

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 65 (1974)

Heft: 24

Artikel: Betrachtung von Magneteigenschaften

Autor: Herzog, W.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-915477>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Betrachtung von Magneteigenschaften

Von W. Herzog

Die Mängel der Magnetdarstellung durch Polmengen (Polstärken) werden erörtert. Die Diskussion des Magneten als Dipol lässt keine Möglichkeit für einen Monopol offen. Statische Ladungen auf speziell geformten Leitern zeigen ein einem Stabmagneten entsprechendes Feldbild. Auch das Feldbild eines Luftspaltes zwischen zwei Magnetpolen ist elektrostatisch nachbildbar. Die Entwicklung eines Magnetmodells unter Annahme eines bestimmten Streuverhaltens führt zur rechnerischen Ermittlung der Winkellage des Eisenpulverbildes eines Stabmagneten mit guter Übereinstimmung.

1. Vorbemerkung

Die vorliegende Untersuchung soll eine anschauliche Darstellung der Magneteigenschaften vermitteln. Hierbei ist die Grenze recht tief gesteckt. Nur einfache Erscheinungen dienen als Unterlage. Genauere Untersuchungen, die auch zur Bestimmung der Konstanten führen sollen, sind vorgesehen.

2. Das bekannte Magnetmodell mit Polmengen

Erzielt man in der üblichen Weise mit Eisenfeilspänen das Feldbild eines Magneten (Fig. 1), so sieht man in eindrucksvoller Weise zwei Pole. Die Wirkungen des Magneten gehen von diesen Polen aus. Es wurde folgerichtig angenommen, dass

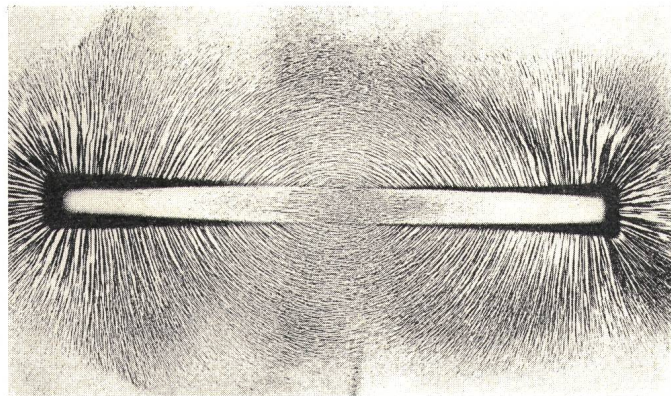


Fig. 1 Eisenpulverbild eines Magneten

sich am Ort der Magnetpole magnetische Mengen befinden, die mit einer entsprechenden Stärke – der sog. Polstärke – nach aussen wirken. Wie die Wirkung an den Enden entsteht oder sich dorthin verlagert, ist nicht zu erklären. Ebensovienig die augenblickliche Umlagerung der magnetischen Mengen beim Zerteilen eines Magneten in seiner Mitte (Fig. 2a) – der sogenannten indifferenten Zone – in zwei gleiche Magnete. Jetzt entstehen neue Pole am Ort der früheren indifferenten Zone (Fig. 2b).

Setzt man zwei gleiche Magnete mit ihren entgegengesetzten Polen zusammen (Fig. 3), so wird aus der Verbindungsstelle eine neutrale Zone. Verständlich, wenn man den Mengen entgegengesetztes Verhalten zuordnet. Heben sich die Mengen in der Mitte auf, neutralisieren sich also, so verbleiben die Mengen an den Enden auf ihrem alten Wert. Damit wären die magnetischen Mengen unabhängig von der Magnetlänge. Einleuchtender wäre eine Verdopplung der Mengen – entsprechend der doppelten Länge, bzw. dem doppelten Volumen. Zu betonen ist hier, dass die doppelte Menge nicht die doppelte

537.621

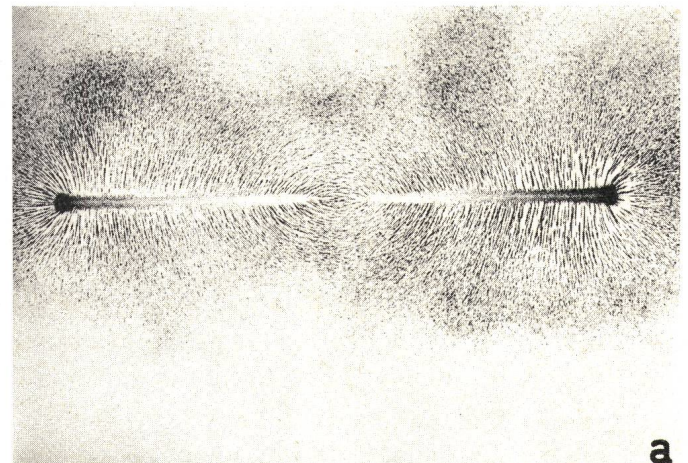
Les insuffisances de la représentation des aimants par des intensités polaires sont expliquées. L'interprétation de l'aimant en tant que dipôle ne permet pas celle d'un monopôle. Des charges statiques sur des conducteurs d'une forme appropriée montrent l'image du champ d'un barreau aimanté. L'image du champ d'entrefer entre deux pôles d'aimants peut également être reproduite électrostatiquement. La mise au point d'un modèle d'aimant pour un comportement de dispersion donné conduit à la détermination par le calcul de la position angulaire de l'image en poudre de fer d'un barreau aimanté, avec une bonne concordance.

Wirkung hervorrufen muss, da die Wirkung – die dem entstehenden Fluss proportional ist und mit einem anderen Fluss eine Kraft hervorruft – von der Umgebung abhängt.

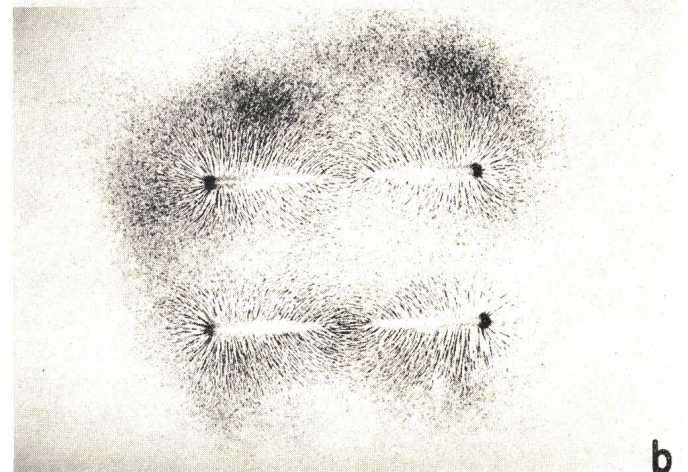
Im Fall nichtgesättigter Magnete liesse sich eine Vermehrung (nicht Verdopplung) durch Influenz deuten, bei gesättigten Magneten entfällt diese Erklärungsmöglichkeit. Es bleibt nur die Mengenverschiebung.

Dieselbe ist jedoch keineswegs vollständig, wie dies die folgenden Figuren erläutern:

Fig. 4a zeigt zwei Magnete gleicher Richtung in Kette mit einem Abstand von 5 cm. Man sieht die gegenseitige Beeinflussung der Streuung der beieinander liegenden Enden. Bringt



a



b

Fig. 2 Eisenpulverbild einer Stahlnadel

a die Nadel ist ungeteilt

b Eisenpulverbild der beiden Hälften der geteilten Nadel

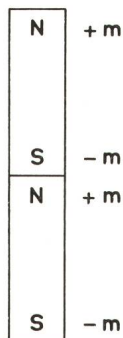
man die Magnete näher zusammen, z. B. in einen Abstand von 0,5 cm (Fig. 4b), so linearisiert sich die Streuung. Im Falle der Berührung beider Magnete (Fig. 4c), wobei die Berührungsflächen geschliffen wurden, und die gegenseitige Anziehungskraft (in der indifferenten Zone) die Magnete aneinander presst, zeigt sich ein deutlicher Verbleib der Polstreuungen. Legt man gleiche Pole zweier in Kette liegender Magnete in gleicher Weise wie Fig. 4 aneinander (Fig. 5), so sind die Streuungen der Einzelmagnete zwar gestört, aber nicht aufgehoben.

den Magneten hinein verschoben [1]. Der Abstand von der Magnetmitte M sei als reduzierte halbe Länge l_r eingeführt:

$$l_r = l - p \quad (1)$$

An diesem Ort, der zunächst punktförmig angenommen sei, wirke die Streuung nach allen Richtungen ausserhalb des Magneten. Diese Streustrahlung lässt sich durch eine Streuung S_1 senkrecht zu dem Magneten im Pol ersetzen. Die Orte seien – entsprechend den Polbezeichnungen – N und S. In der Um-

Fig. 3 Zwei zusammengesetzte Magnete
 m magnetische Menge



Die gegenseitige Kraftwirkung ist zu gering, um die Molekularmagnete wieder völlig auszurichten.

Tariert man den Hauptfluss eines gesättigten Magneten mit einer magnetischen Waage aus, wobei der Magnet an einem Pol des Waagebalkens senkrecht zu letzterem steht (Fig. 6) und benötigt hierzu 1 g, so erfordert ein weiterer in Kette geschalteter gleicher Magnet nur ein Zusatzgewicht von 60 mg (6%). Dieser Wert ist auch erforderlich, wenn der ursprüngliche Magnet weggenommen und der hinzugefügte an seinem Platz gelassen wird.

Hier gibt es zwei Deutungen:

a) Die Magnete wirken einzeln (d. h. ohne Mengenverschiebung) und ihre Wirkungen addieren sich;

b) Die Mengen addieren sich, gleichzeitig wird der Innenwiderstand verdoppelt (Satz von Hopkinson) [2]¹⁾ und auch der Aussenwiderstand wird sich ungefähr verdoppeln, so dass der Fluss, der als Kraft mit der magnetischen Waage gemessen wird, ungefähr derselbe bleibt. Bei ungesättigten Magneten erhöht der zweite Magnet von 100 mg auf 115 mg (15%), so dass ein erhöhender Influenzeinfluss vorliegt.

Flussmessungen ergaben dasselbe Bild.

Die Deutung der Versuche durch Mengenverschiebung würde im ungesättigten Fall eine solche mit nicht idealer Ausrichtung (ideale Ausrichtung verläuft parallel der Süd-Nordrichtung) erfordern. Ist die neue Menge am Ort der ursprünglichen Menge angekommen – wozu auch Platz benötigt würde – so müsste dort die gegenseitige Ausrichtung vorgenommen werden.

Wenn schon die Mengenwanderung überhaupt wenig verständlich ist, so ist eine solche mit nicht ideal ausgerichteten Teilmengen noch weniger einleuchtend.

Um eine bessere Übersicht über das Polmengenmodell zu erhalten, sei die Winkellage des Feldbildes zwischen den Polen eines Magneten und einem Einzelpol in der Umgebung desselben berechnet.

Der Wirkungsort der Pole eines Magneten der Länge $2l$ liegt nicht genau an den Polen, sondern um etwa $p = l/6$ in

¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

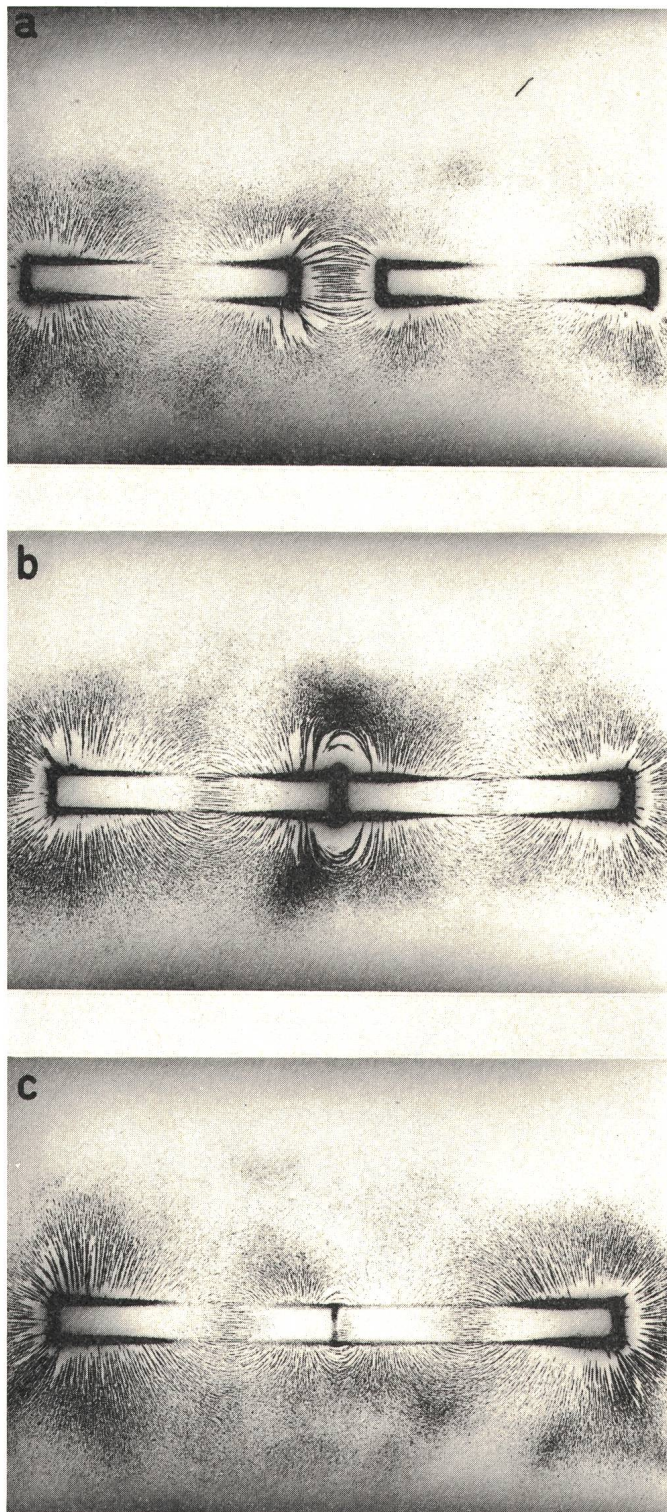


Fig. 4 Zwei Magnete gleicher Richtung in Kette

- a Abstand 5 cm
- b Abstand 0,5 cm
- c aneinanderliegend

gebung wird ein Einzelpol n (Nordpol) als Aufpunkt angenommen (vgl. Abschnitt 8). Diese Bezeichnungen finden sich in Fig. 7. Der Pol n habe den senkrechten Abstand a vom dem Magneten. Der Abstand des Auftreffpunktes A vom Mittelpunkt M sei b . Die Streuung S_1 wird auf die Verbindungslinien n und s der Pole N und S zum Pol n projiziert. Hierbei kann man der Streuung S_1 am Südpol S die gleiche Richtung wie am Nordpol N geben oder wie in Fig. 7 gezeichnet, die entgegengesetzte Richtung, wobei das Minuszeichen für die entstehende

Kraft entfällt. Letzteres ist anschaulich, wenn man sich die vom Nordpol ausgehende Streuung zum Südpol zurückkehrend denkt.

Nimmt man an, dass die Projektion der Streuung auf die Verbindungslinien zum Aufpunkt zur Darstellung der Wirkung nicht ausreicht, so müsste der Einzelpol n Nachbarstreunungen heranziehen und dies bogenförmig, denn der lineare Anteil ist enthalten. Ist die ganze Umgebung vollgestreut mit Eisenpulver, so würde bei bogenförmiger Kraftwirkung der Auf-

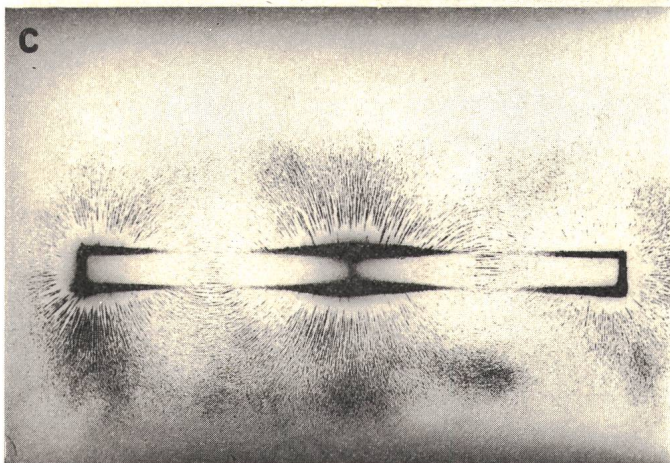
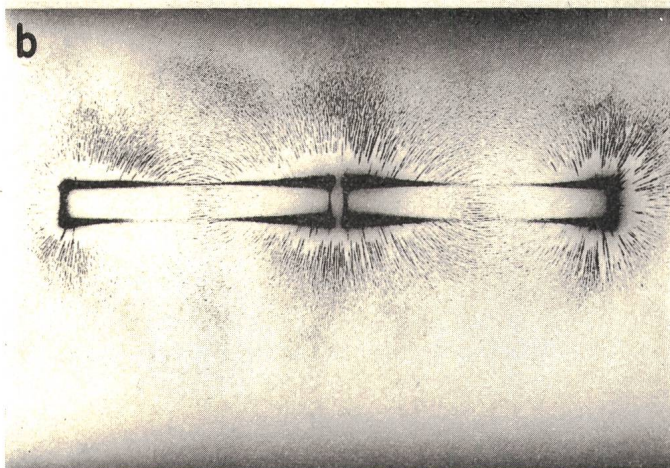
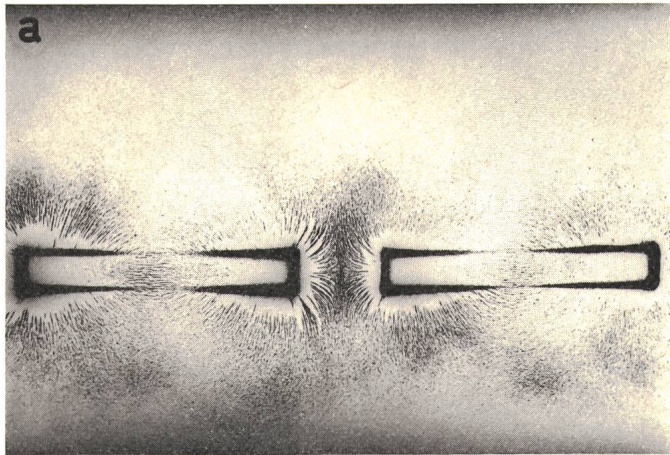


Fig. 5 Zwei zusammengesetzte Magnete ungleicher Richtung in Kette
Die Abstände entsprechen der Fig. 4

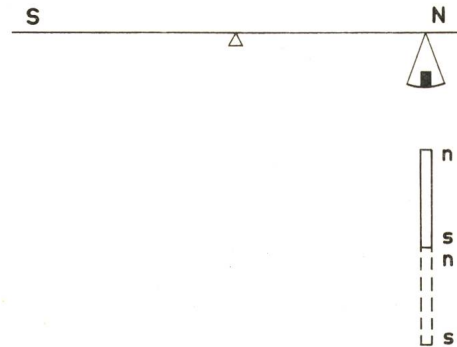


Fig. 6 Magnetische Waage
Messung des Hauptflusses
 n, N Nordpole
 s, S Südpole

punkt n gegenüber seiner Umgebung oder Punkte der Umgebung bevorzugt, was nicht möglich ist. Der gegenseitige Einfluss der Eisenpulverteilchen scheint gering und daher vernachlässigbar zu sein. Kettenbildung durch Klopfen bringt – besonders in einiger Entfernung vom Magneten – Veränderungen wie die Fig. 24a und b zeigen.

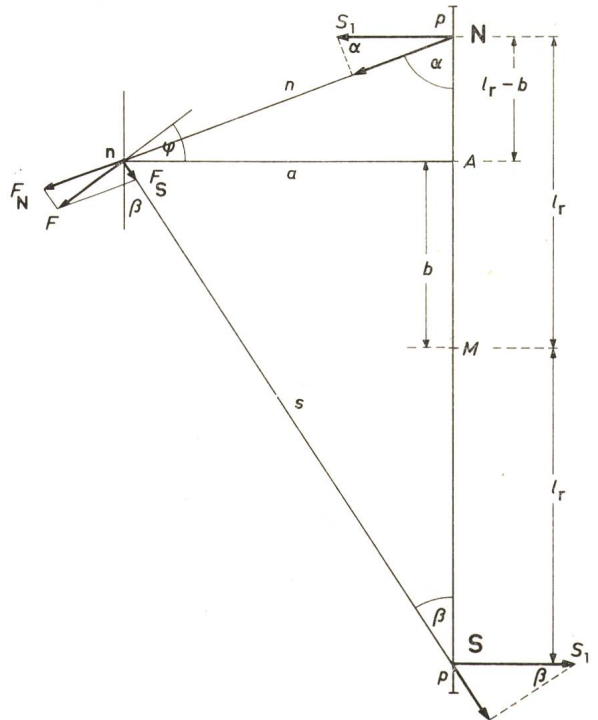


Fig. 7 Magnet mit an den Polen angenommenen Streunungen

nNS Magnetpole	A Auftreffpunkt des Poles n
S_1 Streuung	n, s Abstände des Poles n von N und S
$2l_r$ Polabstand	p Abstand Magnetende-Pol
a, b Koordinaten	F_N, F_S Kräfte von N und S auf n
M Magnetmitte	F resultierende Kraft
	φ resultierender Winkel

Auch die Möglichkeit, die Streuung im Sinne einer Kraft mit der Verbindungslinie zum Aufpunkt und der Magnetlängsachse als Wirkungslinien zu zerlegen, wurde erwogen, doch nicht für annehmbar erachtet.

Möglicherweise ist eine Abänderung oder Verfeinerung der Streuwirkung erforderlich. Es sind Versuche vorgesehen, um darüber Unterlagen zu erhalten.

Mit den eingezeichneten Winkeln α und β haben die im Punkt n entstehenden Kräfte die Werte

$$F_N = k \frac{S_1 \sin \alpha}{n^2} \quad F_S = k \frac{S_1 \sin \beta}{s^2} \quad (2)$$

wobei k eine nicht interessierende, herausfallende Konstante bedeutet.

Zur Berechnung des Winkels φ oder von $\pi + \varphi$ der Resultierenden F beliebig vieler in einem Punkt P angreifender Kräfte F_v ($v = 1, 2 \dots n$) legt man ein senkrecht Koordinatensystem durch den Punkt P . Die Kräfte werden dann nach den Koordinaten zerlegt. Fig. 8 zeigt vier Kräfte F_v ($v = 1 \dots 4$) und die dazugehörigen Winkel α_v ($v = 1$ und 4).

Allgemein gilt für den eingezeichneten Winkel φ der Resultante F bzw. für $\pi + \varphi$ die Formel:

$$\tan \varphi = \frac{\sum_{v=1}^n F_v \sin \alpha_v}{\sum_{v=1}^n F_v \cos \alpha_v} \quad (3)$$

Angewandt auf den Fall der Fig. 7 entnimmt man, entsprechend Gl. (3):

$$\tan \varphi = \frac{F_N \sin (270^\circ - \alpha) + F_S \sin (270^\circ + \beta)}{F_N \cos (270^\circ - \alpha) + F_S \cos (270^\circ + \beta)} = \frac{-F_N \cos \alpha - F_S \cos \beta}{-F_N \sin \alpha + F_S \sin \beta} \quad (4)$$

und mit den Kräften Gl. (2):

$$\tan \varphi = \frac{\frac{S \sin \alpha \cos \alpha}{n^2} + \frac{S \sin \beta \cos \beta}{s^2}}{\frac{S \sin^2 \alpha}{n^2} - \frac{S \sin^2 \beta}{s^2}} = \frac{\frac{l_r - b}{n^4} + \frac{l_r + b}{s^4}}{\frac{a}{n^4} - \frac{a}{s^4}} = \frac{l_r}{a} \cdot \frac{s^4 + n^4}{s^4 - n^4} - \frac{b}{a} \quad (5)$$

Hierzu gehören die aus Fig. 7 ablesbaren Beziehungen:

$$n^2 = a^2 + (l_r - b)^2 \quad (6)$$

$$s^2 = a^2 + (l_r + b)^2$$

Die Winkellage ist unabhängig von der Stärke S_1 der Streuung

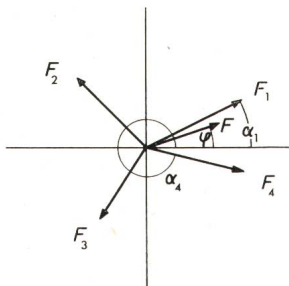


Fig. 8 Kräfte in einem senkrechten Koordinatensystem

F_1, F_2, F_3, F_4 Kräfte
 F resultierende Kraft
 α_1, α_4 Winkel zu F_1, F_4
 φ resultierender Winkel

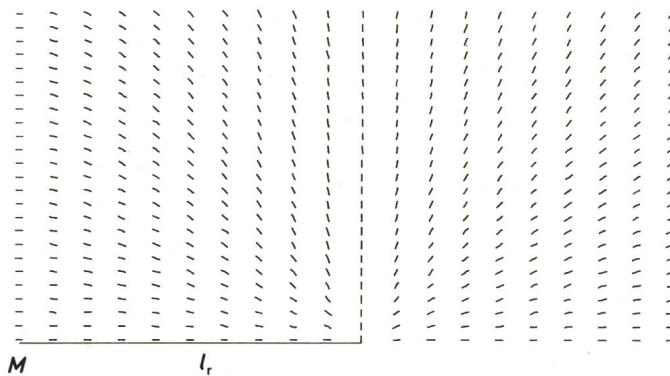


Fig. 9 Plotterbild eines Magnetquadranten unter den Voraussetzungen von Fig. 7

l_r halber Polabstand
 M Magnetmitte

Normiert man die Abstände auf den halben Polabstand l_r ;

$$\frac{a}{l_r} = a'; \quad \frac{b}{l_r} = b'; \quad \frac{n}{l_r} = n'; \quad \frac{s}{l_r} = s' \quad (7)$$

so ergibt sich die Formel

$$\tan \varphi = \frac{1}{a'} \cdot \frac{s'^4 + n'^4}{s'^4 - n'^4} - \frac{b'}{a'} \quad (8)$$

mit

$$n'^2 = a'^2 + (1 - b')^2$$

$$s'^2 = a'^2 + (1 + b')^2 \quad (9)$$

Fig. 9 zeigt das Plotterbild eines Quadranten nach Gl. (5). Die durchgezogene Linie ist der halbe Polabstand l_r . Hier ist die Strecke p anzusetzen, um die Länge l zu erhalten. Man sieht zwei punktförmige Pole, wie es auch nach der Voraussetzung zu erwarten war. Würde man statt der Einzelstreuung eine Anzahl paralleler Streuungen auf einer Pollinie, statt einen Polpunkt anzunehmen, verteilen, so könnte man in einem Magneten ähnliches Bild erzielen. Eine solche Streuverteilung würde aber ebenso wie eine einzige Streustelle am Pol jeder Grundlage entbehren. Auch die Grösse p ist nicht zu erklären.

Als Vereinfachung kann die Darstellung in Fig. 7 durchaus den Wert einer Näherung haben, sie führt aber zu keiner Erklärung des Magnetismus.

Bei einem Ringmagneten, dessen Magnetisierungsrichtung parallel zu seinem Umfang verläuft, zeigt das Eisenfeilspänebild einen radialen Verlauf. Es gibt nur eine Richtung der Molekularmagnete und keine Anfangs- und Endpunkte. Es entfällt daher die Rückwirkung und die indifferente Zone. Bringt man einen schmalen Luftspalt an, so entsteht ein Überbrückungsfeld mit einem Streufeld (Fig. 10). Letzteres täuscht zwei Pole vor. Man kann sich nicht vorstellen, dass durch den Spalt plötzlich zwei magnetische Mengen aus dem Nichts entstanden sind oder sich aus einer homogenen Verteilung zusammengezogen haben. Einleuchtend ist jedoch ein Überbrückungsfeld, das den hohen Luftwiderstand überwindet und hierbei den Ringspeicher in eine Quelle mit Aussenwiderstand (Verbraucher) umwandelt.

Bringt man zwei parallelgelegte Eisennadeln in einen grossen Luftspalt [3], wobei man den Versuch zweckmässig mit zwei Stabmagneten durchführt, und nähert einen der Magnete, so springen die beiden Nadeln an den Magneten und zwar etwa in die Mitte der Magnetendflächen, da dort die Magnet-



Fig. 10 Eisenpulverbild eines Ringmagneten mit Luftspalt

wirkung grösser ist. Wegen der Schwerkraft wird die Mitte in der Höhe nicht ganz erreicht. Hierbei gehen die vom Magnetende entfernten Enden der Nadeln auseinander (Fig. 11). Ursache ist die Abstossung der vorher parallelgerichteten Nadelmagnete. Auch an der Anspringstelle ist ein geringer Abstand entstanden. Nähert man den zweiten Magneten, so gehen die Nadelmagnete in die Parallelstellung zurück und werden dabei gegen die Erdanziehung angehoben (Fig. 12). Das Anheben erfordert eine Arbeit, die durch das Annähern des zweiten Magneten geliefert wird, während der Dauerzustand eine Kraft benötigt.

Wären die magnetischen Mengen so beweglich, wie beim Zerteilen und Zusammensetzen von Magneten angenommen wurde, so wären die von der Firma Valvo hergestellten mehrpoligen Magnete trotz des Abstandes der Einzelmagnete nicht möglich. Fig. 13a zeigt das Verteilungsbild und Fig. 13b das Eisenfeilspänebild eines Stabmagneten, der aus vier – ohne Luftspalt – in gepresstem Eisenpulver eingebetteten Magneten besteht.

Magnetisiert man einen Magneten, der mittels einer über den ganzen Magneten geschobenen Spule magnetisiert worden

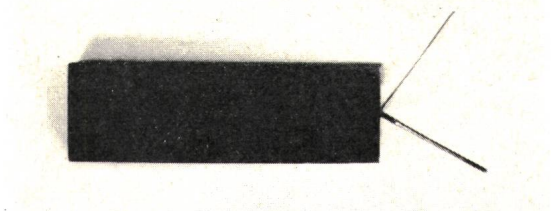


Fig. 11 Sich abstossende Magnetnadeln am Ende eines Magneten

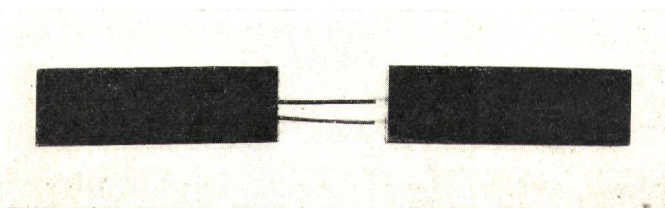


Fig. 12 Durch einen zweiten Magneten zusammengeführte Nadeln

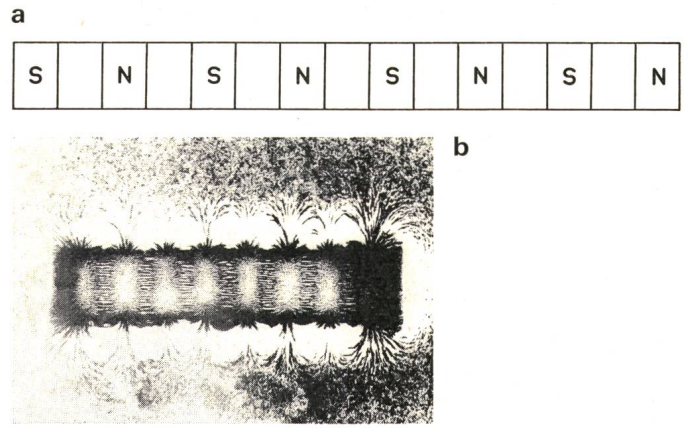


Fig. 13 Magnetverteilungsbild eines mehrpoligen Stabmagneten (a)
b Eisenpulverbild des Magneten gemäss a

war, nochmals, aber mit der nur zur Hälfte über ihn geschobenen Spule mit höherem Strom (Fig. 14a), so erhält man das in Fig. 14b gezeigte unsymmetrische Streubild.

Ein ähnliches Bild, das symmetrischen Feldverlauf zeigt, erhält man, wenn man über beide Magnetenden kleine Spulen schiebt und höher magnetisiert. In Fig. 15 haben die Spulen ein Achtel der Magnetlänge.

Mit diesen Versuchen soll gezeigt werden, dass die Magnet-eigenschaften ortsgebunden sind und nicht zu den Enden der Magnete wandern. Insbesondere im Fall der beiden Spulen an den Magnetenden ist das Entstehen einer Menge in der indifferenten Zone mit der «Mengenverschiebung» unerklärbar.

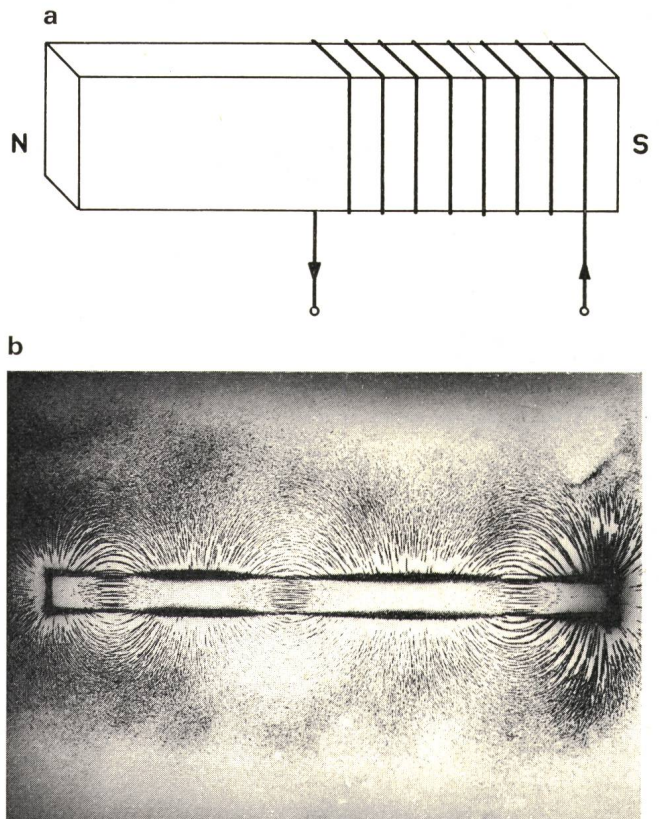


Fig. 14 Magnet mit halbübergeschobener Spule zur Nachmagnetisierung (a)
b Eisenpulverbild des Magneten gemäss a

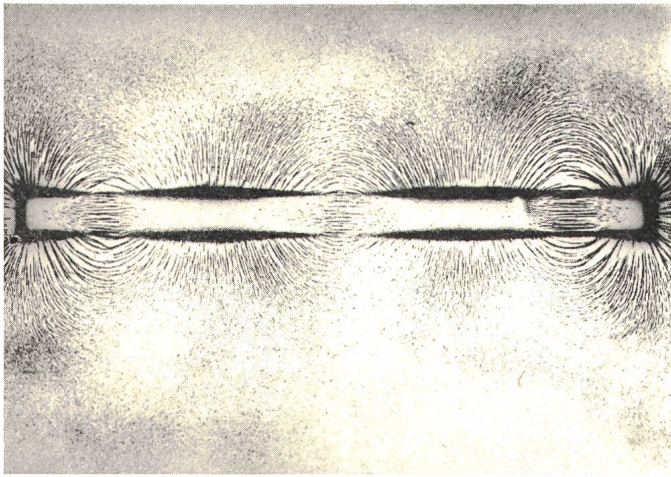


Fig. 15 Eisenpulverbild eines mit Spulen von $\frac{1}{8}$ Magnetlänge an den Enden nachmagnetisierten Magneten

3. Der Magnet als Dipol

Da man elektrische Mengen isolieren kann und Analogien zwischen dem Verhalten von Elektrizität und Magnetismus vorhanden sind, suchte man den magnetischen Monopol.

Eine Quelle kann nur abgeben oder aufnehmen, wenn in ihrer Umgebung eine Stelle anderen Potentials vorhanden ist und ein Verbindungsweg besteht. Für elektrisch geladene Leiter ist Vakuum kein Verbindungsweg, während Luft und in viel höherem Masse Dielektrika einen solchen bieten. Elektrische Influenz kann auch durch Vakuum erfolgen, jedoch ist nur in extremen Fällen ein Austausch von Elektronen möglich. Da die Gewinnung von Elektrizität vom neutralen Zustand ausgeht, kann man annehmen, dass gleiche Mengen positiver und negativer Elektrizität in beliebiger Verteilung vorhanden sind. Hierbei kann sich eine bestimmte Menge auf einer Metallkugel

befinden, während die dazugehörige Menge entgegengesetzten Vorzeichens zur Erde abgeleitet wurde. Lässt man jede beliebige Gestalt und jeden Abstand für die Orte elektrischer Mengen zu und nennt man diese Orte «Pole», so findet sich bei der Elektrizität zu jedem geladenen Teilchen auch ein solches entgegengesetzter Ladung, so dass auch hier nur Dipole vorhanden sind, wobei allerdings eine der Ladungen häufig nicht in Erscheinung tritt und daher nicht berücksichtigt werden muss. Dieser Vergleich mit Magnetpolen scheint weit hergeholt.

Betrachtet man jedoch eine magnetische Scheibe wie sie von Valvo hergestellt wird mit der in Fig. 16a gegebenen Anordnung, so erhält man das in Fig. 16b gezeigte Eisenpulverbild. Hier hat man zwei in der Gestalt völlig verschiedene Pole – einen punktförmigen Pol und sechs Gegenpole auf einem Ring. Man kann auch zwei ringförmige Pole herstellen, wie dies die Fig. 17a und b wiedergeben.

Würde man eine Scheibe mit sehr grossem Radius herstellen, so könnte man den punktförmigen Pol als isoliert, entsprechend einem geladenen Leiter betrachten, während der weit entfernte ringförmige Pol den entgegengesetzten Magnetismus vertritt und damit ebensowenig greifbar ist, wie z. B. die geerdete Gegenladung. Da die Form nicht auf eine Scheibe begrenzt ist, liegt der Unterschied zwischen Elektrizität und Magnetismus im wesentlichen im Verbindungsweg, und somit in der für die Elektrizität leichteren Verteilung als in dem scheinbar bei derselben nicht vorhandenen Gegenpol. Die Suche nach einem magnetischen Monopol ist also sinnlos. Vielleicht lässt sich ein Material für einen günstigeren Verbindungsweg finden.

Die Bedeutung der Formgebung bei Magneten lässt sich sinnvoll auf elektrische Leiter übertragen. Bringt man zwei elektrische Ladungen auf voneinander isolierten Messingstäben unter, wie Fig. 18a zeigt, so erhält man mit Griess in Rizinusöl das in Fig. 18b gezeigte Bild.

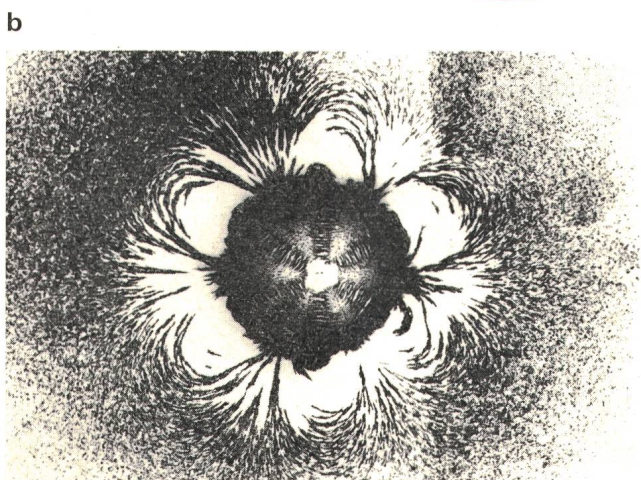
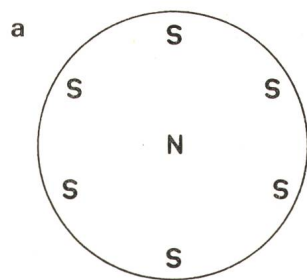


Fig. 16 Ringförmige Mehrpolanordnung (Valvo) (a)
b Eisenpulverbild gemäss a

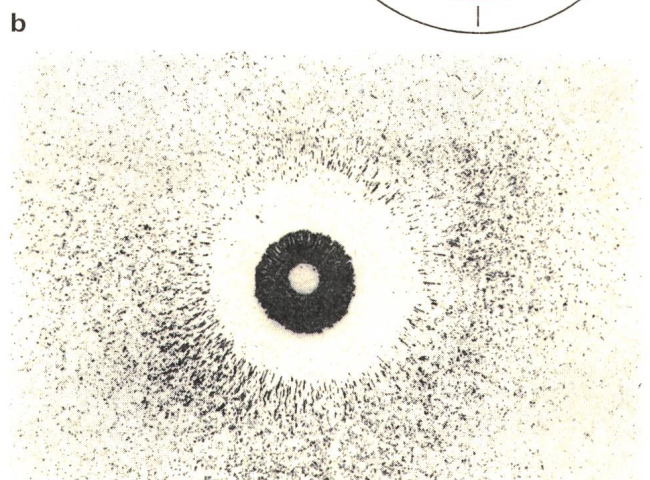
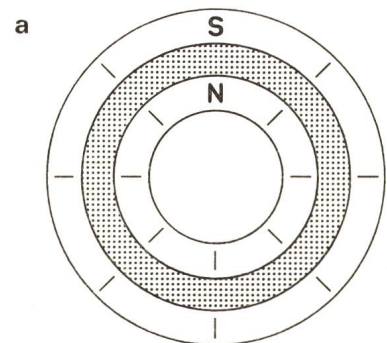


Fig. 17 Ringförmige Pole (Valvo) (a)
b Eisenpulverbild von Fig. 17a

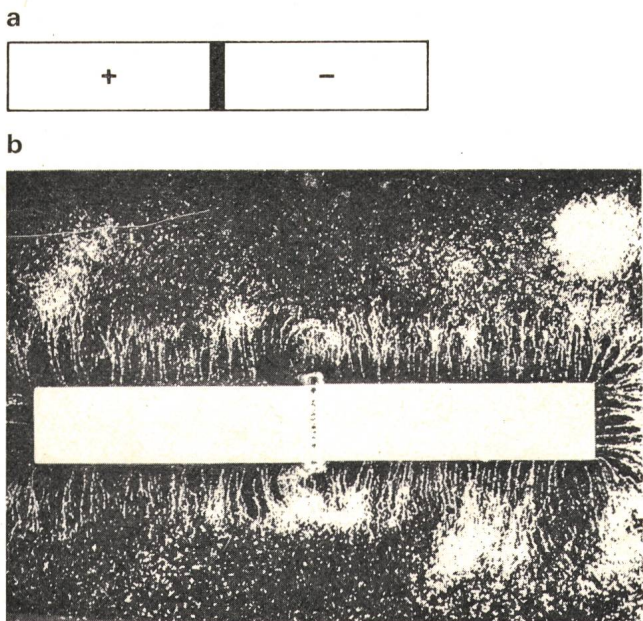


Fig. 18 Geladene Messingstäbe mit Zwischenisolation (a)
b Griesbild zu Fig. 18a

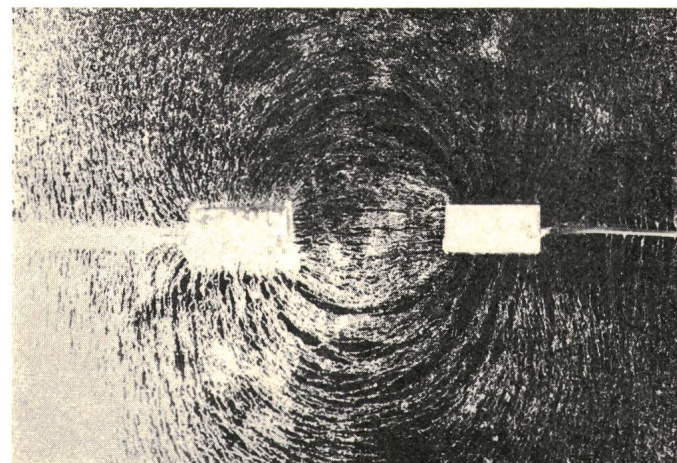


Fig. 19 Griesbild eines Luftspalts zwischen geladenen stabförmigen Leitern

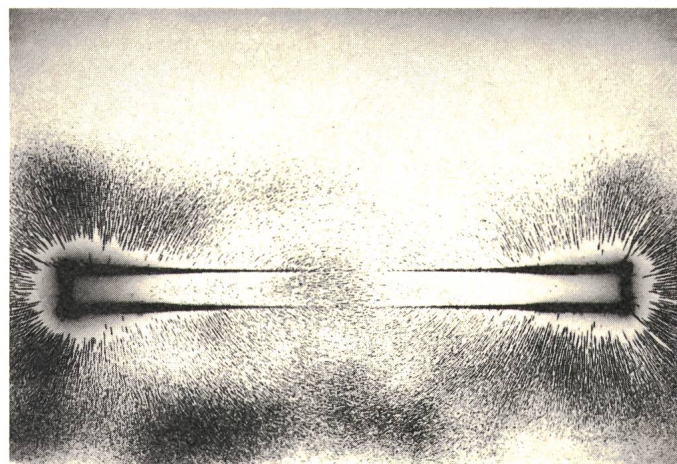


Fig. 20 Eisenpulverbild eines Magneten

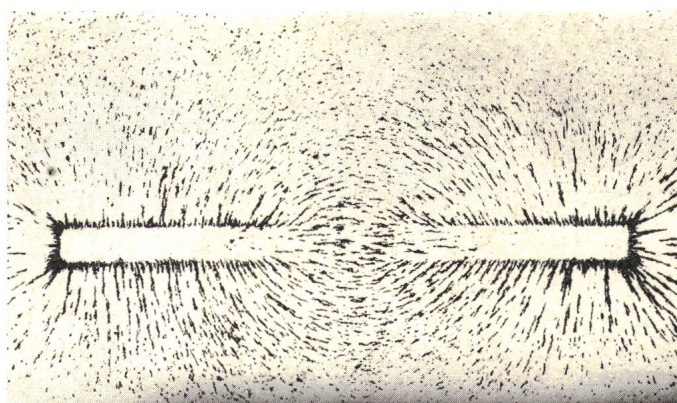


Fig. 21 Eisenspänebild eines Magneten

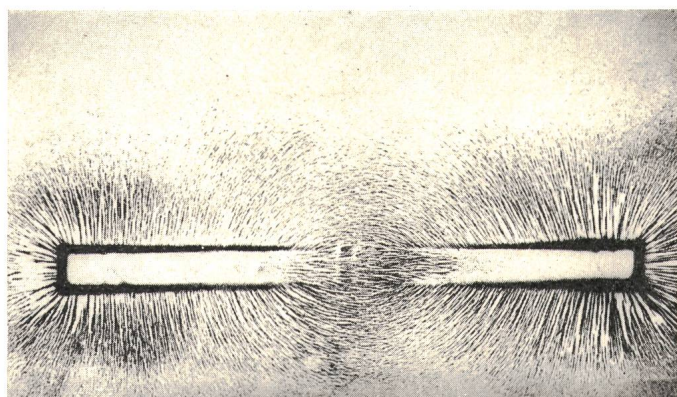


Fig. 22 Eisenpulverbild gemäss Fig. 20, nach Klopfen

Dasselbe ist mit dem Eisenpulverbild eines Magneten recht gut übereinstimmend. Die Stabform ermöglicht eine seitliche Abstrahlung – Streuung – wie sie auch beim Magneten vorhanden ist. Zu den Fig. 18b und Fig. 1, die man als Bilder von Quellen bezeichnen kann, lassen sich auch die Verbraucheranordnungen herstellen. Ein Verbraucher ist der Luftspalt zwischen zwei Ladungs- oder zwei Magnetenden. Dieselben können von einem Magneten oder einem entsprechenden Aufbau von Ladungsträgern herrühren. Fig. 19 zeigt das Griesbild eines Luftspaltes zwischen zwei Stäben als Ladungsträger. Hierzu gehört als Analogon das Eisenpulverbild Fig. 24a.

4. Das Eisenpulverbild

Legt man ein Stück Papier über einen Magneten und bestreut dasselbe mit Eisenpulver, so ergibt sich das in Fig. 20 gezeigte Bild. Nimmt man Eisenfeilspäne von etwa 1,5 mm Länge, so erhält man Fig. 21. Hierbei ist kein oder nur ein ganz geringes Klopfen erforderlich. Bei sehr glattem Papier von geringer Reibung ordnet sich das Bild schnell an. Bei grösserer Reibung (Löschpapier) bleiben die Teilchen fast bis zum Magneten liegen, während bei glattem Papier der Magnet die in seiner Nähe liegenden Teilchen gegen die geringe Reibung anzieht. Klopft man vorsichtig auf das Papier, so setzen sich die kleinen Pulvermagnete hintereinander (in Kette) und bilden so grössere Magnete. Da dieselben auf die Magnetenden ausgerichtet sind, so können die nahezu parallelliegenden kleinen Magnete sich nur in Kette schalten, da sich die gleichen Pole abstossen. Man kann den Versuch auch mit Stecknadeln ohne Köpfe machen. Die grösseren Magnete, die sich nun gebildet haben, stossen sich in höherem Masse ab, was man an den grösseren Zwischenräumen in Fig. 22 erkennt. Fig. 21 und 22 haben ähnlichen Verlauf, der sich von dem der Fig. 20 unterscheidet.

Es kann also festgestellt werden, dass die Reibung eine wichtige Rolle spielt. Ohne Reibung würden die Teilchen spontan zu den Polen springen, entsprechend der schwimmenden Stricknadel [1], die eine ausreichend geringe Reibung zu über-

winden hat. Nach den Fig. 20, 21, 22 beeinflussen sich die Eisenteilchen gegenseitig. Um den richtigen Ort zu bestimmen, müssten alle Einzelteilchen einzeln auf das Papier gestreut werden, um den gegenseitigen Einfluss auszuschliessen und damit nur den Bezug Magnet-Teilchen zu erhalten. Fig. 20 mit Eisenpulver und geringer Bestreuung entspricht etwa dem Idealfall – abgesehen von der Reibung. In diesem Fall ist das Einzelteilchen allein den Kräften des Magneten unterworfen. Man kann auch sagen, dass das Einzelteilchen Verbraucher der Quelle Magnet ist [4].

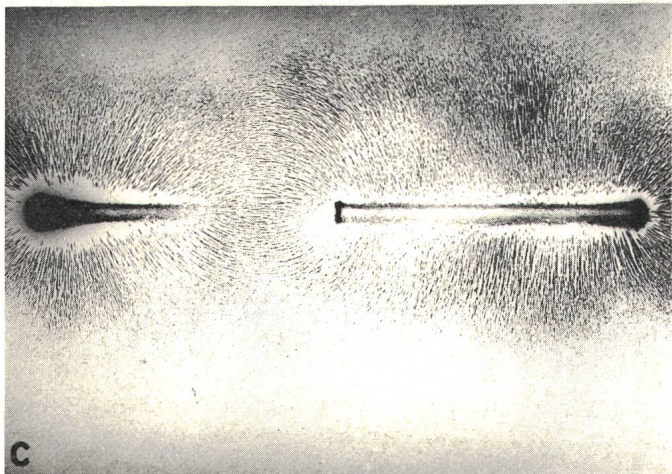
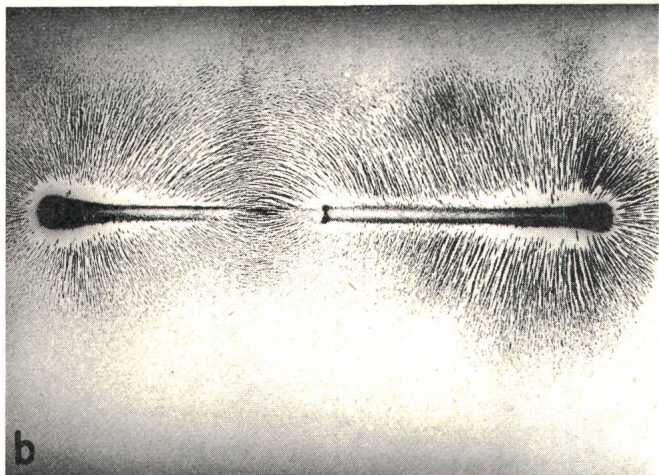
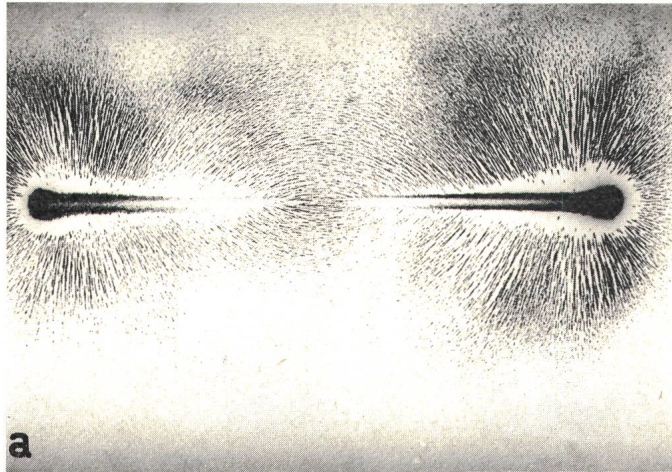


Fig. 23 Eisenpulverbild eines Magneten (a)
b dasselbe, aber mit abgeschirmter Hälfte
c dasselbe, aber mit doppelt abgeschirmter Hälfte

Die Wirkung eines der Magnetenden lässt sich durch Abschirmung einer Magnethälfte verringern. Fig. 23a zeigt das Feldbild eines Magneten und Fig. 23b dasselbe mit abgeschirmter rechter Hälfte. Hierbei sind die Feldlinien des abgeschirmten Endes weniger zu dem anderen Ende hingebogen als ohne Abschirmung. Noch deutlicher zeigt dieses eine doppelte Abschirmung (Fig. 23c).

Wie gross der Einfluss des Eisenpulvers auf den Magneten selbst ist, lässt sich durch folgenden Versuch zeigen. Man streut auf ein den Scheibenmagneten (gemäss Fig. 16) bedek-

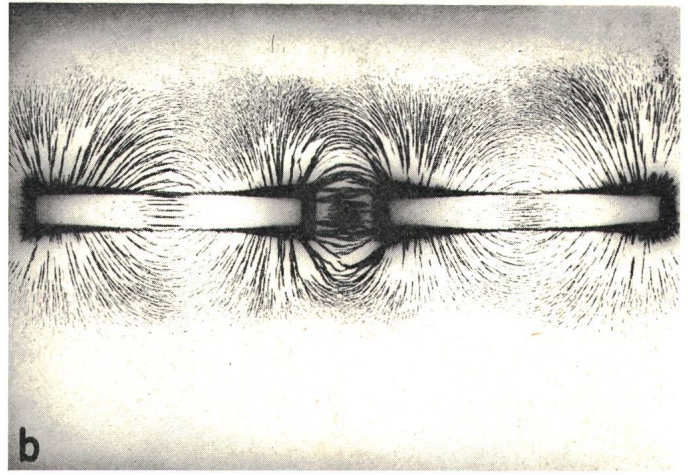
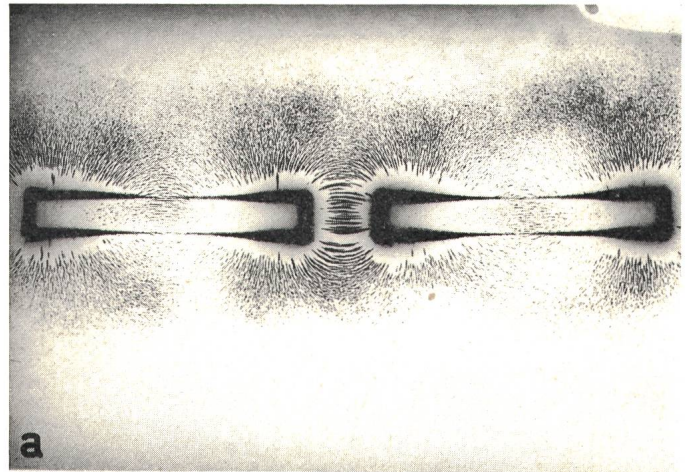


Fig. 24 Eisenpulverbild zwischen zwei Magneten (a)
b dasselbe nach Klopfen

kendes Papier Eisenpulver. Bei einer Papierstärke von $5 \cdot 10^{-2}$ mm genügen 40 mg Eisenpulver, um den 11,98 g schweren Magneten mit dem Papier hochzuheben. Dickeres Papier benötigt mehr Eisenpulver und zwar ein Papier von $9 \cdot 10^{-2}$ mm Dicke 48 mg und eines von $10 \cdot 10^{-2}$ bereits 54 mg.

Man kann davon folgenden Schluss ziehen:

Der Magnet selbst hat kein Feldbild. Das Eisenpulverbild zeigt den Magneten als Quelle mit dem Eisenpulver als Verbraucher.

Der Einfluss der Grösse der Eisenteilchen bei der Felddarstellung lässt sich auch sehr schön mit zwei Magneten zeigen: Man legt zwei Stabmagnete mit gleicher Magnetrichtung in einigem Abstand auf den Tisch. Ein darüber gelegtes Papier wird mit Eisenpulver bestreut. Man erhält die Feldlinien der Magnete (Fig. 24). Klopft man auf das Papier, so schalten sich die Pulvermagnete in Kette zu kleinen Stäben, die so gross

werden können, dass sie beide Magnete verbinden (Fig. 24b). Das Endverhalten entspricht dem der Nadeln (Fig. 12). Die Ausrichtung entspricht einer Verkürzung der Kraftlinien [3]. Man kann diese den Kraftlinien zuschreiben, aber auch den Magneten, die sich aus dem Pulver bzw. aus den Nadeln gebildet haben. Das «Bestreben» der Kraftlinien, sich voneinander zu entfernen, ist nichts anders als die Abstossung gleichgerichteter Magnete, die sich durch Influenz gebildet haben.

5. Das Modell eines Magneten

Nachdem in einem früher veröffentlichten Versuch festgestellt wurde, dass die Wirkung eines Magneten nach seinen Enden zu auf Streuung beruht, sollen auf dieser Grundlage die Eigenschaften eines Magneten erklärt werden. Voraussetzung sei allein das Verhalten von Kreisströmen (Ampèresche Theorie).

Fig. 25 zeigt eine Anzahl von Kreisströmen und ihre Wechselwirkung. In einer Ebene wirken die Kreisströme derart, dass sie sich gegenseitig abstossen (Streuungskräfte), während die Kreisströme verschiedener Ebenen sich anziehen (Anziehungskräfte). Aus dem gleichen Grund ziehen sich in Kette liegende Magnete gleicher Richtung an, während parallelliegende Magnete gleicher Richtung sich abstossen. Die Wirkung eines

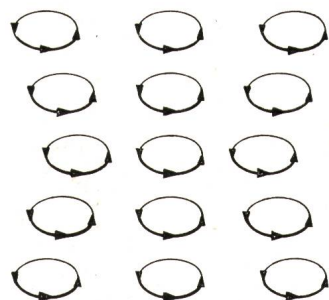


Fig. 25
Kreisströme in Wechselwirkung

Magneten ist ortsgebunden, verlagert sich also keineswegs in Form einer Menge an seine Enden. Ebensovienig sind die Teile der indifferenten Zone ohne Wirkung, sie tritt nur nicht am Ort dieser Zone auf, weil dort keine Streuung ist. Hätte der ganze Magnet keine Streuung, so würde sich die Wirkung aller Molekularmagnete addieren und an den Magnetenden zur Verfügung stehen und zwar nur in einer Richtung, senkrecht auf denselben. Infolge der Streuung tritt ein Teil der Magnetwirkung vorzeitig – an den Seiten – heraus, wodurch die Wirkung an den Enden verringert wird.

Die Wirkung eines Magneten tritt nur an den Grenzflächen verschiedener Permeabilität, insbesondere gegen Luft auf. Ein Toroidmagnet – längs seines Umfanges magnetisiert – hat nur ein geringes Streufeld durch die Unsymmetrie infolge Aussen- und Innenradius. Aussen ist das stärkere Streufeld. Ein Magnet ohne Pol ist also auch ein Magnet.

Wieso streut ein Magnet in seiner Mitte nicht oder fast nicht, jedoch in zunehmendem Masse nach seinen Enden zu?

Da die Streuung an den beiden freien Enden ein Maximum ist, muss in der Mitte ein Streuminimum entstehen. Symmetrie zu den Enden muss ebenfalls vorhanden sein. Die Anziehungskräfte der Molekularmagnete sind ohne Streuung – also in der Mitte des Magneten – am stärksten (ausserhalb des Magneten sind sie nicht feststellbar). Zerteilt man einen Magnetstab in zwei halbsolange Magnete, so sieht man im Eisenpulverbild gleiches Verhalten wie das des ungeteilten Magneten. Infolge neuer freier Enden ist die Wirkung der Anziehungskräfte in

den neuen Mitten am grössten. Entsprechend ist die Zunahme der Streukräfte nach den Enden zu. Bringt man die Magnete wieder zusammen, so wird das ursprüngliche Bild nur ungefähr wieder hergestellt. An der Kontaktstelle bleibt immer ein geringer Luftraum, der zwar von der Wirkung der beiden Teilmagnete überbrückt wird, jedoch einen kleinen Streubereich entstehen lässt (Fig. 4c). Sieht man von diesem kleinen Streubereich ab, so ist an der Stoßstelle die Endstreuung der beiden Teilmagnete verschwunden. Ursache ist die Überbrückung der Kontaktstelle und die dabei erfolgende allerdings nicht vollständige Addition der Wirkung beider Magnete. Jetzt sind die Anziehungskräfte in der Mitte (Kontaktstelle) entsprechend Fig. 11 am grössten, wenn man von den ausfallenden Molekülschichten an derselben absieht. Die Streukräfte an den Enden der Einzelmagnete ziehen sich wieder zusammen wie auch Fig. 12 verdeutlicht. Bei dieser Darstellung wirkt jedes Magnetmolekül (oder die zu Weißschen Bezirken zusammengefassten Moleküle) an seinem Ort, genau wie bei einer stromdurchflossenen Spule.

Die Abstossung von Magneten verschiedener Richtung ist mit der Betrachtung von Kreisströmen leicht verständlich.

Es gibt aber auch eine Abstossung durch die Streukräfte. Legt man zwei bewegliche Magnete gleicher Richtung parallel zueinander, so stossen sie sich ab. Die indifferente Mitte wird bei einem starren System natürlich mitgenommen. Dass die Mitte keinen Einfluss hat, kann man an leicht gekrümmten magnetischen Stahldrähten sehen. Haben die Krümmungen gleiche Richtung, so legen sich die Drähte im Abstand von einigen Millimetern parallel, während bei entgegengesetzter Krümmungsrichtung die Mitten sich berühren können, ohne dass Abstossung erfolgt.

Bringt man ein Stück Eisen oder einen Magneten in den Zwischenraum zwischen zwei gleichgerichtete Magnete, so zeigt das Eisenpulverbild eine Annäherung der Linien an das durch Influenz zu einem Magneten gewordene Eisenstück oder an den Magneten. Auch hier liegt die Erklärung in der Addition der Wirkung von Magnet und Eisenstück, wodurch eine Verstärkung der Anziehungskräfte und damit eine Verringerung der Streuung erzielt wird. *Grave* [3] addiert die Felder. Bei seiner Darstellung ist noch der Einfluss des Eisenpulvers hinzuzunehmen. Sehr einleuchtend ist zwar hier, dass die Feldlinien den Weg geringsten Widerstandes suchen, doch wäre dieses eine zusätzliche Voraussetzung, die erst aus der Streuung abgeleitet werden müsste.

6. Die Grundgesetze des Magnetismus

Man nennt wie bisher bei einem Solenoid das in Richtung des Uhrzeigers stromdurchflossene Ende einen Südpol – was nur eine Bezeichnung wiedergeben soll, Eigenschaften (ausser der Ausrichtung nach den Erdpolen) werden ihm nicht zugeschrieben. Das entgegen dem Uhrzeiger durchflossene Ende nennt man einen Nordpol. Diese Bezeichnungen werden sinngemäss auf einen Magneten übertragen, soweit er Pole zeigt, und es wird ihm eine Richtung, vom Süd- zum Nordpol gehend, zugeschrieben.

Damit findet man:

- a) Magnete paralleler Richtung stossen sich ab (Fig. 26a);
- b) Magnete antiparalleler Richtung ziehen sich an (Fig. 26b).

Verlaufen die Richtungen in einem Winkel zueinander, so dass sich die Enden einseitig nähern (Fig. 26c), so erhält man bei gleichen Richtungen:

- c) Gleiche Magnetenden (Pole) stossen sich ab, und mit Fig. 26d:
d) Ungleiche Magnetenden (Pole) ziehen sich an.

Als Gleichgewichtszustände ergeben sich die Antiparallellage und die Kettenlage.

Die Wirkung jeder punktförmigen Stelle eines Magneten, die Streufluss oder Hauptfluss liefert, verteilt sich auf die Fläche einer Kugel, so dass dieser Teil des Coulombschen Gesetzes einbezogen werden kann. Es ist nicht auf die Enden der Magnete beschränkt.

7. Zur Messanordnung von Coulomb

Bei der in Fig. 27 wiedergegebenen magnetischen Waage ist – auch wenn man lange Magnetstäbe annimmt – das Coulombsche Gesetz, das nur für punktförmige Magnetmengen gilt, von vornherein nicht erfüllt. Es ist paradox, ein Gesetz einer Versuchsanordnung zu entnehmen, die die gezogene Schlussfolgerung gar nicht aufweist. Mit der magnetischen Waage in der üblichen Form wird der Streufluss gemessen. Hierunter ist jeder seitlich aus dem Magneten austretende Fluss oder, allgemeiner, jeder senkrecht zur Magnetrichtung austretender Fluss verstanden. Es wirken keine punktförmigen Mengen aufeinander, sondern Bereiche jedes der Magnete. Gibt man einem solchen Bereich die Länge $2p$ vom Magnetende aus, so kann man näherungsweise (unter Annahme paralleler Kräfte) die Wirkung im Mittelpunkt des Bereiches konzentriert denken. Damit verkürzt ein Magnet seine Länge $2l_1$ um $2p$. Da sich die Grösse p nur ungenau bestimmen lässt, ist ein unvermeidbarer Fehler einzukalkulieren. Man könnte $2l_1 - 2p$ als reduzierte Magnetlänge $2l_r$ einführen.

Wie stark ist nun die Beeinflussung der beiden anderen Enden (Pole) bei der magnetischen Waage? Mit den Grössen der Fig. 28, die auch die Länge als reduzierte Länge enthält, entnimmt man für das Ausgleichsgewicht G (k ist die sich aus der Kopplung beider Magnete ergebende Konstante):

$$G + F_{Ss} - F_{Sn} = F_{Nn} - F_{Ns} \quad (10)$$

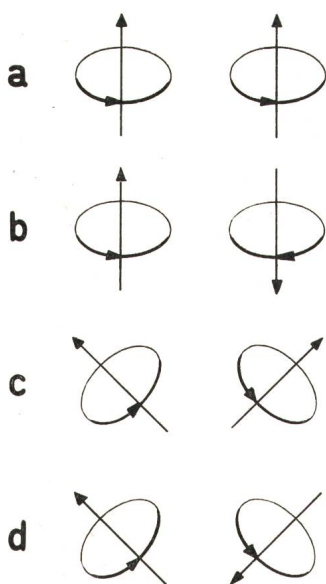


Fig. 26 Molekularmagnete

- a gleichgerichtete Molekularmagnete
b entgegengerichtete Molekularmagnete
c gleichgerichtet unter einem Winkel
d entgegengesetzt gerichtet unter einem Winkel

$$G + \frac{k a}{[a^2 + 4(l_r + \bar{l}_1)^2]^{3/2}} - \frac{k a}{[a^2 + 4l_r^2]^{3/2}} = \frac{k}{a^2} - \frac{k a}{[a^2 + 4\bar{l}_1^2]^{3/2}} \quad (11)$$

$$G = \frac{k}{a^2} \left[1 + \frac{a^3}{[a^2 + 4l_r^2]^{3/2}} - \frac{a^3}{[a^2 + 4\bar{l}_1^2]^{3/2}} - \frac{a^3}{[a^2 + 4(l_r + \bar{l}_1)^2]^{3/2}} \right] \quad (12)$$

Mit der Voraussetzung

$$a^2 \ll 4l_r^2 \quad a^2 \ll 4\bar{l}_1^2 \quad (13)$$

erhält man die Näherungsformel:

$$G = \frac{k}{a^2} \left[1 + \frac{a^3}{8} \left(\frac{1}{l_r^3} - \frac{1}{\bar{l}_1^3} - \frac{1}{(l_r + \bar{l}_1)^3} \right) \right] \quad (14)$$

Bei ungefähr gleich langen Magneten ($l_r = 0,96\bar{l}_1$) ist die Einwirkung der nicht in Verbindung stehenden Magnetenden gering.

Befinden sich zwei Magnete in beliebiger Lage zueinander, dann ist der Einfluss aller Enden zu berücksichtigen. Eine Erklärung der Längenverkürzung wird bei der Feldberechnung gegeben.

8. Grosser und kleiner Stabmagnet in Wechselbeziehung

Fig. 29 zeigt einen grossen Stabmagneten der Länge $2L$ in dessen Umgebung sich ein kleiner Stabmagnet der Länge $2l$ befindet, dessen Mittelpunkt m den Abstand a zu dem grossen Magneten hat. Der Auftreffpunkt A des Abstandes a habe vom Mittelpunkt M des grossen Magneten den Abstand b . Mit den Koordinaten a und b kann jeder Punkt in der Umgebung des grossen Magneten bestrichen werden.

Nimmt man den grossen Magneten als fest an und den kleinen als beweglich, so wird sich in der Anordnung in Fig. 29 der kleine Magnet nach dem Nordende N des grossen Ma-

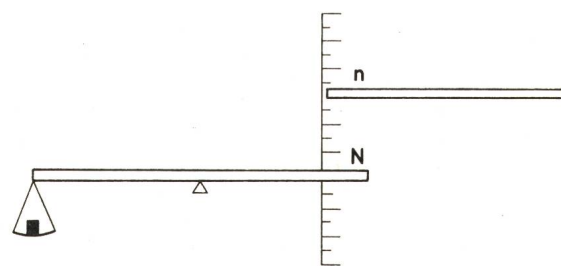


Fig. 27 Magnetische Waage

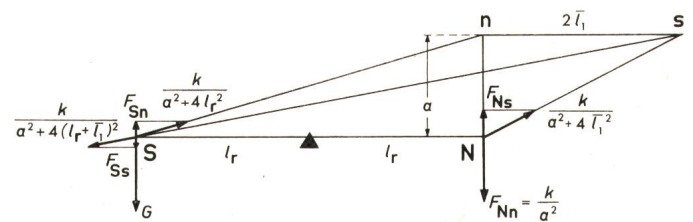


Fig. 28 Kräftewirkung an der magnetischen Waage

- nN Nordpole $F_{Ns}, F_{Nn}, F_{Ss}, F_{Sn}$ Kräfte
sS Südpole a, l_r, \bar{l}_1 Abstände
G Gewicht k Konstante

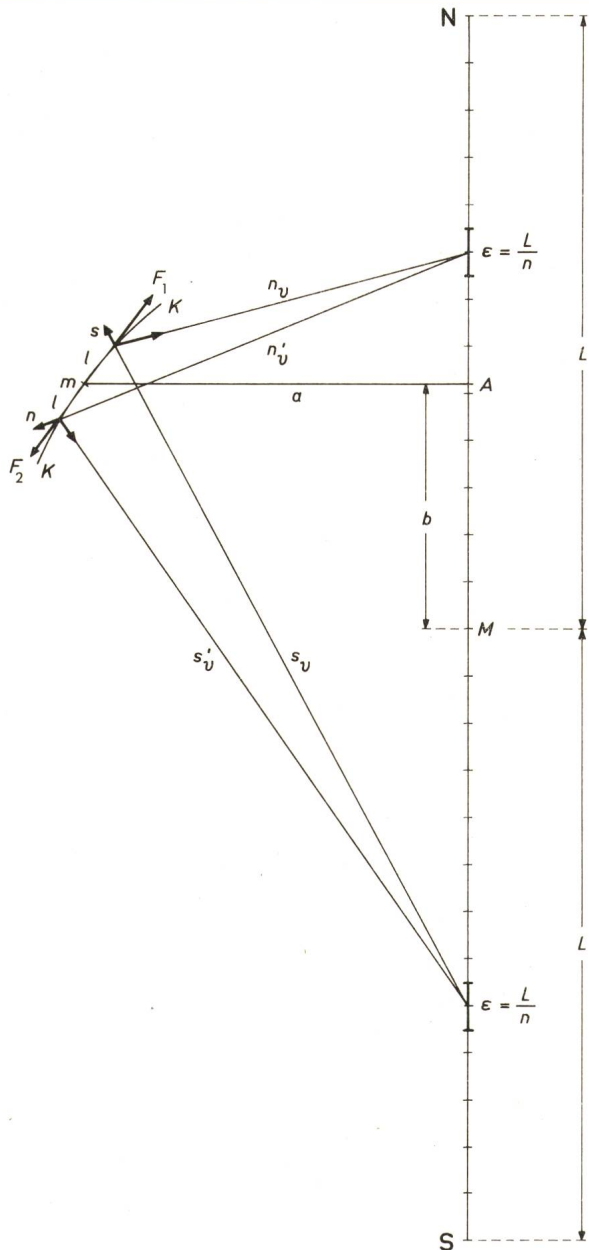


Fig. 29 Grosser Stabmagnet mit kleinem Magnet in seiner Umgebung

nN	Nordpole	$K...K$	Ortskurve des Magneten
sS	Südpole	n_v, n'_v, s_v, s'_v	Abstände der Pole
M	Magnetmitte	a, b	Koordinaten
l, L	halbe Magnetlängen	ϵ	sehr kleine Grösse
		n	Anzahl der Abschnitte ϵ
F_1, F_2	Kräfte		

gneten bewegen, um sich zu demselben in Kette zu schalten. Besteht zwischen ihm und der Unterlage eine Reibung, die die Fortbewegungskraft aufhebt, so bleibt er an Ort und Stelle in einer bestimmten Richtungslage, die auch von der Reibung beeinflusst sein kann, aber durch geringes Klopfen auf die Unterlage ausreichend genau erhalten wird. In Fig. 29 schicken zwei kleine Teilchen ϵ im Abstand $v\epsilon = vL/n$ ($v = 1...n$) von der Magnetmitte M der in n gleiche Teile unterteilten Magnethälfte L ($\epsilon = L/n$) Streuungen aus. Die Streuteile längs der Verbindungslinien zu den Enden des kleinen Magneten und durch deren Quadrat geteilt erzeugen dort Kräfte.

Die Betrachtung, die kleine Werte l ($l \ll L$) vorsieht, und später l gegen Null gehen lässt, wird nicht durch die Annahme beeinträchtigt, dass man diese Kräfte an den Enden des kleinen Magneten als wirksam denkt (vgl. Abschnitt 2, Fig. 7). Lässt

man alle Teilstückchen ϵ des grossen Magneten auf den kleinen wirken, so erhält man als Resultierende aller Teilkräfte die Kräfte F_1 und F_2 ($F_1 > F_2$), die mit dem kleinen Magneten eine Linie bilden. Wäre dieses nicht der Fall, so entstünde ein Drehmoment und der kleine Magnet würde so lange gedreht, bis die Linie erreicht wäre. Der Kraftunterschied $F_1 - F_2$ wird durch die Reibung aufgehoben. Lässt man l immer kleiner werden, so fallen schliesslich für $l = 0$ die Endpunkte des kleinen Magneten zusammen. Hierbei ändern sich die Richtungen von F_1 und F_2 nicht. Daher genügt es, den Winkel einer Kraft z. B. von F_1 zu betrachten, wenn nur die Winkellage bestimmt werden soll. Nimmt man an, dass ein beweglicher kleiner Magnet die Kurve K beschreiben würde, so erhält man für $l = 0$ bei der vorliegenden Betrachtung eine Abweichung von der richtigen Winkellage der Kurve K , die vom Unterschied Magnet (Tangente) und Kurve K herrührt. Diese Betrachtung ist entbehrlich im Falle des Versuchs der schwimmenden Stricknadel [1], bei genügender Länge derselben.

Die behandelte Beschränkung auf ein Magnetende (Pol) vereinfacht die später folgende Berechnung des Feldes.

9. Die Streukräfte

Wie früher [4] festgestellt wurde, wirken an den Grenzflächen Magnet-Luft (oder Vakuum) Streuungen senkrecht zur Magnetisierung, deren Verlauf man durch das Eisenpulverbild festhalten kann. Über die Entstehung und den Verlauf im Innern eines Magneten lassen sich ausser den Annahmen in Abschnitt 5 keine Aussagen machen.

Um Eisen zu magnetisieren, kann man dasselbe in das Innere einer Zylinderspule bringen. Schickt man Gleichstrom durch die Spule, so richten sich die Molekularmagnete und das Eisen wird zum Magneten. Ist die Spule lang genug gegenüber dem Eisenstück, so befindet sich dieses in einem homogenen Feld. Die Homogenität des Feldes kann man nachweisen, wenn man (ohne Eisenstück) ein mit Eisenpulver bestreutes Blatt Papier in die Spule bringt. Das Einschalten des Stromes zeigt eine homogene Verteilung des Eisenpulvers in der Achsenrichtung der Spule (Fig. 30a). Klopft man vorsichtig auf das Papier, so schalten sich die kleinen Magnete hintereinander. Hierbei ändert sich der Randverlauf. Nimmt man an, dass sich die kleinen Magnete gegenseitig abstossen, so müssten grössere Zwischenräume zwischen den Magneten entstehen und eine Bewegung zum Rande (d. h. zu den Wicklungen der Spule) müsste stattfinden.

Fig. 30b zeigt aber eine zusätzliche Randverbiegung, die man auf die Abstossung der Molekularmagnete in einer Ebene (s. Abschnitt 5) – also der Ursache der Streuung – zurückführen kann. Die Randkurven bieten demnach eine Grundlage zur Abschätzung des Streuverhaltens. Als erste Näherung lässt sich die Randkurve durch eine Parabel ersetzen.

Bringt man bei geringer Papierreibung eine Nadel an ein Ende der Zylinderspule, so wird sie bei Stromschaltung in die Mitte der Spule gezogen. Nach Grave wird ein magnetischer Dipol in Richtung zunehmender Flussdichte verschoben. Da die Streukräfte eines Magneten ein inhomogenes Feld verursachen, so findet auch hier eine Kraftwirkung in Richtung der dichtesten Stelle – also der indifferenten Zone – statt. Das ist derselbe Effekt, der als Anziehungskraft zwischen den Strömen der Molekularmagnete verschiedener Ebenen festgehalten wurde (s. Abschnitt 5). Bei zwei Nadeln in Kette besorgt der gleiche Druck die Aneinanderhaftung derselben.

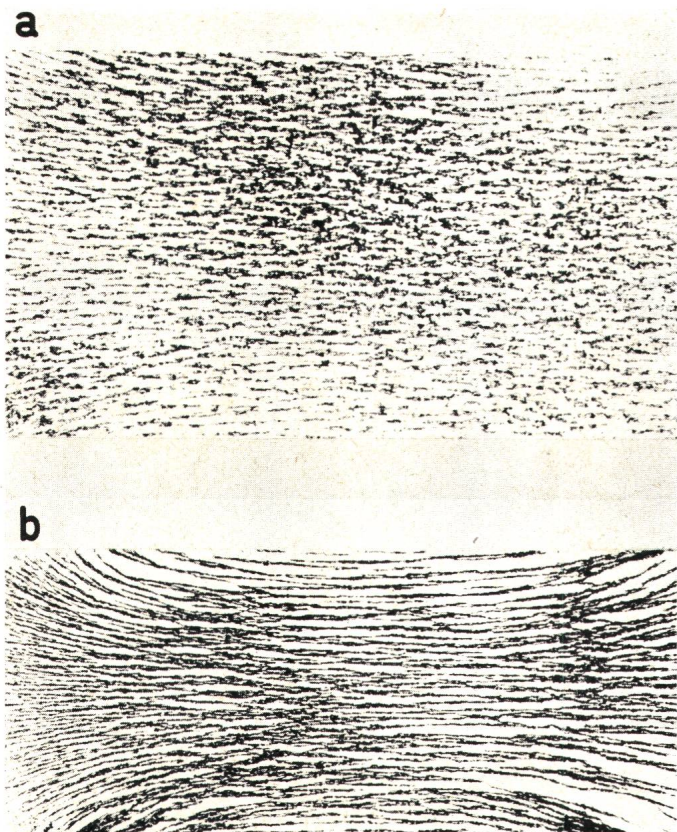


Fig. 30 Eisenpulverbilder
 a innerhalb einer Spule
 b innerhalb einer Spule nach Klopfen

10. Die Berechnung der Winkellage des Feldes eines Stabmagneten

Zunächst sei betont, dass es sich bei der folgenden Untersuchung nicht um den primitiven Versuch einer Feldberechnung handelt, sondern um einen Beweis für eine möglichst einfache Darstellung der Eigenschaften eines Magneten.

Die grundlegenden Annahmen sind:

- Dem Magneten wird eine Richtung im Innern vom Südpol zum Nordpol zugeordnet (Südpol und Nordpol sind hier nur definierte Bezeichnungen).
- Die Magnetwirkung wird aufgeteilt in den aus den Enden austretenden Hauptfluss und den seitlich (senkrecht zur Richtung) austretenden Streufluss. (Bei Hufeisenmagneten sowie anderen Magnetformen sind entsprechende Aufteilungen zu definieren.)
- Der Streufluss beruht auf der gegenseitigen Abstossung der in einer Ebene liegenden Molekularmagnete. Die Anziehung der Molekularmagnete verschiedener Ebenen bleibt bei der Winkellageberechnung, um eine einfache Rechnung zu erhalten, unberücksichtigt.
- Brechung des Flusses an der Grenzfläche Magnet-Luft.
- Schwächung des Streuflusses mit dem Quadrat der Entfernung.

Gesucht wird die Einwirkung des Streuflusses auf einen kleinen Stabmagneten in jedem Punkt der Umgebung. Hierbei genügt es (nach Abschnitt 8), ein Ende desselben mit gegen Null gehender Länge zu betrachten. Praktisch lässt sich eine solche Einwirkung durch feines Eisenpulver realisieren.

Nach der Fig. 30b kann man für die Streuabweichung im Innern eines Stabmagneten etwa quadratischen Verlauf annehmen, wie er in Fig. 31 wiedergegeben ist. Die zu der quadratischen Form führende Abstossung ist im Innern eines Magneten natürlich viel kleiner als bei den über grössere Freiheit verfügenden Versuchen der Fig. 30b.

Zur Berechnung wird der Magnet der Länge $2L$ in $2n$ gleiche Stücke der Länge ε unterteilt. Es gilt also:

$$n \varepsilon = L \quad (15)$$

Multipliziert man mit dem Stabquerschnitt q , so ist

$$q n \varepsilon = q L = V \quad (16)$$

das Volumen V des Magneten.

Da die Magnetgrösse [4] dem Volumen und somit bei gleichbleibendem Querschnitt der Länge proportional ist, hat die Magnetgrösse eines Teilmagneten der Länge ε den Wert $M\varepsilon$. Damit erhält man für die Magnetgrösse M des ganzen Magneten:

$$n M \varepsilon = M \quad (17)$$

Die Magnetgrösse teilt sich in einen den Hauptfluss erzeugenden Anteil $(1 - k) M$ ($k < 1$) parallel zur Magnetlänge und einen den Streufluss erzeugenden Anteil M_s :

$$M_s = k M \quad (18)$$

Es kann angenommen werden, dass k nach den Magnetenden zunimmt (Fig. 23), doch soll die vorliegende einfache Berechnung dieses nicht berücksichtigen.

Für die Streugrösse $M_{s\varepsilon}$ eines Magnetteiles der Länge ε folgt hieraus:

$$n M_{s\varepsilon} = M_s \quad (19)$$

Fig. 31 zeigt die Streugrössen $M_{s\varepsilon}$, die längs des Magneten gleichen Betrag, jedoch verschiedene Winkel haben.

In Fig. 32 ist der Magnet durch eine unterteilte Strecke [Gl. (15)] wiedergegeben. Der beliebige Punkt P in der Umgebung des Magneten hat den senkrechten Abstand a von demselben. Der Auftreffpunkt A hat vom Magnetmittelpunkt M den Abstand b . Betrachtet werden die Streuanteile von zwei Teilmagneten der Länge ε im Abstand v/nL vom Magnetmittelpunkt M , die auf den Abständen n_v und s_v nach P führen. Der in P ankommende Streufluss ist durch das Quadrat des zugehörigen Abstandes zu teilen. Mit einer Konstanten m des Poles

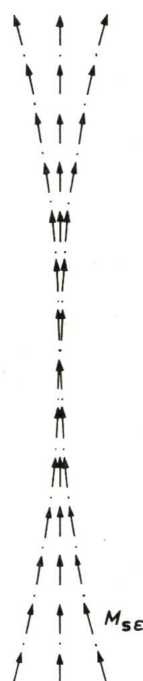


Fig. 31
 Angenommener Verlauf der Streuung im Innern eines Magneten
 $M_{s\varepsilon}$ Streugrössen eines Magnetteiles der Länge ε

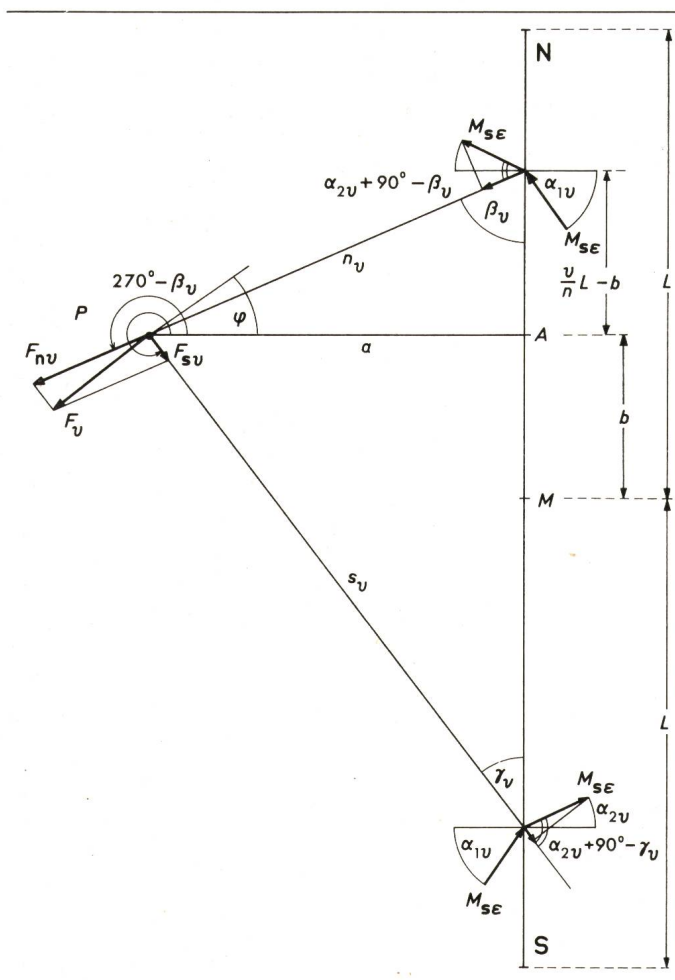


Fig. 32 Stabmagnet mit Streuverteilung nach Fig. 31

M_{se}	Streugröße des Magnet-	v	v -tes Element ϵ
	teiles der Länge ϵ	n_v, s_v	Polabstände
F_{nv}, F_{sv}	Kräfte	P	Nordpol
F_v	resultierende Kraft	φ	resultierender Winkel
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 29			

in Punkt P (z. B. Nordpol) lassen sich die wirkenden Kräfte ermitteln. Man kann die obere Streuung als Austrittsstreuung und die untere als Eingangsstreuung ansehen. Damit genügt eine Richtungsangabe anstelle der Angabe von Polen. Bei der oberen Streuung wirkt M_{se} unter dem Winkel α_{1v} und tritt nach dem Brechungsgesetz

$$\frac{\tan \alpha_{1v}}{\tan \alpha_{2v}} = \frac{\mu_r}{1} \quad (20)$$

aus dem Magneten in die umgebende Luft. (Darin ist μ_r die relative Permeabilität des Magneten.) Bei der unteren Streuung fragt man nach der erforderlichen Eingangsrichtung (α_{2v}), um im Magneten den Winkel α_{1v} zu erhalten (Fig. 31). Diese Darstellung benötigt keine positive und negative Magnetwirkung. Gibt man der unteren Streuung die gleiche Richtung wie der oberen, so muss man für Magnetteile oberhalb und unterhalb der Magnetmitte verschiedene Vorzeichen wählen.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Frage nach den Anteilen der Streuungen M_{se} , die zum Punkt P gelangen. Würde es sich um Kräfte handeln, so könnte man die Verbindungslinien zu P und die Magnetrichtung als Wirkungslinien betrachten. Die Zerlegung der Streuung benötigt aber keine zweite Komponente. Es erscheint sinnvoll, M_{se} auf die Verbindungslinien nach P zu projizieren. Hier gilt das zu Gl. (2)

Gesagte. Zu betonen ist, dass durch die Deutung des Streuverhaltens das Verhalten der Elementarmagnete im Innern des Magneten nicht berührt wird.

Für die Kräfte F_{nv} und F_{sv} entnimmt man mit den Bezeichnungen der Fig. 32:

$$F_{nv} = m \frac{M_{se} \cos(\alpha_{2v} + 90^\circ - \beta_v)}{n_v^2} \quad (21)$$

$$F_{sv} = m \frac{M_{se} \cos(\alpha_{2v} + 90^\circ - \gamma_v)}{s_v^2}$$

$$F_{nv} = m M_{se} \frac{\sin(\beta_v - \alpha_{2v})}{n_v^2} \quad (22)$$

$$F_{sv} = m M_{se} \frac{\sin(\gamma_v - \alpha_{2v})}{s_v^2}$$

mit

$$n_v^2 = a^2 + \left(\frac{v}{n}L - b\right)^2 \quad \text{und} \quad s_v^2 = a^2 + \left(\frac{v}{n}L + b\right)^2 \quad (23)$$

Der Winkel φ der Resultierenden F beliebiger Kräfte F_v unter den Winkeln α_v (Fig. 8) berechnet sich aus [Gl. (3)]:

$$\tan \varphi = \frac{\sum_{v=1}^n F_v \sin \alpha_v}{\sum_{v=1}^n F_v \cos \alpha_v} \quad (24)$$

Nach Gl. (24) erhält man den Winkel φ der Resultierenden aus allen Teilmagnetkräften Gl. (12) zu:

$$\tan \varphi = \frac{\sum_{v=1}^n F_{nv} \sin(270^\circ - \beta_v) + \sum_{v=1}^n F_{sv} \sin(270^\circ + \gamma_v)}{\sum_{v=1}^n F_{nv} \cos(270^\circ - \beta_v) + \sum_{v=1}^n F_{sv} \cos(270^\circ + \gamma_v)} \quad (25)$$

$$\tan \varphi = \frac{\sum_{v=1}^n F_{nv} \cos \beta_v + \sum_{v=1}^n F_{sv} \cos \gamma_v}{\sum_{v=1}^n F_{nv} \sin \beta_v - \sum_{v=1}^n F_{sv} \sin \gamma_v} \quad (26)$$

Aus der Fig. 32 liest man ab:

$$\sin \beta_v = \frac{a}{n_v} \quad \cos \beta_v = \frac{\frac{v}{n}L - b}{n_v} \quad (27)$$

$$\sin \gamma_v = \frac{a}{s_v} \quad \cos \gamma_v = \frac{\frac{v}{n}L + b}{s_v}$$

Bei stumpfem Winkel β_v ändert $v/nL - b$ sein Vorzeichen. Nun benötigt man noch einen Ausdruck für den Winkel α_{1v} , der nach Gl. (20) mit dem Winkel α_{2v} verbunden ist.

Die Streuwinkelabhängigkeit von dem Abstand vom Magnetmittelpunkt lässt sich annähernd durch eine Parabel wiedergeben (s. Fig. 31). Die Senkrechte auf die Magnetmitte sei die y -Koordinate. Die x -Koordinate verläuft längs des Magneten.

Die Gleichung der Parabel sei

$$y = k'x^2 \quad x = \frac{v}{n}L \quad (28)$$

mit einer sehr kleinen Konstanten k' .

Ihre Steigung ist:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \alpha = 2k'x \quad (29)$$

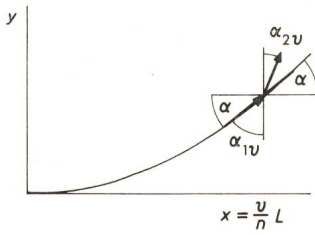


Fig. 33 Quadratische Streuwinkelabhängigkeit

α Tangentenwinkel
 α_{1v} Komplement zu α
 α_{2v} gebrochener Winkel

Der Fig. 33 entnimmt man für den gesuchten Winkel α_{1v} :

$$\alpha_{1v} = 90^\circ - \alpha \quad (30)$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{a} \cdot \frac{\sum_{v=1}^n \left[\frac{a}{c} \cdot \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L - b \right) \right] \left(\frac{v}{n} L - b \right)}{\sum_{v=1}^n \frac{a}{c} \cdot \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L - b \right)} + \frac{\sum_{v=1}^n \left[\frac{a}{c} \cdot \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L + b \right) \right] \left(\frac{v}{n} L + b \right)}{\sum_{v=1}^n \frac{a}{c} \cdot \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L + b \right)} \quad (39)$$

Mit Gl. (20) ergibt sich:

$$\tan \alpha_{2v} = \frac{\tan \alpha_{1v}}{\mu_r} = \frac{\tan (90^\circ - \alpha)}{\mu_r} = \frac{1}{\mu_r \tan \alpha} = \frac{1}{2 k' \mu_r x} = \frac{n}{2 k' \mu_r v L} = \frac{c}{\frac{v}{n} L} \quad (31)$$

mit der Abkürzung c

$$c = \frac{1}{2 k' \mu_r} \quad (32)$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{a'} \cdot \frac{\sum_{v=1}^n \left[\frac{a'}{c'} \cdot \frac{v}{n} - \left(\frac{v}{n} - b' \right) \right] \left(\frac{v}{n} - b' \right)}{\sum_{v=1}^n \frac{a'}{c'} \cdot \frac{v}{n} - \left(\frac{v}{n} - b' \right)} + \frac{\sum_{v=1}^n \left[\frac{a'}{c'} \cdot \frac{v}{n} - \left(\frac{v}{n} + b' \right) \right] \left(\frac{v}{n} + b' \right)}{\sum_{v=1}^n \frac{a'}{c'} \cdot \frac{v}{n} - \left(\frac{v}{n} + b' \right)} \quad (42)$$

die die Grösse k' des Streuungsverlaufs und die relative Permeabilität μ_r vertritt. Da k' sehr klein ist, muss c trotz μ_r einen hohen Wert erhalten.

Benötigt werden die Ausdrücke

$$\sin \alpha_{2v} = \frac{c}{\sqrt{\left(\frac{v}{n} L \right)^2 + c^2}} \quad (33)$$

$$\cos \alpha_{2v} = \frac{\frac{v}{n} L}{\sqrt{\left(\frac{v}{n} L \right)^2 + c^2}}$$

mit denen und der Gl. (27) die Kräfte in Gl. (22) geschrieben werden können:

$$F_{nv} = \frac{m M_{SE}}{n v^2} (\sin \beta_v \cos \alpha_{2v} - \cos \beta_v \sin \alpha_{2v})$$

$$F_{nv} = \frac{m M_{SE}}{n v^3} \left[a \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L - b \right) c \right] \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{v}{n} L \right)^2 + c^2}} \quad (34)$$

$$F_{sv} = \frac{m M_{SE}}{s v^2} (\sin \gamma_v \cos \alpha_{2v} - \cos \gamma_v \sin \alpha_{2v})$$

$$F_{sv} = \frac{m M_{SE}}{s v^3} \left[a \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L + b \right) c \right] \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{v}{n} L \right)^2 + c^2}} \quad (35)$$

Für den Fall

$$c^2 \gg \left(\frac{v}{n} L \right)^2 \quad (36)$$

vereinfachen sich die Gl. (34) und (35) zu:

$$F_{nv} = \frac{m M_{SE}}{n v^3} \left[\frac{a}{c} \cdot \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L - b \right) \right] \quad (37)$$

$$F_{sv} = \frac{m M_{SE}}{s v^3} \left[\frac{a}{c} \cdot \frac{v}{n} L - \left(\frac{v}{n} L + b \right) \right] \quad (38)$$

Die Gl. (26), (27), (37) und (38) ergeben für den Winkel φ im vereinfachten Fall von Gl. (36):

Das Produkt $m M_{SE}$ fällt hierbei heraus.
 Normiert auf die halbe Magnetlänge L

$$\frac{a}{L} = a' \quad \frac{b}{L} = b' \quad \frac{c}{L} = c' \quad (40)$$

$$n' v^2 = \frac{n v^2}{L^2} = a'^2 + \left(\frac{v}{n} - b' \right)^2 \quad (41)$$

$$s' v^2 = \frac{s v^2}{L^2} = a'^2 + \left(\frac{v}{n} + b' \right)^2$$

erhält man:

und schliesslich mit den Abkürzungen:

$$A_v = \frac{a'}{c'} \cdot \frac{v}{n} - \left(\frac{v}{n} - b' \right) \quad (43)$$

$$B_v = \frac{a'}{c'} \cdot \frac{v}{n} - \left(\frac{v}{n} + b' \right)$$

die Form:

$$\tan \varphi = \frac{1}{a'} \cdot \frac{\sum_{v=1}^n A_v \left(\frac{v}{n} - b' \right) + \sum_{v=1}^n B_v \left(\frac{v}{n} + b' \right)}{\sum_{v=1}^n A_v - \sum_{v=1}^n B_v} \quad (44)$$

Der Verlauf der Winkellage ist in dem Plotterbild Fig. 34, das für $c' = 500$ berechnet wurde, wiedergegeben. Die Voraussetzung des Streuungsverlaufes (Fig. 31) allein liefert zwei Stellen stärkster Streuung in einem Abstand von den Magnetenden. Dieselben sind wie bei dem Eisenpulverbild Fig. 1 aus-

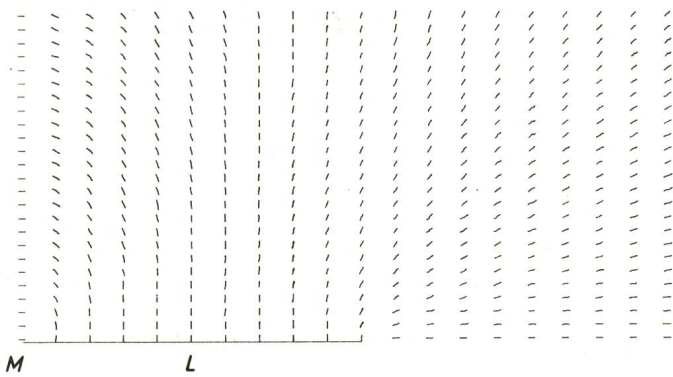


Fig. 34 Plotterbild eines Quadranten der Fig. 32

M Magnetmitte
L halbe Magnetlänge

einandergezogen und sind nicht punktförmig, wobei der Gesamtverlauf gut übereinstimmt.

Der Autor dankt für ihr Interesse und ihre mühevollen Hilfe Dr. *Bodenberger* und *Roth* (Versuche), Assistenz-Professor *Wachs* und *Schöndorf* (Computerberechnungen).

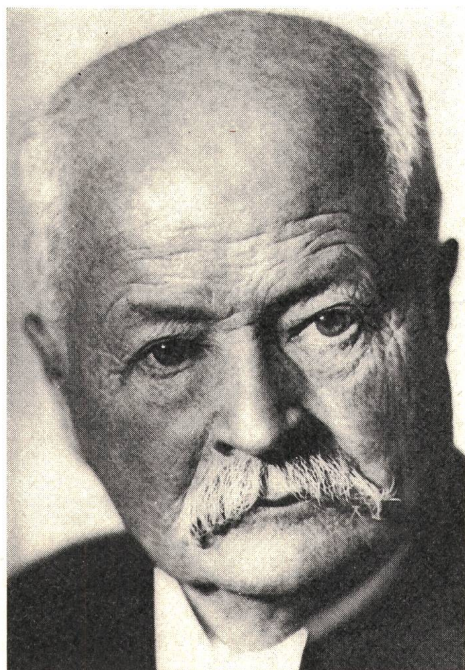
Literatur

- [1] *L. Bergmann* und *C. Schaefer*: Lehrbuch der Experimentalphysik zum Gebrauch bei akademischen Vorlesungen und zum Selbststudium. Band 2: Elektrizität und Magnetismus. 6. Auflage. Berlin/New York, Verlag De Gruyter, 1971.
- [2] *W. Herzog*: Das Coulombsche Gesetz des Magnetismus für ferromagnetische Umgebung. Bull. SEV 64(1973)1, S. 28...31.
- [3] *H. F. Grave*: Grundlagen der Elektrotechnik I. Frankfurt/M., Akademische Verlagsgesellschaft, 1971.
- [4] *W. Herzog*: Theorie des Magnetismus. Bull. SEV 63(1972)23, S. 1345...1350.

Adresse des Autors:

Prof. Dr. Dr. *W. Herzog*, Direktor des Institutes für Elektrotechnik der Universität Mainz, Joh.-Joachim-Becher-Weg 21, D-6500 Mainz.

Hermann Kummler 1863–1949



Archiv der Firma Kummler + Matter

nicht eigneten, überliess er den Bau der Escher Wyss AG, die damals mit grossem Erfolg mehrere Eindampfanlagen erstellte.

1929 zog sich Kummler aus dem Geschäft zurück. Neben seinem vielseitigen technischen Wirken – er war längst vom Kaufmann zu einem hervorragenden Ingenieur geworden – entfaltete er auch eine rege und fruchtbare Tätigkeit in der Aargauischen Naturforschenden Gesellschaft und gründete das dortige Museum für Natur- und Heimatkunde.

Noch während seiner Lebenszeit wurde vom Unternehmen, für das sich die Vielseitigkeit seines Gründers mit der Zeit nachteilig auszuwirken begann, die Fabrik elektrischer Apparate abgetrennt und unter dem Namen Elcalor weitergeführt.

1944 ernannte der SEV ihn zu seinem Ehrenmitglied.

Hermann Kummler wurden in seiner im Jahre 1898 mit Fräulein Elsa M. Sauerländer geschlossenen Ehe ein Sohn und zwei Töchter geschenkt. Er starb am 5. Februar 1949 in seiner Vaterstadt Aarau.

H. Wüger

Hermann Kummler wurde am 29. Juni 1863 in Aarau geboren. Da sein Vater im darauffolgenden Jahr auf einer Geschäftsreise in Brasilien vom gelben Fieber dahingerafft wurde, waren die Mittel beschränkt. Statt eines sehnlichst gewünschten Studiums der Naturwissenschaften oder der Technik gab es eine Banklehre. Nach kurzen Aufenthalten in Marseille und London wanderte er 1886 nach Brasilien aus, wo er 5 Jahre in Pernambuco arbeitete. Dort befel auch ihn das gelbe Fieber und zwang ihn zur Heimkehr.

Gerade hatte die Frankfurter Ausstellung ihre Tore geschlossen und Kummler, der sich nebenbei stets mit naturwissenschaftlichen Dingen befasst hatte, begeisterte sich für die Elektrotechnik. Er tat sich mit einem Herrn *Bäurlin* zusammen und errichtete 1892 am Aarauer Stadtbach ein kleines Elektrizitätswerk; es ging drei Jahre später in den Besitz der Stadt Aarau über. Nach der Trennung von seinem Associé wandte sich Kummler mit grossem Erfolg dem Bau von Hausinstallationen und Freileitungen zu. 1904 kam dazu der Bau von Fahrleitungen für elektrische Bahnen, von kleinern Überlandbahnen über die Simplontunnel-Elektrifizierung bis zu den grossen SBB-Talbahnhlinien.

Vom Leitungsbau her stellte sich das Bedürfnis für die Verzinkung von Eisenteilen und Masten. Also baute Kummler, der sich 1904 mit *Paul Edwin Matter* zusammengetan hatte, eine Verzinkerei.

Kummler, ein kleiner gütiger Mann mit lebhaften Augen, die seine Vitalität und seine vielseitigen Interessen ahnen liessen, unternahm aber noch viel mehr. In einer Fabrik in Aarau baute er Bügeleisen – die ersten mit Platinheizkörpern –, Haushalt- und Hotelkochherde, Geschirrspülmaschinen für Grossbetriebe, welche letztere in die ganze Welt exportiert wurden.

Schon 1900 hatte er ein Projekt für einen Trolleybus Brunnen–Weggis ausgearbeitet. Er gehörte zu den Gründern des Verbandes Schweizerischer Elektroinstallationsfirmen (VSEI).

Als während des ersten Weltkrieges Kohlenmangel eintrat, liess Kummler Studien durchführen über Wärmepumpen. Da sich die Fabrikanlagen der Firma für diesen Zweig