

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 68 (1977)

**Heft:** 22

**Artikel:** Etude Théoretique de la Stabilité d'une Machine à Courant Continu soumise à un Réglage Digital

**Autor:** Hing, S. A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915091>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Etude Théorique de la Stabilité d'une Machine à Courant Continu soumise à un Réglage Digital <sup>1)</sup>

Par S. A. Hing

621.313.2 : 681.5.037 : 681.511.42 ;

Après avoir indiqué le schéma de principe on déduit le schéma équivalent des circuits de réglage. L'étude théorique des circuits de réglage comme système échantillonné est faite à l'aide de la transformation en  $z$ . D'abord le circuit de réglage de courant d'induit est étudié. Ensuite on examine le réglage de vitesse. Dans les deux cas, des relations simplifiées sont établies, permettant une détermination rapide des coefficients des régulateurs digitaux assurant un bon comportement des circuits de réglage.

Nach der Angabe des Prinzipschaltbildes wird das Ersatzschaltbild aufgestellt. Die theoretische Untersuchung der Regelkreise als Abtastsystem erfolgt mit Hilfe der  $z$ -Transformation. Zuerst wird der Ankerstromregelkreis untersucht und anschliessend der Drehzahlregelkreis. In beiden Fällen werden Näherungsbeziehungen abgeleitet, welche eine rasche Bestimmung der Reglerparameter gestatten, derart, dass die Regelkreise ein gut gedämpftes Verhalten aufweisen.

## 1. Introduction et description du système réglé

Le système réglé étudié dans le présent article est représenté à la fig. 1. Ce système est composé d'une machine à courant continu 1 associée à son circuit d'excitation 2 et alimentée par un convertisseur de courant à thyristors 3 ainsi que des circuits de réglage de courant et de vitesse.

Pour le réglage de courant d'induit, la valeur digitale  $i_a^*$  qui représente l'image du courant d'induit est obtenue à l'aide du transformateur de courant 4 suivi du redresseur 5, du circuit de lissage 6 et du convertisseur analogique-digital 7 (A-D). Elle est comparée à la valeur de consigne  $i_c^*$ . La sortie  $u_c^*$  du régulateur digital de courant 8 dépendant de l'erreur ( $i_c^* - i_a^*$ ) est transformée en une grandeur analogique  $u_c$  par le convertisseur digital-analogique 9 (D-A). L'impulsion de commande de gâchettes des thyristors dont l'angle de retard d'allumage  $\alpha$  dépend de la tension  $u_c$  est fournie par le dispositif électronique 10.

La valeur de consigne  $i_c^*$  du courant, issue du régulateur digital de vitesse 12 suivi d'un limiteur symétrique, dépend de l'erreur ( $n_c^* - n^*$ ) entre la valeur de consigne  $n_c^*$  et la valeur digitale  $n^*$  de vitesse mesurée. Cette mesure se fait à l'aide du dispositif 11 qui se compose d'une part d'un capteur consistant

p. ex. en un disque  $d$  et un opto-coupleur composé d'une diode émettrice  $D$  et d'un transistor récepteur  $T$ , et d'autre part de l'électronique appropriée soit d'un circuit de mise en forme et du compteur - décompteur. Une telle configuration de réglage de vitesse est appelée *réglage en cascade*.

Si l'on supprime de la fig. 1 le circuit de mesure du courant d'induit, à savoir les blocs 4 à 7, et le régulateur de courant 8 et qu'on remplace le régulateur 12 par un régulateur PID dont la sortie, éventuellement limitée, est reliée directement à l'entrée du convertisseur D-A 9, on obtient un autre type de réglage, appelé *réglage direct de vitesse*.

Dans l'étude des circuits de réglage mentionnés, on tentera de formuler des critères simples permettant de déterminer les constantes des régulateurs afin d'obtenir un bon comportement dynamique du système à régler. La transformation en  $z$  est un instrument mathématique qui sera utilisé pour analyser le système soumis à un réglage digital (par un microprocesseur p. ex.). Par ailleurs, le temps de calcul des régulateurs digitaux est considéré comme un retard dont il sera tenu compte.

## 2. Schéma équivalent du système réglé

Pour chercher un modèle équivalent du système réglé de la fig. 1, considérons d'abord le graphe de fluence de la fig. 2, en supposant que l'excitation est constante ( $\Delta u_e = 0$ ). Ce graphe traduit l'interaction entre les variations  $\Delta u_{di}$  de la tension d'induit,  $\Delta m$  du couple résistant,  $\Delta i_a$  du courant d'induit et  $\Delta n$  de la vitesse d'une machine à courant continu. Les différentes fonctions de transfert  $G_{ij}(s)$  de la fig. 2 sont rappelées à l'annexe I.

Avec ce graphe, le système de la fig. 1 peut être représenté en régime de petites variations par le modèle équivalent de la fig. 3 où l'on remplace

- les régulateurs 8 et 12 par leur fonction de transfert  $R_i(z)$  et  $R_n(z)$
- le convertisseur D-A 9 par un échantillonneur à pulsation suivi d'un dispositif de maintien caractérisé par  $(1 - e^{-sT_E})/s$
- le convertisseur de courant 3 pour  $u_{di0} e^{-sT_E}$ , où  $u_{di0}$  désigne la tension maximale du convertisseur et

$$T_e = 1/2pf \quad (1)$$

le temps mort (retard moyen) avec  $p$  le nombre de pulsations et  $f$  la fréquence du réseau d'alimentation

- le dispositif de mesure de vitesse 11 par un intégrateur  $(1/sT_E)$  suivi d'un différentiateur discret caractérisé par  $(1 - z^{-1})$  et étant séparés par un échantillonneur de période d'échantillonnage  $T_E$ .

<sup>1)</sup> Ce travail a pu être réalisé grâce à un subside de la Commission pour l'encouragement des recherches scientifiques accordé à la Chaire d'électronique industrielle de l'EPFL.

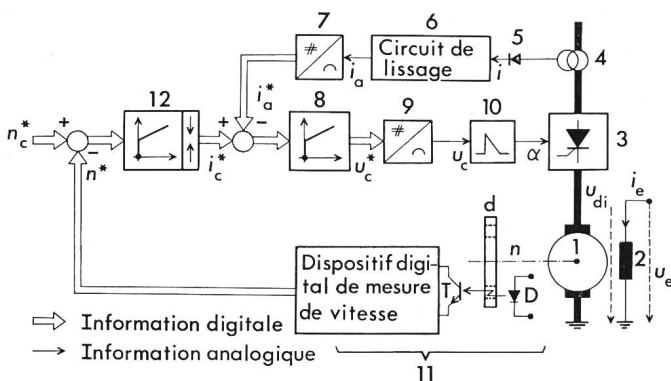


Fig. 1 Schéma synoptique des circuits de réglage en cascade de vitesse et de courant d'induit d'une machine à courant continu

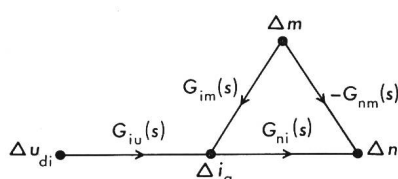
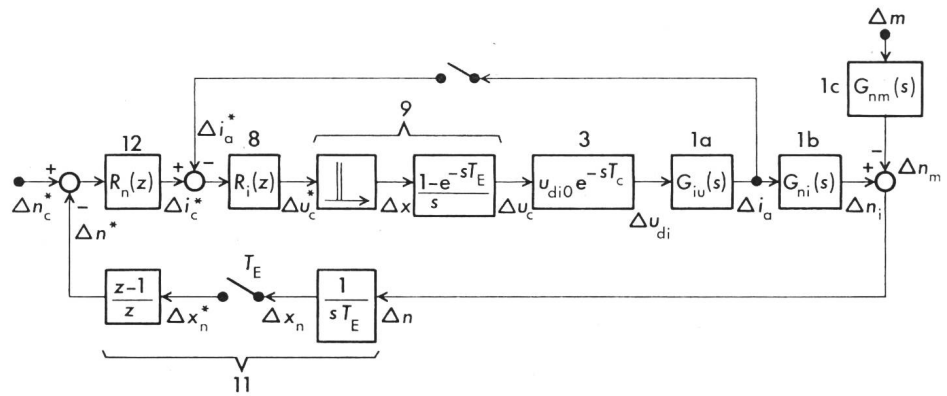


Fig. 2 Graphe de fluence d'une machine à courant continu (Pour les symboles, voir dans le texte et les annexes)

**Fig. 3**  
Schéma équivalent des circuits de réglage en cascade de vitesse et de courant d'induit en régime de petites variations



Le schéma équivalent de la fig. 3 présente quelques particularités:

- on suppose que le réglage se fait à excitation constante ( $\Delta u_e = 0$ ) et que la variation du couple résistant a une faible influence sur le courant d'induit ( $G_{im}(s) = 0$ ). C'est la raison pour laquelle la machine à courant continu, représentée par le graphe 2, est remplacée par les fonctions de transfert des blocs 1a, 1b, 1c de la fig. 3;

- on suppose que le circuit de lissage a une faible influence sur le comportement dynamique du système réglé. Par ailleurs, en négligeant l'ondulation du courant mesuré, on ne considère que sa valeur moyenne dans l'analyse. Enfin, on suppose que la fonction de transfert du convertisseur A-D 7 est égale à 1. Le système permet de répondre à une telle exigence si le signal analogique est de variation relativement lente;

- on néglige les effets de quantification des signaux.

### 3. Réglage de courant d'induit

Il s'agit de déterminer les constantes du régulateur de courant de telle sorte que le circuit de réglage de courant de la fig. 3 (dont la sortie  $\Delta i_a$  correspond à l'entrée  $\Delta i_c^*$ ) présente une bonne stabilité<sup>2)</sup>.

#### 3.1 Fonctions de transfert

Dans le schéma de la fig. 3, on n'a pas tenu compte du temps  $T_{ri}$  de calcul du régulateur 8. Ce temps peut être interprété comme étant un retard défini par  $e^{-sT_{ri}}$  qui, pour la commodité de l'analyse, sera groupé avec  $e^{-sT_c}$  (bloc 3). Ceci donne  $e^{-sT_r}$  avec le retard

$$T_r = T_{ri} + T_c = \varepsilon_r T_E \quad (2)$$

où  $T_E$  désigne la période d'échantillonnage et  $0 \leq \varepsilon_r \leq 1$ .

La fonction de transfert  $G_i(z, \varepsilon)$  du circuit de réglage de courant, en boucle fermée, s'écrit

$$\frac{\Delta i_a(z, \varepsilon)}{\Delta i_c^*(z)} = G_i(z, \varepsilon) = \frac{G_{io}(z, \varepsilon)}{1 + G_{io}(z, \varepsilon)} \quad (3)$$

où  $G_{io}(z, \varepsilon)$ , désigne la fonction de transfert en boucle ouverte.

$$G_{io}(z, \varepsilon) = R_i(z) \cdot G_{riu}(z, \varepsilon) \quad (4)$$

avec  $G_{riu}(z, \varepsilon)$  représentant la transformée en  $z$  complète de

$$G_{riu}(s) = u_{di0} \frac{1 - e^{-sT_E}}{s} G_{iu}(s) e^{-sT_r} \quad (5)$$

Cette transformée est rappelée à l'annexe II.

<sup>2)</sup> Un système, ayant une bonne stabilité, présente un bon amortissement.

#### 3.2 Détermination des constantes du régulateur PI de courant

Les pôles de la fonction de transfert  $G_i(z, \varepsilon)$  définie par l'équation (3) sont les racines de l'équation:

$$G_{io}(z, 0) + 1 = 0 \quad (6)$$

L'étude du lieu de  $G_{io}(z, 0)$ , avec  $z = \exp(j\omega T_E)$ , dans le plan complexe (diagramme de Nyquist), notamment au voisinage du point  $\exp(j\pi) = -1$ , permet de prévoir le comportement dynamique du circuit de réglage de courant en boucle fermée.

Pour  $\varepsilon = 0$ , la relation (4) s'écrit en tenant compte des relations (II-1b) et (II-2) de l'annexe II:

$$G_{io}(z, 0) = R_i(z) A (1 - \varepsilon_r) \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{z c_1(1 - \varepsilon_r) + \exp(-T_E/2T) c_1(\varepsilon_r)}{z^2 - 2z \exp(-T_E/2T) c_2(1) + \exp(-T_E/T)} \quad (7)$$

où les fonctions  $A(x)$ ,  $c_1(x)$  et  $c_2(x)$  sont définies à ladite annexe.

Pour un régulateur de courant du type PI, c'est-à-dire

$$R_i(z) = \frac{T_{ni}}{T_{ii}} + \frac{T_E}{T_{ii}} \frac{z}{z - 1} \quad (8)$$

et pour  $A(x)$  défini par (II-3), la relation (7) devient:

$$G_{io}(z, 0) = \frac{u_{di0} T_E}{r T_{ii}} G(z) \quad (9)$$

avec

$$G(z) = \frac{T_E}{T} \left( 1 + \frac{T_{ni}}{T_E} \frac{z - 1}{z} \right) \exp \left\{ - (1 - \varepsilon_r) \frac{T_E}{2T} \right\} \cdot \frac{z c_1(1 - \varepsilon_r) + \exp(-T_E/2T) c_1(\varepsilon_r)}{z^2 - 2z \exp(-T_E/2T) c_2(1) + \exp(-T_E/T)} \quad (10)$$

La séparation définie par (9) et (10) permet de trouver les constantes  $T_{ni}$  et  $T_{ii}$ . Pour déterminer  $T_{ni}$ , on pose

$$z = e^{j\Omega} \text{ avec } \Omega = \omega T_E \quad (11)$$

On détermine  $\Omega = \Omega_{240}$  et  $R_{240} = |G(j\Omega_{240})|$  correspondant à une marge de phase  $\Phi_m = 60^\circ$ , c'est-à-dire  $\text{Arg}\{G(j\Omega)\} = 240^\circ$  (fig. 4). Par ailleurs, pour  $\Omega = \Omega_{180}$  tel que  $\text{Arg}\{G(j\Omega_{180})\} = 180^\circ$ , on détermine  $R_{180} = |G(j\Omega_{180})|$ . La marge de gain peut se caractériser par le rapport  $R_{180}/R_{240}$ . Il est à noter que  $\Omega_{240}$ ,  $R_{240}$  et  $R_{180}/R_{240}$  dépendent de  $T_E/T_{ni}$ ,  $T_E/T$  et de  $\varepsilon_r$ . Pour  $T_E/T$  et  $\varepsilon_r$  données, les résultats numériques montrent que, d'une part,  $R_{240}$  présente un minimum pour une certaine valeur de  $T_E/T_{ni}$ , et d'autre part  $\Omega_{240}$  et  $R_{180}/R_{240}$  sont des fonctions décroissantes de  $T_E/T_{ni}$ . D'une manière concise, on a:

- pour de faibles valeurs de  $T_E/T_{ni}$ ,  $\Omega_{240}$  est élevé; cepen-

dant  $R_{180}/R_{240}$  est proche de 1. Ceci signifie que le système est rapide, mais la marge de gain est faible.

– pour des valeurs élevées de  $T_E/T_{ni}$ ,  $\Omega_{240}$  et  $R_{180}/R_{240}$  sont faibles, c'est-à-dire que la marge de gain est élevée mais le système est lent.

Pour obtenir un système qui présente une bonne stabilité tout en n'étant pas trop lent, il faut choisir  $T_E/T_{ni}$  tel que  $\Omega_{240}$  est raisonnablement élevé en gardant  $R_{180}/R_{240}$  faible vis-à-vis de l'unité. L'étude systématique montre que la valeur correcte de  $T_E/T_{ni}$  correspond au minimum du module  $R_{240}$ .

En suivant les différentes étapes mentionnées, on a trouvé les relations approchées suivantes:

$$T_E/T_{ni} = 1.3 T_E/T + 0.1 \exp(-7\varepsilon_r) \quad (12)$$

$$\Omega_{240} = c [T_E/T + 0.2 \exp(-12 T_E/T)] + d \quad (13a)$$

avec

$$c = 0.74 - 0.3 \varepsilon_r - 0.06 \exp(-6\varepsilon_r) \quad (13b)$$

$$d = 0.2 + 0.5 \exp(-2\varepsilon_r) \quad (13c)$$

résultats valables pour  $T\Phi^2/T_{mr} < 1$ .

Pour déterminer  $T_{ii}$ , il suffit de choisir  $u_{di0}T_E/rT_{ii}$  tel que  $|G_{i0}(j\Omega_{240}, 0)| = 1$  avec  $\Omega_{240}$  défini par (13a). Les courbes de la fig. 5 permettent de déterminer  $rT_{ii}/u_{di0}T_E$ , donc la constante  $T_{ii}$ , pour les différentes valeurs de  $T_E/T$  et de  $\varepsilon_r$ . Pour des valeurs intermédiaires de  $\varepsilon_r$ , il suffit d'effectuer une interpolation linéaire pour obtenir la valeur de  $T_{ii}$  correspondante.

### 3.3 Correction de l'erreur statique

Il importe de noter que  $G_{i0}(z, \varepsilon)$  est une quantité limitée pour  $z \rightarrow 1$ , quel que soit  $\varepsilon$ . Autrement dit, compte tenu de (3), on a  $G_i(z, \varepsilon) < 1$  pour tout  $z$  et  $\varepsilon$ . Ceci implique que le courant d'induit  $\Delta i_a$ , en régime permanent, ne peut jamais atteindre le courant de consigne  $\Delta i_c^*$  lorsque ce dernier présente un saut. Un tel écart sera appelé erreur statique.

Pour éliminer cette erreur, on introduit un deuxième régulateur PI, appelé *régulateur-correcteur*, défini par

$$R_{ic}(z) = \frac{T_{nc}}{T_{ic}} + \frac{T_E}{T_{ic}} \cdot \frac{z}{z-1} \quad (14)$$

mis en cascade avec le premier dans la boucle de réglage de courant de la fig. 1. L'introduction d'un tel régulateur ne doit pas apporter des modifications notables sur la stabilité du système initialement définie par les constantes  $T_{ni}$  et  $T_{ii}$ . Dans ce but il est nécessaire de choisir  $T_{nc} = T_{ic}$ . Par ailleurs, il faut se rappeler que la constante  $T_{ni}$  du premier régulateur a été déterminée pour une marge de phase de  $60^\circ$ . Si l'on peut considérer une marge de phase comprise entre  $45^\circ$  et  $60^\circ$

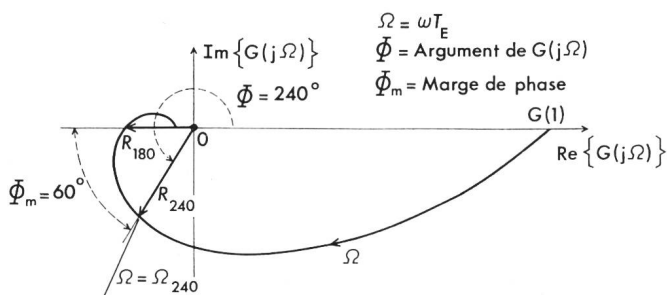


Fig. 4 Diagramme de Nyquist de  $G(j\Omega)$   
Définition des notations utilisées

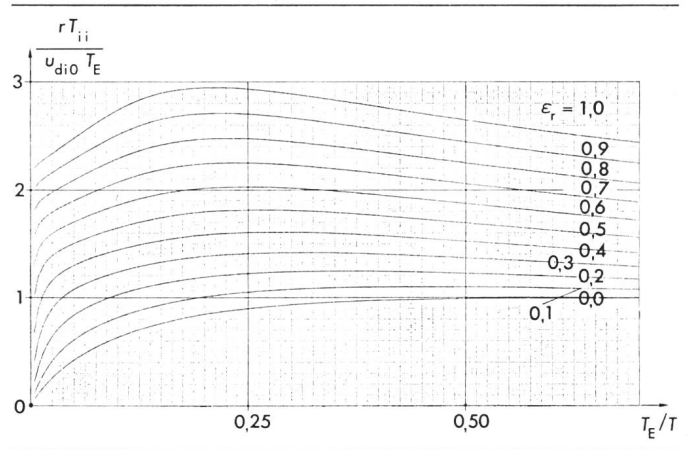


Fig. 5 Courbes permettant de déterminer les constantes de temps  $T_{ii}$  du régulateur de courant d'induit

comme acceptable, le régulateur-correcteur ne doit pas introduire un déphasage, en valeur absolue, supérieur à  $15^\circ$ . Ceci implique la limite supérieure de  $T_E/T_{ic}$ , notée  $(T_E/T_{ic})_{\max}$ :

$$(T_E/T_{ic})_{\max} = (2 - \sqrt{3}) / \left( \frac{1}{\Omega_{240}} - \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) \quad (15)$$

La valeur qu'on adoptera pour  $T_E/T_{ic}$  est une fraction de cette limite, soit  $T_E/T_{ic} = \rho (T_E/T_{ic})_{\max}$  avec  $\rho \leq 1$ . La valeur de  $\rho$  ne doit pas être trop petite (resp.  $T_{ic}$  trop élevé), car le système réglé et « corrigé » deviendrait excessivement lent au voisinage de son état final. Sur la base des résultats obtenus on peut conseiller  $\rho = 2/3$ .

### 4. Réglage en cascade de vitesse

La fonction de transfert  $G_i(z, \varepsilon)$  du circuit de réglage de courant en boucle fermée est bien définie par les constantes de temps du régulateur de courant d'induit. Dès lors, il est possible d'étudier la stabilité du circuit de réglage en cascade de vitesse (fig. 3). A cet effet, on détermine d'abord la fonction de transfert en boucle ouverte du dit circuit; l'étude du lieu de cette fonction dans le plan complexe permet, avec une marge de phase de  $60^\circ$ , de déterminer les constantes du régulateur PI de vitesse.

L'étude détaillée montre que, pour obtenir une bonne stabilité du circuit de réglage, la composante proportionnelle du régulateur doit être excessivement élevée. Ceci a pour effet d'amplifier les pas de quantification du circuit de mesure de vitesse, qui ont été négligés dans l'étude théorique. L'interaction de ces pas de quantification, ainsi amplifiés, avec ceux du circuit de mesure de courant produit des oscillations non linéaires (cycles limites) constatées expérimentalement.

Ceci est le principal défaut du réglage en cascade de vitesse qui motive l'abandon d'un tel système.

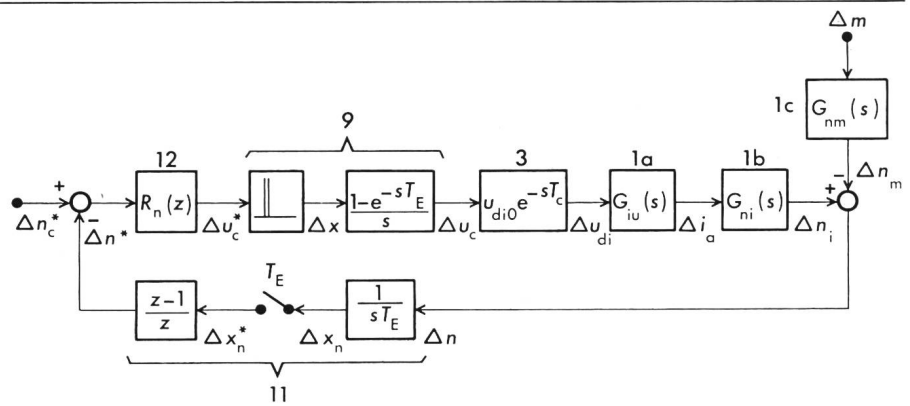
### 5. Réglage direct de vitesse

Conformément à la description faite au paragraphe 1, le schéma équivalent du circuit de réglage direct de vitesse est représenté à la fig. 6 dont les numéros des différents blocs correspondent à ceux de la fig. 1.

#### 5.1 Fonctions de transfert

On peut noter que la variation  $\Delta n$  de la vitesse (sortie du système) dépend de  $\Delta n_c^*$ , variation de la valeur de consigne

**Fig. 6**  
Schéma équivalent du circuit de réglage direct de vitesse



(entrée du système) et de  $\Delta m$ , variation du couple résistant (considéré comme grandeur perturbatrice). Traduite en équation, cette dépendance s'exprime par

$$\Delta n(z, \varepsilon) = G_n(z, \varepsilon) \Delta n_c^*(z) + \Delta n_p(z, \varepsilon) \quad (16)$$

où  $G_n(z, \varepsilon)$  désigne la fonction de transfert du dit circuit en boucle fermée et  $\Delta n_p(z, \varepsilon)$  symbolise l'influence de la grandeur perturbatrice sur la vitesse.

La stabilité du circuit de réglage de vitesse peut être étudiée en connaissant la fonction  $G_n(z, \varepsilon)$ . Pour déterminer cette fonction, on pose

$$G_{riun}(s) = \frac{1 - e^{-sT_E}}{s} u_{di0} e^{-sT_r} G_{iu}(s) G_{ni}(s) \quad (17)$$

$$G_I(s) = \frac{1}{sT_E} G_{riun}(s) \quad (18)$$

où l'on introduit le temps de retard  $T_r$  de la même manière que sous 3.1. Avec  $G_{riun}(z, \varepsilon)$  et  $G_I(z, \varepsilon)$  désignant la transformée en  $z$  de  $G_{riun}(s)$  et  $G_I(s)$  (annexe II), on obtient

$$G_n(z, \varepsilon) = \frac{G_{riun}(z, \varepsilon) \cdot R_n(z)}{1 + G_{no}(z, 0)} \quad (19)$$

$$\text{avec } G_{no}(z, 0) = \frac{z-1}{z} R_n(z) G_I(z, 0) \quad (20)$$

désignant la fonction de transfert en boucle ouverte.

### 5.2 Détermination des constantes du régulateur PID de vitesse

Par analogie au paragraphe 3.2, l'étude de la stabilité du circuit de réglage de vitesse revient à étudier le lieu de  $G_{no}(z, 0)$ , pour  $z = \exp(j\omega T_E)$ , dans le plan complexe, notamment au voisinage du point  $\exp(j\pi) = -1$ . Il s'agit de déterminer les constantes  $k_i, k_d, k_p$ , du régulateur PID caractérisé par la fonction de transfert

$$R_n(z) = \frac{(k_i + k_p + k_d)z^2 - (k_p + 2k_d)z + k_d}{z(z-1)} \quad (21)$$

pour obtenir une bonne marge de phase et de gain. Avec  $G_I(z, 0)$  défini par la relation (II-10b) de l'annexe II (pour  $\varepsilon = 0$ ) et  $R_n(z)$  par (21), la fonction de transfert  $G_{no}(z, 0)$  s'écrit

$$G_{no}(z, 0) = (k_i + k_p + k_d) \frac{u_{di0} T\Phi}{rT_m} G'(z) \quad (22)$$

avec

$$G'(z) = E^2(\lambda) \frac{\left\{ \left( \frac{1 - \varepsilon_r}{E(\lambda)} - \frac{T}{T_E} \right) z + \frac{\varepsilon_r}{E(\lambda)} + \frac{T}{T_E} \right\} \left\{ z^2 - 2z \exp\left(-\frac{T_E}{2T}\right) c_2(1) + \exp\left(-\frac{T_E}{T}\right) \right\}}{(z-1)z^3} + \quad (23)$$

$$+ E^2(\lambda) \frac{z-1}{z^3} \exp\left(-\left(1 - \varepsilon_r\right) \frac{T_E}{2T}\right) \left[ \left\{ \frac{c_1(1 - \varepsilon_r)}{E(-\lambda)} + c_2(1 - \varepsilon_r) \frac{T}{T_E} \right\} z + \exp\left(-\frac{T_E}{2T}\right) \cdot \left\{ \frac{c_1(\varepsilon_r)}{E(-\lambda)} - c_2(\varepsilon_r) \frac{T}{T_E} \right\} \right]$$

où l'on a choisi

$$(k_p + 2k_d)/(k_i + k_p + k_d) = 2c_2(1) \exp(-T_E/2T) \quad (24)$$

$$k_d/(k_i + k_p + k_d) = \exp(-T_E/T) \quad (25)$$

de telle sorte que les zéros du régulateur définis par

$$z^2 - \frac{k_p + 2k_d}{k_i + k_p + k_d} z + \frac{k_d}{k_i + k_p + k_d} = 0 \quad (26)$$

compensent les pôles du système à régler définis par

$$z^2 - 2z \exp\left(-\frac{T_E}{2T}\right) c_2(1) + \exp\left(-\frac{T_E}{T}\right) = 0 \quad (27)$$

Pour déterminer les inconnues  $k_i, k_p, k_d$ , il faut compléter le système d'équations (24), (25) en déterminant la valeur de  $k_i + k_p + k_d$ . A cet effet, on remplace  $z = \exp(j\Omega)$  dans (23) et on détermine  $\Omega = \Omega_{240}$  tel que la phase de  $G'(j\Omega_{240})$  est égale à  $240^\circ$ . On en déduit alors le module de  $G'(j\Omega_{240})^3$ .

La connaissance de ce module permet de déterminer  $k_i + k_p + k_d$ , en partant de (22), tel que  $|G_{no}(j\Omega_{240}, 0)| = 1$ . Les courbes de la fig. 7 représentent  $(k_i + k_p + k_d)u_{di0}T\Phi/rT_m$  en fonction de  $T_E/T$  avec le paramètre  $\varepsilon_r$ . Pour les valeurs intermédiaires de ce paramètre, on peut effectuer une interpolation linéaire.

### 6. Conclusion

La stabilité d'un système soumis à un réglage digital peut être étudiée en considérant la réponse harmonique de la fonction de transfert du système en boucle ouverte. Les qualités de réglage du système dépendent, comme dans le cas du réglage analogique, des valeurs adoptées pour la marge de phase et de gain. Le choix de ces valeurs permet de déterminer les constantes de temps des régulateurs. Cependant, dans le cas d'un réglage digital, ces constantes ne dépendent pas seulement des paramètres du système à régler, mais également du temps de retard  $T_r$  (soit la somme du temps de calcul du régulateur et du temps mort du convertisseur de courant) et de la période d'échantillonnage  $T_E$ . Pour la rapidité du système réglé, la

<sup>3</sup> En toute rigueur, ce module dépend de  $T_E/T$ , de  $\varepsilon_r$  et de  $T\Phi^2/rT_m$ . Cependant, les résultats numériques montrent que l'influence de  $T\Phi^2/rT_m$  sur ce module est faible: lorsque  $T\Phi^2/rT_m$  varie de 0.01 à 1, la variation du module est de l'ordre de 1%.

période  $T_E$  doit être faible par rapport à la constante de temps équivalente  $T$  de l'induit, mais elle doit être supérieure au temps de retard  $T_r$  qui est déterminé par la rapidité du microprocesseur.

En ce qui concerne le réglage du courant d'induit, l'utilisation du régulateur PI double (deux régulateurs PI mis en cascade) est nécessaire afin d'éviter l'erreur statique en régime permanent. Les constantes de temps de ces régulateurs peuvent être déterminées à l'aide de l'abaque de la fig. 5 et des relations approchées (12) et (15).

Le réglage de vitesse en cascade dont la configuration est représentée à la fig. 1 n'est pas conseillé, car l'interaction entre les pas de quantification des signaux provenant des circuits de mesure du courant d'induit et de la vitesse peut provoquer des oscillations. Par contre, un réglage direct de vitesse peut se faire en utilisant un régulateur PID dont les constantes se déterminent à l'aide de l'abaque de la fig. 7 et des relations (24) et (25).

### Annexe I : Fonctions de transfert d'une machine à courant continu

Fonctions de transfert	N°
$G_{iu}(s) = sT_m'/r D(s)$ avec $D(s) = sT_m'(1+sT) + 1$	(I-1)
$G_{im}(s) = 1/\Phi D(s)$	(I-2)
$G_{ni}(s) = \Phi/sT_m$	(I-3)
$G_{nm}(s) = 1/sT_m$	(I-4)
Constantes	N°
$r = I_{an}(R_a + R_i)/U_n$	(I-5)
$T = (L_a + L_c)/(R_a + R_i)$	(I-6)
$T_m = J\Omega_n/M_n$	(I-7)
$T_m' = rT_m/\Phi^2$	(I-8)

$I_{an}$  courant nominal de l'induit  
 $J$  moment d'inertie de la masse tournante  
 $L_a$  inductance de l'induit  
 $L_c$  inductance de commutation d'un convertisseur de courant  
 $M_n$  couple électromagnétique nominal  
 $R_a$  résistance ohmique du circuit d'induit  
 $R_i$  résistance interne symbolisant la chute de tension inductive due à la commutation des thyristors d'un convertisseur de courant  
 $U_n$  tension nominale d'induit  
 $\Omega_n$  vitesse angulaire nominale  
 $\Phi_n$  flux nominal du stator

### Annexe II : Fonctions de transfert $G_{riu}$ , $G_{riun}$ et $G_i$

#### 1. Fonction de transfert $G_{riu}(z, \varepsilon)$

Compte tenu de  $G_{iu}(s)$  défini par la relation (I-1), la transformée en  $z$  complète de  $G_{riu}(s)$ , exprimée par (5), s'écrit

$$G_{riu}(z, \varepsilon) = \begin{cases} G_0(z, \varepsilon - \varepsilon_r) & \text{pour } \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq 1 \\ z^{-1}G_0(z, 1 + \varepsilon - \varepsilon_r) & \text{pour } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II-1a})$$

avec

$$G_0(z, \gamma) = A(\gamma) \frac{(z-1)\{zc_1(\gamma) + \exp(-T_E/2T)c_1(1-\gamma)\}}{z^2 - 2z \exp(-T_E/2T)c_2(1) + \exp(-T_E/T)} \quad (\text{II-2})$$

$$\text{pour } A(\gamma) = \frac{u_{di0} T_E}{rT} \exp\left(-\gamma \frac{T_E}{2T}\right) \quad (\text{II-3})$$

Les fonctions  $c_1(x)$  et  $c_2(x)$  dans (II-2) signifient :

$$\text{pour } 4T/T_m' - 1 > 0 \\ c_1(x) = \frac{\sin(x \omega_0 T_E)}{\omega_0 T_E} \quad c_2(x) = \cos(x \omega_0 T_E) \quad (\text{II-4a})$$

$$\text{pour } 4T/T_m' - 1 < 0 \\ c_1(x) = \frac{\text{sh}(x \omega_0 T_E)}{\omega_0 T_E} \quad c_2(x) = \text{ch}(x \omega_0 T_E) \quad (\text{II-4b})$$

$$\text{pour } 4T/T_m' - 1 = 0 \\ c_1(x) = x \quad c_2(x) = 1 \quad (\text{II-4c})$$

$$\text{avec } \omega_0 = \frac{1}{2T} \sqrt{\left|\frac{4T}{T_m'} - 1\right|} = \frac{1}{2T} \sqrt{\left|\frac{4T}{rT_m} \Phi^2 - 1\right|} \quad (\text{II-5})$$

#### 2. Fonctions de transfert $G_{riun}(z, \gamma)$

Compte tenu de  $G_{iu}(s)$  et  $G_{ni}(s)$  définis par (I-1) et (I-3), la transformée en  $z$  complète de  $G_{riun}(s)$ , exprimée par (17), s'écrit

$$G_{riun}(z, \varepsilon) = \begin{cases} G_0'(z, \varepsilon - \varepsilon_r) & \text{pour } \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq 1 \\ z^{-1}G_0'(z, 1 + \varepsilon - \varepsilon_r) & \text{pour } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II-6a})$$

avec

$$G_0'(z, \gamma) = E(\lambda) \frac{u_{di0} T \Phi}{rT_m} \left[ 1 - (z-1) \exp\left(-\gamma \frac{T_E}{2T}\right) \cdot \frac{z \left\{ \frac{T_E}{2T} c_1(\gamma) + c_2(\gamma) \right\} + \exp\left(-\frac{T_E}{2T}\right) \left\{ \frac{T_E}{2T} c_1(1-\gamma) - c_2(1-\gamma) \right\}}{z^2 - 2z \exp(-T_E/2T) c_2(1) + \exp(-T_E/T)} \right] \quad (\text{II-7})$$

où les fonctions  $c_1$  et  $c_2$  sont définies par (II-4) et  $E(\lambda)$  s'exprime par

$$E(\lambda) = \frac{4}{1 + \lambda(2T\omega_0)^2} \quad (\text{II-8})$$

avec

$$\lambda = \text{sign}\{4T/T_m' - 1\} = \begin{cases} 1 & \text{pour } 4T/T_m' - 1 > 0 \\ 0 & \text{pour } 4T/T_m' - 1 = 0 \\ -1 & \text{pour } 4T/T_m' - 1 < 0 \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

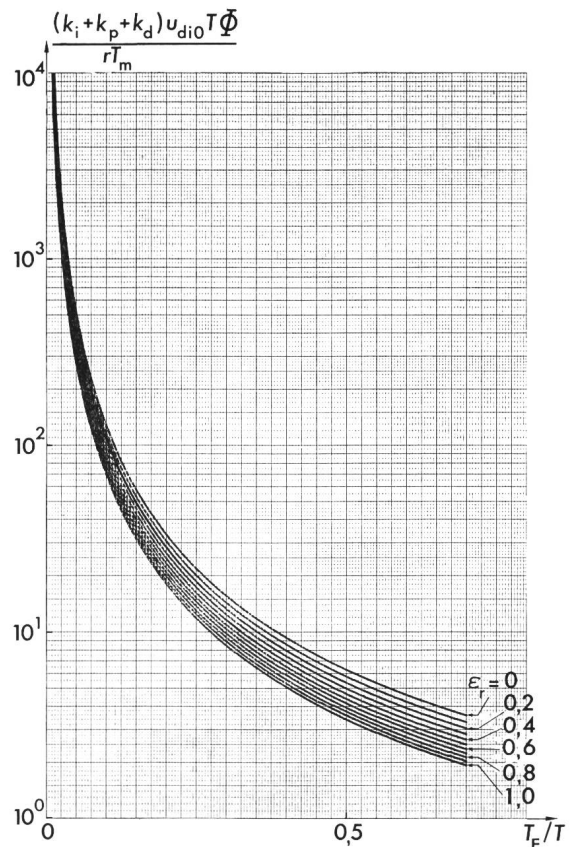


Fig. 7 Courbes permettant de déterminer les constantes  $k_i$ ,  $k_p$  et  $k_d$  du régulateur PID

### 3. Fonction de transfert $G_I(z, \varepsilon)$

La transformée en  $z$  complète de  $G_I(s)$ , exprimée par (18), s'écrit:

$$G_I(z, \varepsilon) = \begin{cases} G_0''(z, \varepsilon - \varepsilon_r) & \text{pour } \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq 1 \\ z^{-1}G_0''(z, 1 + \varepsilon - \varepsilon_r) & \text{pour } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II-10a})$$

avec

$$G_0''(z, \gamma) = E^2(\lambda) \frac{u_{d10} T^2 \Phi}{r T_m T_E} \quad (\text{II-11})$$

$$\left[ \frac{\left( \frac{T_E}{T} \frac{\gamma}{E(\lambda)} - 1 \right) z + \frac{T_E}{T} \frac{1-\gamma}{E(\lambda)} + 1}{z-1} + (z-1) \exp\left(-\gamma \frac{T_E}{2T}\right) \cdot \frac{z \left( \frac{T_E}{T} \frac{c_1(\gamma)}{E(-\lambda)} + c_2(\gamma) \right) + \exp\left(-\frac{T_E}{2T}\right) \left( \frac{T_E}{T} \frac{c_1(1-\gamma)}{E(-\lambda)} - c_2(1-\gamma) \right)}{z^2 - 2z \exp\left(-\frac{T_E}{2T}\right) c_2(1) + \exp\left(-\frac{T_E}{T}\right)} \right]$$

où  $c_1$ ,  $c_2$  et  $E$  sont définis par (II-4) et (II-8).

### Annexe III:

#### Liste des principales notations utilisées

(Les lettres minuscules désignent des grandeurs relatives)

$G_I(z, \varepsilon)$	fonction de transfert en boucle fermée du circuit de réglage de courant d'induit
$G_{I0}(z, \varepsilon)$	fonction de transfert en boucle ouverte du circuit de réglage de courant d'induit
$G_n(z, \varepsilon)$	fonction de transfert en boucle fermée du circuit de réglage de vitesse
$G_{no}(z, \varepsilon)$	fonction de transfert en boucle ouverte du circuit de réglage de vitesse
$i_a$	courant d'induit
$k_1$	$T_E/T_i$
$k_p$	$(T_n + T_v)/T_i$
$k_d$	$T_n T_v / T_i T_E$
$m$	couple résistant
$n$	vitesse de rotation de la machine
$\Phi$	flux statorique de la machine
$r$	résistance du circuit d'induit
$T$	constante de temps équivalent du circuit d'induit
$T_m$	constante de temps mécanique de la machine
$T_E$	période d'échantillonnage
$T_r$	$\varepsilon_r T_E$ temps de retard total ( $0 \leq \varepsilon_r \leq 1$ )
$T_n$	dosage de la corrélation d'intégrale
$T_v$	dosage de la corrélation de dérivée
$T_i$	constante de temps d'intégration
$u_{d1}$	tension aux bornes de l'induit

Les indices  $i$  et  $c$ , affectés aux constantes  $T_n$  et  $T_i$  (p. ex.  $T_{ni}$ ,  $T_{nc}$ ,  $T_{ic}$ ) précisent que ces constantes se rapportent respectivement au régulateur PI de courant d'induit et au régulateur PI - correcteur.

#### Adresse de l'auteur

Sam-Ath Hing, Chaire d'électronique industrielle, EPFL, 16, chemin de Bellerive, 1007 Lausanne.

## Commission Electrotechnique Internationale (CEI)

### Sitzung des SC 17D, Ensembles d'appareillage à basse tension, vom 26. bis 28. September 1977 in Warschau

An der Tagung nahmen 29 Delegierte aus 15 Ländern teil. Den Vorsitz führte B. Kiessling (S) mit der Assistenz von W. Oberheiden (D) als Sekretär.

Die zweite Ausgabe des Dokumentes *17D(Secrétariat)31*, Vérification de la solidité de la construction des canalisations préfabriquées, wird unter der 6-Monate-Regel herauskommen und ist als Ergänzung zur CEI-Publikation 439-2 gedacht. Zum Dokument *17D(Secrétariat)28*, Propositions de Modification de la Publication 439 de la CEI pour couvrir les unités fonctionelles débrouillables d'EMU, wurden so zahlreiche Bemerkungen eingereicht, dass die GT 4 beauftragt werden musste, ein zweites Sekretariatsdokument zu erarbeiten. Das schweizerische Nationalkomitee hat das Dokument *17D(Secrétariat)30*, Règles complémentaires pour ensembles d'appareillage à basse tension montés en usine (EMU) contenant du matériel électronique, mit der Begründung abgelehnt, dass der Prüfaufwand in keinem Verhältnis zum erreichbaren Resultat steht. Der schweizerische Antrag, die Arbeit nicht weiterzuführen, fand mit einer Ausnahme keine Unterstützung. Die nachfolgende Diskussion der umfangreichen Länderstellungen liess die Problematik dieses Dokumentes immer deutlicher werden. Die GT 5 wird unter Beizug von Experten des CE 44 ein neues Sekretariatsdokument erarbeiten. Das Dokument *17D(Secrétariat)33*, Ensembles d'appareillage à basse tension montés en usine; Conditions

supplémentaires pour les EMU destinés aux usages domestiques ou analogues wird als 6-Monate-Regel-Dokument herausgebracht und ist als Ergänzung zur CEI-Publikation 439 gedacht.

Eine GT 7 wurde zur Ausarbeitung eines Dokumentes über Specifications relatives aux ensembles d'appareillage montés sur place gebildet. Aufgrund des Fragebogens *17D(Secrétariat)27* sprachen sich 11 Länder, darunter auch die Schweiz, für die Aufnahme dieser Arbeiten aus. 3 Länder waren dagegen und 1 Land enthielt sich der Stimme.

Im Dokument *17D(Secrétariat)29* wurde vorgeschlagen, dass das SC 17D Unterlagen für Coffrets de distribution pour chantier de construction erarbeiten soll. Die Schweiz hat beschlossen, sich an den Arbeiten der neuen GT 8 zu beteiligen.

Eine Umfrage, ob das SC 17D Bestimmungen für die Anwendung von Aluminiumleitern ausarbeiten soll, ergab folgendes Resultat: 14 Länder (darunter auch die Schweiz) sprachen sich dafür aus, während Deutschland im ablehnenden Sinne antwortete. Die Arbeit soll jedoch auf Aluminiumkabel beschränkt bleiben.

Auf Anfrage des Vorsitzenden wurde einstimmig beschlossen, die Revision der CEI-Publikation 439 in Angriff zu nehmen. Die GT 1 wurde mit dieser Aufgabe betraut.

Es ist vorgesehen, die nächste Sitzung des SC 17D der CEI im Jahre 1979 durchzuführen. EK