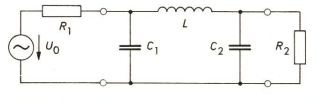
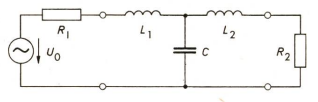
### 3. Beispiel zur Bestimmung eines Resonanztransformators mit Hilfe des Katalogs

In dem berechneten Filterkatalog sind für acht Resonanztransformatoren die Werte der normierten Reaktanzen und die in Kapitel 2.4 erläuterten Grössen aufgeführt. An einem Beispiel soll gezeigt werden, wie ein Resonanztransformator und die ihn charakterisierenden Grössen mit Hilfe des Katalogs ermittelt werden. Gefordert sei ein Transformator, der Gleichstromübertragung zulässt und grosse Flankensteilheit für  $f > f_r$  aufweist.

Nach Fig. 2 wählt man für diese Anforderungen den  $\pi$ -Resonanztransformator aus. Es soll eine Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand  $R_1 = 200 \Omega$  an einen Verbraucher

Daten für die LCC- oder für die LLC-Schaltung

Tabelle I

				Entnormierungsvorschrift $C = c/\omega_r R_2$ $L = l R_2/\omega_r$		Kurve s. Fig. 4		Filter-Typ $\pi$ -1-Resonanztransformator $R_1 \geq R_2$			
Bandbreite $B = 0,12$				Reflexionsfaktor $ \underline{r}  = 0,707$							
$R_1/R_2$	$c_1$	$c_2$	$l$	$f_1/f_r$	$f_2/f_r$	$f_3/f_r$	$f_{min}/f_r$	$ \underline{U}_2(f_{min})/$ $\underline{U}_2 \max $	$ \underline{U}_2(2f_r)/$ $\underline{U}_2 \max $	$ \underline{U}_2(3f_r)/$ $\underline{U}_2 \max $	$ \underline{U}_2(f=0)/$ $\underline{U}_2 \max $
0.100 E 01	0.858 E 01	0.858 E 01	0.230 E 00	0.935 E 00	0.105 E 01	0.120 E 00	0.577 E 00	0.294 E 00	0.197 E-01	0.492 E-02	0.100 E 01
0.141 E 01	0.659 E 01	0.782 E 01	0.276 E 00	0.935 E 00	0.105 E 01	0.118 E 00	0.577 E 00	0.294 E 00	0.197 E-01	0.493 E-02	0.985 E 00
0.200 E 01	0.504 E 01	0.709 E 01	0.335 E 00	0.935 E 00	0.105 E 01	0.112 E 00	0.576 E 00	0.293 E 00	0.197 E-01	0.493 E-02	0.943 E 00
0.283 E 01	0.382 E 01	0.637 E 01	0.413 E 00	0.935 E 00	0.105 E 01	0.101 E 00	0.575 E 00	0.292 E 00	0.197 E-01	0.493 E-02	0.879 E 00
0.400 E 01	0.287 E 01	0.568 E 01	0.516 E 00	0.935 E 00	0.105 E 01	0.797 E-01	0.573 E 00	0.291 E 00	0.198 E-01	0.494 E-02	0.800 E 00
0.566 E 01	0.215 E 01	0.503 E 01	0.654 E 00	0.935 E 00	0.105 E 01	0.248 E-01	0.569 E 00	0.290 E 00	0.198 E-01	0.496 E-02	0.715 E 00
0.800 E 01	0.160 E 01	0.442 E 01	0.838 E 00	0.935 E 00	0.105 E 01		0.565 E 00	0.288 E 00	0.199 E-01	0.498 E-02	0.629 E 00
0.113 E 02	0.118 E 01	0.386 E 01	0.108 E 01	0.935 E 00	0.105 E 01		0.557 E 00	0.285 E 00	0.200 E-01	0.500 E-02	0.546 E 00
0.160 E 02	0.869 E 00	0.334 E 01	0.142 E 01	0.935 E 00	0.105 E 01		0.547 E 00	0.281 E 00	0.201 E-01	0.504 E-02	0.471 E 00
0.226 E 02	0.636 E 00	0.287 E 01	0.187 E 01	0.935 E 00	0.105 E 01		0.530 E 00	0.274 E 00	0.203 E 01	0.510 E-02	0.403 E 00
0.320 E 02	0.464 E 00	0.244 E 01	0.250 E 01	0.935 E 00	0.105 E 01		0.505 E 00	0.266 E 00	0.206 E-01	0.519 E-02	0.343 E 00
0.453 E 02	0.338 E 00	0.205 E 01	0.334 E 01	0.935 E 00	0.106 E 01		0.462 E 00	0.253 E 00	0.210 E-01	0.531 E-02	0.291 E 00
0.640 E 02	0.245 E 00	0.169 E 01	0.451 E 01	0.935 E 00	0.106 E 01		0.383 E 00	0.234 E 00	0.216 E-01	0.551 E-02	0.246 E 00
$R_1/R_2$	$l_2 R_2/R_1$	$l_1 R_2/R_1$	$c R_2/R_2$	$f_1/f_r$	$f_2/f_r$	$f_3/f_r$	$f_{min}/f_r$	$ \underline{U}_2(f_{min})/$ $\underline{U}_2 \max $	$ \underline{U}_2(2f_r)/$ $\underline{U}_2 \max $	$ \underline{U}_2(3f_r)/$ $\underline{U}_2 \max $	$ \underline{U}_2(f=0)/$ $\underline{U}_2 \max $
				$l_1 = c_2 R_1/R_2$ $l_2 = c_1 R_1/R_2$ $c = l R_2/R_1$		Für nichtausgedruckte Werte ist eine Realisierung nicht möglich. Für nichtausgedruckte Werte von $f_3/f_r$ ist kein Schnittpunkt vorhanden.					



$R_2 = 50 \Omega$  angepasst werden. Weiterhin wird eine Resonanzfrequenz von 1 MHz und eine relative Bandbreite  $B = 0,12$  gewünscht (wegen  $Q_B \approx 1/B$  entspricht das einer Betriebsgüte von  $Q_B \approx 8$ ). Der zulässige Reflexionsfaktor an den Bandgrenzen sei 70,7%. Im Filterkatalog findet man eine Tabelle für den  $\pi$ 1-Resonanztransformator mit der relativen Bandbreite  $B = 0,12$  bei einem zulässigen Reflexionsfaktor von 70,7% (in Tabelle I gezeigt). Für das Widerstandsverhältnis  $R_1/R_2 =$

200/50 = 4 ergeben sich die normierten Elemente des Resonanztransformators zu:

$$c_1 = 2,87; \quad c_2 = 5,68; \quad l = 0,516$$

Die Entnormierung ergibt mit den Gl. (5) und (6):

$$C_1 = 9,14 \text{ nF}; \quad C_2 = 18,1 \text{ nF}; \quad L = 4,11 \text{ } \mu\text{H}$$

Der Gleichstromwert ergibt sich zu:

$$| \underline{U}_2(f=0) / \underline{U}_{2\text{max}} | = 2 \sqrt{R_1/R_2} / (R_1/R_2 + 1) \quad (12)$$

Die Auswertung dieser Gleichung, die offenbar nur vom Transformationsverhältnis abhängt, ist ebenfalls in Tabelle I angegeben. Man erhält:

$$| \underline{U}_2(f=0) / \underline{U}_{2\text{max}} | = 0,8$$

Die Werte von  $| \underline{U}_2 / \underline{U}_{2\text{max}} |$  für  $2f_r$  und  $3f_r$  sind mit 0,0198 und 0,00494 angegeben. Das entspricht einer Dämpfung von  $a = 34,1 \text{ dB}$  bei  $2f_r$  und  $a = 46,1 \text{ dB}$  bei  $3f_r$ . Weiter können dem Filterkatalog entnommen werden: die untere Bandgrenze  $f_1 = 0,935 f_r = 935 \text{ kHz}$ , die obere Bandgrenze  $f_2 = 1,05 f_r = 1,05 \text{ MHz}$ ; bei  $f_3 = 0,0797 f_r = 79,7 \text{ kHz}$  wird  $| \underline{U}_2 / \underline{U}_{2\text{max}} |$  erneut zu 0,707. Bei  $f_{\text{min}} = 0,573 f_r = 573 \text{ kHz}$  tritt ein lokales Minimum auf mit  $| \underline{U}_2(f_{\text{min}}) / \underline{U}_{2\text{max}} | = 0,291$ .

#### 4. Der verlustbehaftete Resonanztransformator

Die bei der Berechnung als verlustfrei angenommenen Elemente der Resonanztransformatoren sind in der Praxis verlustbehaftet. Deshalb soll die Höhe der Verluste durch eine Verlustbetrachtung bestimmt werden. Die Verluste werden nach Fig. 6 beim technischen Kondensator als Parallelwiderstand und bei der Spule als Serienwiderstand berücksichtigt.

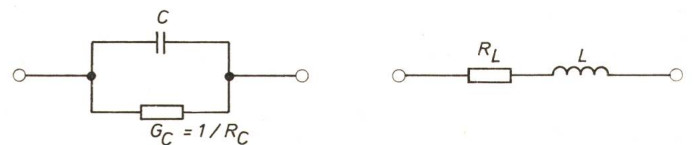


Fig. 6

Kondensator und Spule mit Verlustwiderständen

$R_L$  und  $G_C = 1/R_C$  sind Ersatzgrößen, die für die Resonanzfrequenz gelten

Die Höhe der Verluste wurde auf verschiedene Weise berechnet. Zwei der Methoden sollen in den folgenden Abschnitten 4.1 und 4.2 dargestellt werden.

##### 4.1 Verlustberechnung mit Hilfe des Digitalrechners

In Fig. 2 sind für die einzelnen Resonanztransformatoren die Funktionsverläufe  $| \underline{U}_2 / \underline{U}_{2\text{max}} | = f(f/f_r)$  dargestellt. Für die Verlustbetrachtung wird der Wert von  $| \underline{U}_2 / \underline{U}_{2\text{max}} |$  bei  $f = f_r$  erneut berechnet, diesmal unter Berücksichtigung der Verlustelemente  $G_C$  und  $R_L$ . Das neue Ergebnis wird mit  $| \underline{U}_{2v} / \underline{U}_{2\text{max}} |$  bezeichnet.

Aus  $| \underline{U}_{2v} / \underline{U}_{2\text{max}} |$  lässt sich die Zusatzdämpfung  $a$  bei der Resonanzfrequenz bestimmen:

$$a = -20 \log | \underline{U}_{2v} / \underline{U}_{2\text{max}} | \quad (13)$$

Diese Zusatzdämpfung wurde für alle acht Resonanztransformatoren numerisch berechnet. Bei der Berechnung wurde angenommen, dass Kondensatoren gleicher Güte verwendet werden. Unter dieser Voraussetzung erhält man folgende Ergebnisse:

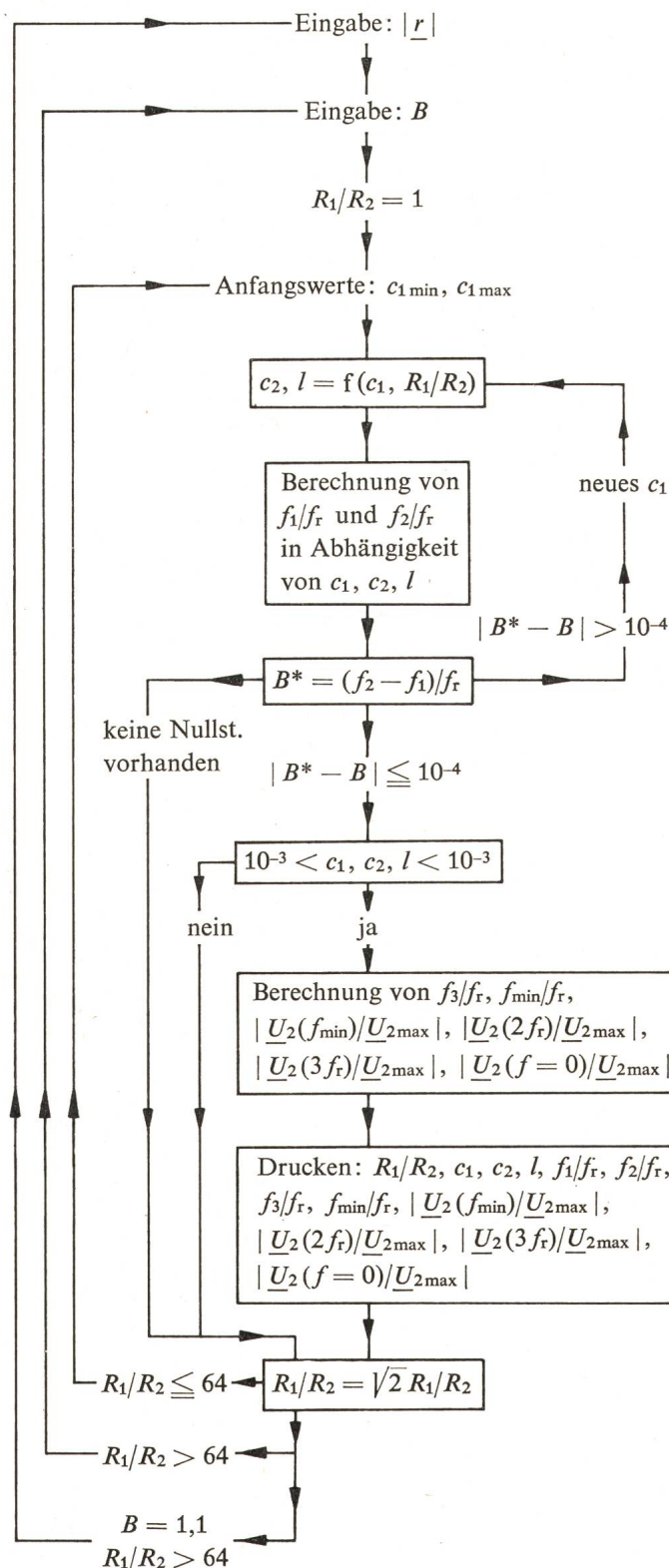


Fig. 5

Das Signalflussdiagramm des Rechenprogramms für den  $\pi$  1-Resonanztransformator



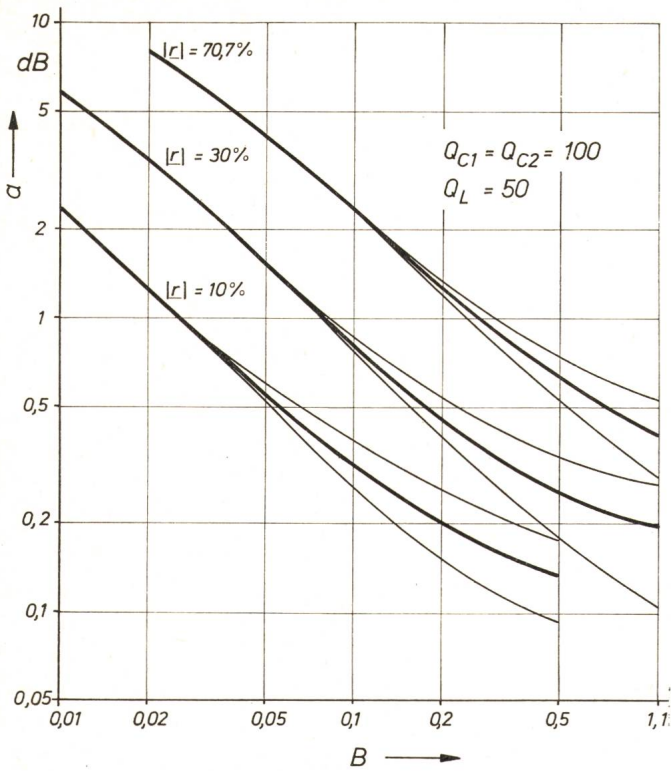


Fig. 7

Zusatzdämpfung  $a$  der Resonanztransformatoren, abhängig von der relativen Bandbreite  $B$  bei der Resonanzfrequenz

(für  $B = 0,01$  wurden bei  $|r| = 70,7\%$  die Elemente der Resonanztransformatoren wegen zu hoher Verluste nicht berechnet, für  $B = 1,1$  ist bei  $|r| = 10\%$  eine Anpassung nicht möglich)

Die Kurven sind errechnet für die Bauelementegüten  $Q_{C1} = Q_{C2} = 100, Q_L = 50$

a) Die Zusatzdämpfung ist bei konstanter Bandbreite unabhängig von  $R_1/R_2$ . Ausnahmen hiervon sind der L3- und der L4-Resonanztransformator. Deren Sonderstellung, die schon in den signifikant abweichenden Spannungsübertragungsfunktionen in Gestalt des ausgeprägten Dämpfungspoles zu erkennen war, zeigt sich auch hier wieder. Bei ihnen sind die Verluste auch von  $R_1/R_2$  abhängig (für  $B = 0,2$  und einen Reflexionsfaktor von  $70,7\%$  steigt in diesen beiden Fällen die Zusatzdämpfung  $a$  auf den doppelten Wert an, wenn  $R_1/R_2$  innerhalb der durch die Realisierung gegebenen Grenzen variiert wird).

b) Die Resonanztransformatoren zeigen, wiederum mit Ausnahme des L3- und des L4-Resonanztransformators, untereinander gleiches Verlustverhalten.

In Fig. 7..9 sind – stark ausgezogen – gemittelte Verlustkurven  $a = f(B)$  mit den Toleranzbereichen für jene sechs Resonanztransformatoren dargestellt, die gleiches Verlustverhalten zeigen. Die maximale Abweichung der tatsächlichen Kurven von den gemittelten Kurven beträgt  $\pm 0,13$  dB. Da diese Abweichung immer nur bei geringen Zusatzdämpfungen auftreten, sind sie für die Praxis unbedeutend. Als Werte für die Kondensatorgüte  $Q_C$  und die Spulengüte  $Q_L$  bei Resonanzfrequenz wurden drei verschiedene Kombinationen, nämlich  $Q_{C1} = Q_{C2} = 100; Q_L = 50; Q_{C1} = Q_{C2} = 300; Q_L = 100$  und  $Q_{C1} = Q_{C2} = 1000; Q_L = 200$  gewählt. Es wurden diese Wertkombinationen gewählt, weil sie in der Praxis etwa gleichen Anforderungen sowohl an die Spulen als auch an die Kondensatoren entsprechen.

#### 4.2 Näherungsformel für die Verluste, abgeleitet vom verlustbehafteten Parallelschwingkreis

In diesem Abschnitt soll durch eine einfache Umformung eines geeigneten Resonanztransformators gezeigt werden, dass

ein verlustbehafteter Parallelschwingkreis das Verlustverhalten der Resonanztransformatoren genügend genau beschreibt. Ausserdem können damit auf einem zweiten Weg die im vorigen Abschnitt 4.1 genannten Aussagen bestätigt werden. Die schon in Fig. 3 dargestellten dualen LCC- und LLC-Schaltungen sind für den T2-Resonanztransformator in Fig. 10 nochmals gezeigt, die Elemente seien vorerst verlustlos. In Fig. 11 ist die duale LLC-Schaltung weiter umgezeichnet worden; der Anpassungsvierpol geht in einen Parallelschwingkreis mit angezapfter Spule über. Die Spule wirkt gleichzeitig als Spartransformator, der den Widerstand  $R_2$  auf  $R_1$  transformiert. Man kann die angezapfte Spule in eine Spule  $\tilde{L}$  und einen idealen Übertrager aufspalten (Fig. 11). Dabei gilt wegen der angenommenen Entkopplung von  $L_1$  und  $L_2$ :

$$L_1 + L_2 \neq \tilde{L}$$

Der Transformator in Fig. 11 transformiert den Abschlusswiderstand  $R_2$  jeweils gerade so, dass an den Klemmen 3-3' der Widerstand  $\tilde{u}^2 R_2 = R_1$  erscheint. Der Gesamtdämpfungswiderstand für den verlustlosen Schwingkreis ist also immer  $R_1/2$ , unabhängig vom Transformationsverhältnis!

Für den Schwingkreis aus  $L$  und  $C$  gilt bei kleinen Bandbreiten

$$B \approx 1/Q_B \quad (14)$$

Hierbei ist  $B$  die normierte Bandbreite und  $Q_B$  die Betriebsgüte des Schwingkreises.

Damit ergibt sich:

$$B \approx 1/Q_B = 2\omega_r \tilde{L}/R_1 = 2/R_1 \omega_r C$$

Sind die Elemente des Parallelschwingkreises selbst verlustbehaftet, so ändert sich die Bandbreite im selben Mass, wie zu  $R_1/2$  weitere Bedämpfungswiderstände, die die Elementever-

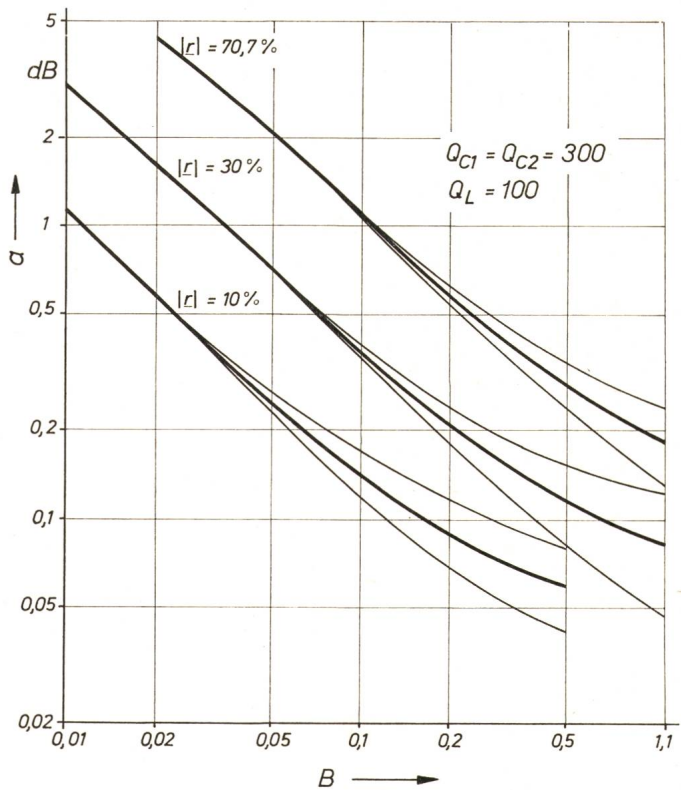


Fig. 8

Wie Fig. 7, aber die Kurven sind errechnet für die Bauelementegüten

$$Q_{C1} = Q_{C2} = 300, Q_L = 100$$



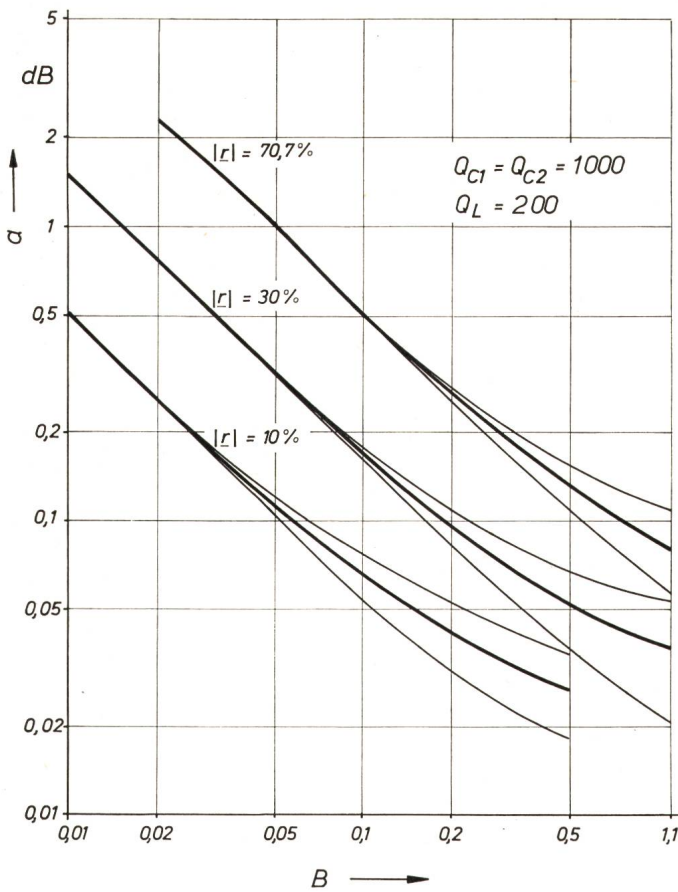


Fig. 9  
Wie Fig. 7, aber die Kurven sind errechnet für die Bauelementgüten  
 $Q_{C1} = Q_{C2} = 1000, Q_L = 200$

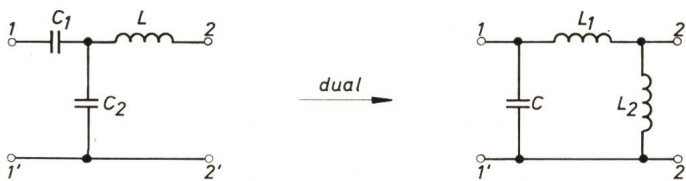


Fig. 10  
Der T2-Resonanztransformator und die dazu duale LLC-Schaltung

luste repräsentieren, parallel geschaltet werden. Diese Änderung, die im vorigen Abschnitt als Zusatzdämpfung ausgedrückt wurde, ist offenbar nicht abhängig vom Übersetzungsverhältnis (Satz 1), sondern nur abhängig von den Elementeverlusten. Da alle Resonanztransformatoren mit Ausnahme des L3- und L4-Transformators in der Umgebung der Resonanzfrequenz gleiches Verhalten zeigen, können auch alle in diesem Bereich durch einen Parallelschwingkreis angenähert beschrieben werden [4], auch wenn die Umformung nicht so einfach wie beim obigen Beispiel vorstatten geht (Satz 2).

Mit zunehmender Bandbreite werden die Zusatzverluste kleiner, weil von vornherein schon eine hohe Dämpfung durch

die Abschlusswiderstände vorliegt. Da also die Verluste beim Parallelschwingkreis unabhängig vom Transformationsverhältnis  $R_1/R_2$  sind, wurde für den Fall  $R_1/R_2 = 1$  eine Gleichung hergeleitet, die die Zusatzdämpfung  $a$  als Funktion der normierten Bandbreite  $B$  und der Elementengüten angibt. Für die drei behandelten Reflexionsfaktoren ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$\text{für } |r| = 70,7\% : a = 20 \log \left[ 1 + \frac{1}{B} (1/Q_C + 1/Q_L) \right] \quad (15)$$

$$|r| = 30\% : a = 20 \log \left[ 1 + \frac{1}{3,17 B} (1/Q_C + 1/Q_L) \right] \quad (16)$$

$$|r| = 10\% : a = 20 \log \left[ 1 + \frac{1}{9,95 B} (1/Q_C + 1/Q_L) \right] \quad (17)$$

In Fig. 12 ist  $a = f(B)$  für  $Q_C = 300$  und  $Q_L = 100$  dargestellt. Parameter ist der Betrag des Reflexionsfaktors.  $a$  wurde mit den Gl. (15) bis (17) berechnet.

Ein Vergleich von Fig. 8 mit Fig. 12 zeigt die Ähnlichkeit der Dämpfungskurven von Parallelschwingkreis und Resonanztransformator. Deshalb ist das einfachere beschreibende Verlustverhalten des Parallelschwingkreises auf die Resonanztransformatoren (mit Ausnahme des L2- und L3-Resonanztransformators) übertragbar.

Mit den hier entwickelten Gedankengängen kann das in Abschnitt 3 gezeigte Beispiel hinsichtlich der Zusatzverluste ergänzt werden. Dort sollen Spulen mit der Güte  $Q_L = 100$  und Kondensatoren mit der Güte  $Q_C = 300$  verwendet werden. Aus Fig. 8 ergibt sich für den Resonanztransformator mit  $Q_{C1} = Q_{C2} = 300$  und  $Q_L = 100$  eine Zusatzdämpfung von  $a = 0,95$  dB.

### 5. Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden acht für die Praxis wichtige Resonanztransformatoren mit drei Elementen untersucht. Da nicht für alle drei Reaktanzen Lösungsgleichungen angebar sind, wird als Lösungshilfe ein Digitalrechner eingesetzt. Die Ergebnisse liegen in tabellarischer Form normiert auf die Resonanzfrequenz und den Abschlusswiderstand vor. Die Berechnung wurde für relative Bandbreiten  $B$  zwischen 0,01 und 1,1 und für Widerstandsverhältnisse  $R_1/R_2$  zwischen 1 und 64 durchgeführt. Die Bandbreite wurde für die Reflexionsfaktoren 70,7 % (entsprechend der 3-dB-Grenzfrequenz), 30 % und 10 % berechnet. Für Resonanztransformatoren mit verlustbehafteten Elementen werden Korrekturkurven angegeben. Neben dem Transformationsverhalten in der Umgebung der Resonanzfrequenz werden auch die Filtereigenschaften durch charakteristische Daten der Spannungsübertragungswerte bei sieben Frequenzen erfasst.

An dieser Stelle sei Dipl.-Ing. Christ für die Vorarbeiten und Prof. Zinke für wesentliche Anregungen und stete Diskussions-

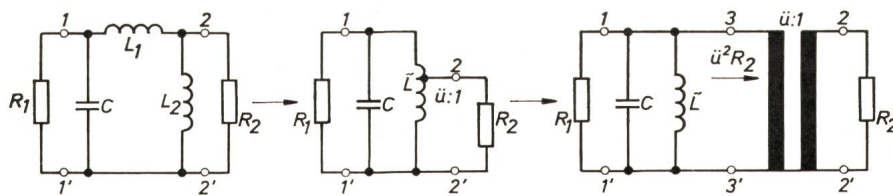


Fig. 11  
Anpassung des Resonanztransformators in Fig. 10 durch einen Parallelschwingkreis mit Transformator, die durch Umwandlung aus der LLC-Schaltung abgeleitet wurden

$$\text{Es ist } \tilde{L} = L_1 + L_2$$



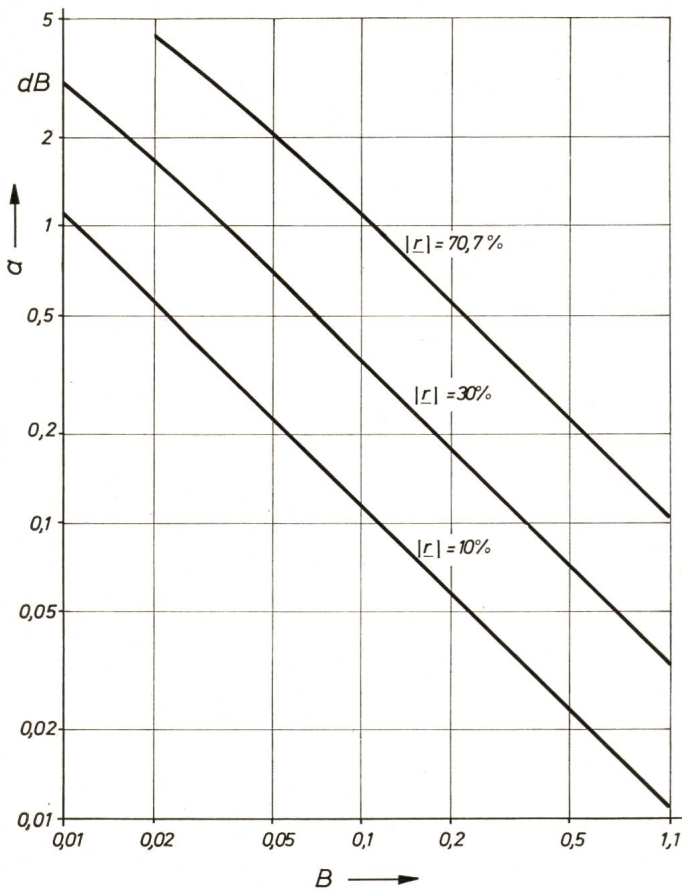


Fig. 12

Dämpfung  $a$  durch Verluste des Parallelschwingkreises bei der Resonanzfrequenz, abhängig von der relativen Bandbreite  $B$

bereitschaft recht herzlich gedankt. Die numerischen Berechnungen wurden am Rechenzentrum der Technischen Hochschule Darmstadt ausgeführt.

#### Literatur

- [1] K. Küpfmüller: Leistungsanpassung in Hochfrequenzkreisen. Elektrische Nachrichtentechnik 12(1935)4, S. 107...113.
- [2] E. Schwartz: Die Bandbreite von Anpassungsvierpolen mit zwei Reaktanzen. AEÜ 24(1970)4, S. 179...186.
- [3] E. Schwartz: Zur Theorie der Anpassung mit zwei Reaktanzen. AEÜ 23(1969)4, S. 169...176.
- [4] K. H. Kupferschmidt: Die Dimensionierung des  $\pi$ -Filters zur Resonanztransformation. Frequenz 24(1970)7, S. 215...218.
- [5] O. Zinke und H. Brunswig: Lehrbuch der Hochfrequenztechnik, 2. Auflage. Berlin u. a., Springer Verlag, 1973, S. 79...80.

#### Adresse der Autoren:

W. Krautkrämer und A. Richtscheid, Technische Hochschule Darmstadt, Fachgebiet HF-Technik, Merckstrasse 25, D-61 Darmstadt.