

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 68 (1977)

Heft: 24

Artikel: Die elektrische Bodenfeldstärke eines Gewitterdipols

Autor: Prinz, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-915094>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die elektrische Bodenfeldstärke eines Gewitterdipols

Von H. Prinz

551.594:537.212;

Für Gewitterbeobachtungen mancherlei Art scheint die Kenntnis der elektrischen Bodenfeldstärke in ihrem räumlichen und zeitlichen Verlauf von besonderem Interesse zu sein. In diesem Zusammenhang ist vor allem die Frage von Bedeutung, in welchem Radialabstand von der Dipolachse die maximale Feldänderung zu erwarten ist und mit welchen Feldänderungen dabei gerechnet werden kann. Darüber hinaus ist es aber auch wissenswert, ob das elektrische Feld den Wert Null durchläuft und in welchem Radialabstand ein solcher Nulldurchgang möglicherweise auftritt. Fragen solcher Art sollten nicht zuletzt in Verbindung mit Triggerexperimenten [1; 2]¹⁾ von Interesse sein.

Für die folgenden Betrachtungen werde davon ausgegangen, dass der Gewitterdipol durch seine auf der Dipolachse sitzenden Ladungszentren $-Q_1$ im unteren Wolkenbereich und $+Q_2$ im oberen Wolkenbereich dargestellt sei, die von der Radialachse r die Abstände d_1 und d_2 haben sollen (Fig. 1). Durch eine solche Ladungsverteilung wird der in der Natur am häufigsten vorkommende Fall beschrieben, dass die Blitzentladung von negativer Wolkenladung ausgeht. Um hieraus die am Boden wirkenden Feldstärken $E_{1,2}$ bestimmen zu können, ist es zweckmässig, von der weiteren Annahme auszugehen, dass zunächst nur die untere Minusladung Q_1 und dann in einem weiteren Rechengang nur die obere Plusladung Q_2 wirksam sei, woraus sich dann durch Superposition der beiden Ladungszentren das tatsächlich vorhandene elektrische Feld des vorgegebenen Dipols bestimmen lässt.

1. Es sei nur die Minusladung Q_1 vorhanden

Für das Potential, das die Ladung $-Q_1$ mit ihrer Spiegelladung $+Q_1$ in einem beliebigen Punkt $P(r, z)$ hervorruft (Fig. 2), folgt nach Ollendorf [3]:

$$\Phi = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (d_1 - z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (d_1 + z)^2}} \right]$$

¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

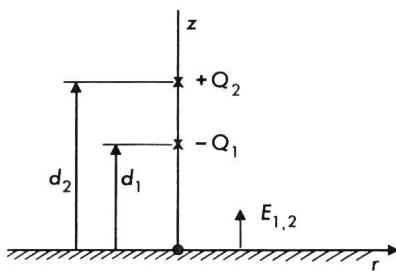


Fig. 1 Wolkendipol mit den Ladungszentren $-Q_1$ und $+Q_2$

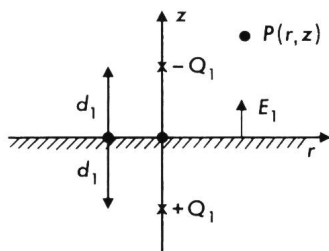


Fig. 2 Durch das Ladungszentrum $-Q_1$ hervorgerufene Bodenfeldstärke E_1

wobei der erste Term für die wahre Ladung und der zweite Term für ihre fiktive Spiegelladung zur Nachbildung der durch r gelegten Ebene verantwortlich ist. Für die dazugehörige Feldstärke wird dann

$$E = -\text{grad}\Phi = - \left[a_r \frac{\partial\Phi}{\partial r} + a_z \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right]$$

$$= -\frac{Q_1}{4\pi\epsilon} \left[a_r \left(-\frac{2r}{2\sqrt{r^2 + (d_1 - z)^2}^3} + \frac{2r}{2\sqrt{r^2 + (d_1 + z)^2}^3} \right) + a_z \left(-\frac{-2(d_1 - z)}{2\sqrt{r^2 + (d_1 - z)^2}^3} + \frac{2(d_1 + z)}{2\sqrt{r^2 + (d_1 + z)^2}^3} \right) \right]$$

und für die an der geerdeten Ebene auftretende Bodenfeldstärke E_1 ergibt sich für $z = 0$

$$E_1 = -\frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \frac{d_1}{\sqrt{r^2 + d_1^2}^3}$$

$$= -\frac{Q_1}{2\pi\epsilon d_1^2} \frac{1}{\sqrt{[1 + (r/d_1)^2]}^3}$$

$$= \frac{E_{1\max}}{f_1(r/d_1)} \quad (1)$$

Was zunächst die maximale Feldstärke anbelangt, so würde für eine angenommene Ladung $Q_1 = -10$ As in einem Abstand $d_1 = 2$ km ein Wert von $E_{1\max} = 44,9$ kV/m folgen, das sind zwei Zehnerpotenzen mehr als das Schönwetterfeld mit 100 bis 400 V/m. Die Bruchfunktion $f_1(r/d_1)$ ist in Fig. 3 durch Prozentwerte in Abhängigkeit von r/d_1 dargestellt, womit für jeden Radialabstand die dazugehörige Bodenfeldstärke bestimmbar wird. Demzufolge würde sich für $r = 2$ km ($r/d_1 = 1$) eine Feldstärke $E_1 = 15,9$ kV/m einstellen.

Die grösste Feldänderung ist jeweils für $r_s/d_1 = 0,5$ zu erwarten, was aus einem Nullsetzen der zweiten Ableitung folgt. Die dazugehörige Wendetangente hat stets eine Steigung $S_1 = -85,8\%$, bezogen auf $r/d_1 = 1$, woraus die grösstmögliche räumliche Feldänderung

$$dE_1/dr = (E_{1\max}/d_1) \cdot S_1 \quad (2)$$

wird, also im Zahlenbeispiel $-19,3$ kV/m je km.

Über die Zuggeschwindigkeit v der Ladung folgt dann weiterhin die zeitliche Änderung des Feldes als

$$dE_1/dt = (dE_1/dr) \cdot v \quad (3)$$

Wird v zu 60 km/h angenommen, dann lässt sich der in kV/m je km ausgedrückte Zahlenwert in gleicher Höhe in kV/m je min anschreiben, somit im Zahlenbeispiel als $-19,3$ kV/m je min.

2. Es sei nur eine Plusladung Q_2 vorhanden

In Analogie zur Minusladung folgt für eine positive Ladung Q_2 im Abstand d_2 von der Radialachse eine Bodenfeldstärke

$$E_2 = -\frac{Q_2}{2\pi\epsilon d_2^2} \frac{1}{\sqrt{[1 + (r/d_2)^2]}^3}$$

$$= E_{1\max} \frac{Q_2/Q_1 \cdot (d_1/d_2)^2}{\sqrt{[1 + (d_1/d_2)^2 (r/d_1)^2]}^3}$$

$$= \frac{E_{1\max}}{f_2(r/d_1)} \quad (4)$$

wiederum in Abhängigkeit von $E_{1\max}$ und r/d_1 , was durch ein Ausklammern von zwei Verhältnissgrößen – dem stets negativen Ladungsverhältnis Q_2/Q_1 und dem Abstandsverhältnis d_1/d_2 möglich wurde. Die Prozentualwerte der Funktion $f_2(r/d_1)$ sind in Fig. 3 für $Q_2/Q_1 = -2$ und $d_1/d_2 = 0,5$ aufgetragen. Somit würde sich im vorgegebenen Zahlenbeispiel bei Vorhandensein einer Plusladung von $Q_2 = 20$ As im Radialabstand $r = d_1 = 2$ km eine negative Bodenfeldstärke $E_2 = -16,1$ kV/m einstellen.

Die grösste Feldänderung ergibt sich wiederum durch Nullsetzen der ersten Ableitung bei

$$r_s/d_1 = 0,5 \cdot d_2/d_1$$

zu

$$S_2 = -85,5\% \cdot Q_2/Q_1 (d_1/d_2)^3.$$

Dies würde im vorgegebenen Zahlenbeispiel einer Steigung $S_2 = +21,4\%$ entsprechen.

3. Es seien die beiden Ladungen vorhanden

Bei einem Vorhandensein von Ladungen beider Polaritäten folgt aus einer Superposition für die resultierende Feldstärke

$$E_{1,2} = E_{1\max} [f_1(r/d_1) + f_2(r/d_1)] = E_{1\max} \cdot f_{1,2}(r/d_1) \quad (5)$$

In Fig. 3 ist die Funktion $f_{1,2}(r/d_1)$ wiederum für $Q_2/Q_1 = -2$ und $d_1/d_2 = 0,5$ dargestellt, woraus für das Zahlenbeispiel eine maximale Bodenfeldstärke $E_2 = 22,5$ kV/m folgt. Ihr Wendepunkt r_s/d_1 ist aus der nicht explizit darstellbaren Funktion

$$4(r_s/d_1)^2 - Q_2/Q_1 \cdot (d_1/d_2)^4 \sqrt{\frac{1 + (r_s/d_1)^2}{1 + (d_1/d_2)^2 (r_s/d_1)^2}} \cdot [1 - 4(d_1/d_2)^2 (r_s/d_1)^2] - 1 = 0 \quad (6)$$

bestimmbar, die sich jedoch leicht programmieren lässt. Ihre grösste Steilheit ergibt sich dann aus der Beziehung

$$S_{1,2} = -3(r_s/d_1) \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{[1 + (r_s/d_1)^2]^5}} + \frac{Q_2/Q_1 \cdot (d_1/d_2)^4}{\sqrt{[1 + (d_1/d_2)^2 (r_s/d_1)^2]^5}} \right] \quad (7)$$

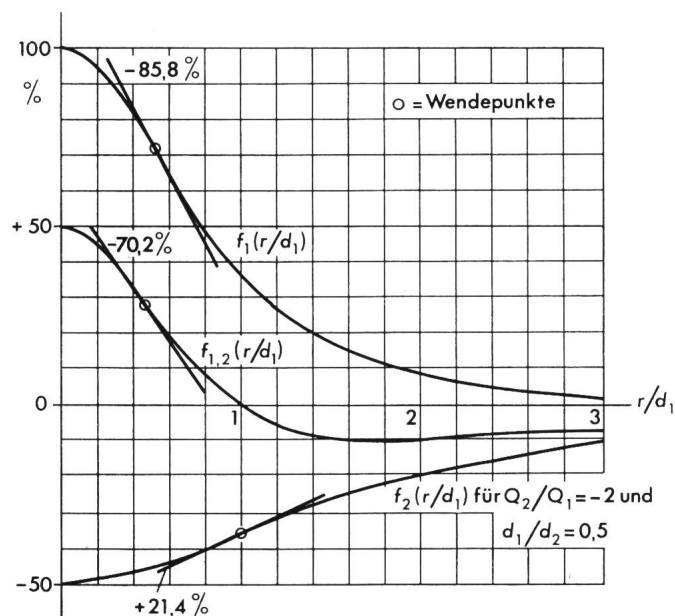


Fig. 3 Bodenfeldstärke $E_{1,2}$ in der Nähe eines Wolkendipols

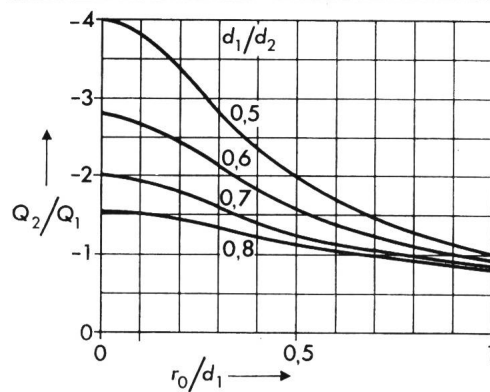


Fig. 4 Ladungsverhältnis Q_2/Q_1 mit Parameter d_1/d_2 , für die die Bodenfeldstärke $E_{1,2} = 0$ wird

Im vorgegebenen Zahlenbeispiel folgt aus Gl. (6) $r_s/d_1 = 0,458$ und aus Gl. (7) $S_{1,2} = -70,2\%$, was bei $v = 60$ km/h einer maximalen zeitlichen Feldänderung von $15,8$ kV/m je min entsprechen würde.

Was schliesslich den Nulldurchgang des resultierenden Feldes anbelangt, so kann dieser aus dem Ansatz $|E_1| = |E_2|$ abgeleitet werden. Für den dazugehörigen Wert r_0/d_1 folgt

$$r_0/d_1 = \sqrt{\frac{1-b}{b - (d_1/d_2)^2}} \quad \text{mit} \quad b = \sqrt[3]{(Q_2/Q_1)^2 (d_1/d_2)^4} \quad (8)$$

Im Zahlenbeispiel wird $b = 0,63$ und $r_0/d_1 \approx 1$, was nach dem in Fig. 3 dargestellten Kurvenverlauf $f_{1,2}(r/d_1)$ erwartet werden konnte. Die Nullstelle verschiebt sich in den Koordinatenanfangspunkt für $b = 1$, was $Q_2/Q_1 = -(d_2/d_1)^2$ entspricht und rückt ins Unendliche für $b = (d_1/d_2)^2$, was bei einem Ladungsverhältnis von $Q_2/Q_1 = -(d_1/d_2)$ der Fall ist.

Wesentlich besser übersehbar sind die möglichen Nullstellenbereiche in einer Darstellung nach Fig. 4, in der $Q_2/Q_1 = f(r_0/d_1)$ aufgetragen ist, wobei r_0 jenen Radialabstand bedeutet, bei dem das Gesamtfeld Null wird. Als Parameter wurde das Abstandsverhältnis d_1/d_2 gewählt, das für den Wert $0,5$ einen tief liegenden Gewitterdipol und für den Wert $0,7$ einen hoch liegenden Gewitterdipol darstellt. Für kleiner werdende Ladungsverhältnisse laufen die Kurven jedoch mehr und mehr zusammen, wobei die Nullstelle immer weiter von der Dipolachse wegrückt. Für die Berechnung dieser Kurvenschar dient am besten die Beziehung

$$Q_2/Q_1 = -\frac{1}{(d_1/d_2)^2} \sqrt{\frac{1 + (d_1/d_2)^2 (r_0/d_1)^2}{1 + (r_0/d_1)^2}} \quad (9)$$

die sich bequem auswerten lässt.

4. Praktische Folgerungen

Mit den folgenden Betrachtungen soll gezeigt werden, in welcher Weise sich die abgeleiteten Beziehungen für die Lösung praktischer Aufgaben heranziehen lassen.

Vorrangiges Interesse verdient die Frage, welchen Einfluss das über dem Negativzentrum sitzende Positivzentrum auf die Feldstärkeverteilung am Boden auszuüben vermag. Zu diesem Zweck wurden die Prozentwerte der Funktion $f_{1,2}(r/d_1)$ abhängig von r/d_1 in Fig. 5 aufgetragen. Dabei wurde das Ladungsverhältnis Q_2/Q_1 von 0 bis -2 variiert. Ausgehend von einem Wert $Q_2/Q_1 = 0$, der bei konstant gehaltenem Q_1 nur das Feld einer Negativladung berücksichtigt, wird das Gesamt-

feld mit wachsender Positivladung zusehends schwächer und wird schliesslich teilweise in den negativen Prozentbereich verlagert, so dass das Bodengefeld an bestimmten Stellen Null wird. Bei einem hochliegenden Dipol ist dieser Einfluss als Folge des stärkeren Durchgriffes der Positivladung noch wesentlich ausgeprägter, was bei einem Kurvenvergleich für $Q_2/Q_1 = -2$ besonders deutlich wird. Interessanterweise wird aber auch die Steilheit der Wendetangente kleiner, so dass im Gesamtfeld kleinere Feldänderungen erwartet werden müssen. Besonders eindrucksvoll lässt sich der unterschiedliche Feldverlauf je nach Höhenlage des Dipols an den folgenden beiden Beispielen erkennen:

Im Beispiel eines tiefliegenden Dipols nach Fig. 6, das sich an die vorausgegangenen Zahlenwerte anlehnt, wird von einer Negativladung von -10 As und einer Positivladung von $+20$ As in einem Abstand von 2 und 4 km ausgegangen. Unter dieser Annahme wird das Nullfeld in einem Radialabstand von 2 km und das $12,9$ kV/m Wendefeld in einem Abstand von $0,92$ km zu erwarten sein. Zugleich tritt dort die höchste zeitliche Feldänderung mit $-15,8$ kV/m je min auf. Nach Erreichen dieses Wertes würde es dann nur noch etwa 1 min dauern, bis sich die maximale Bodengefeldstärke von $22,5$ kV/m unter dem Ladungszentrum einstellt. Diese Erkenntnis könnte bei Triggerexperimenten dazu benutzt werden, nach Ablauf dieser Zeit die Rakete abzuschliessen. Für einen Beobachter würde sich somit das Vorbeiziehen des Gewitterdipols im Feldverlauf wie folgt darstellen: Zunächst schwach negatives Feld – Nullstelle – grösste Feldänderung – Feldmaximum.

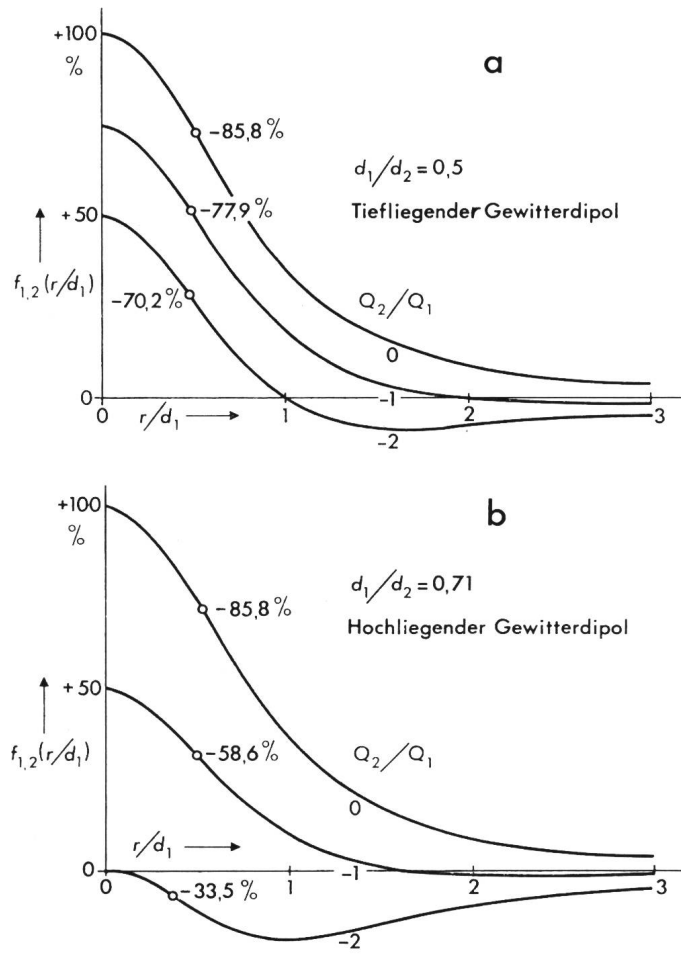


Fig. 5 Einfluss des positiven Ladungszentrums auf den Verlauf der Funktion $f_{1,2}(r/d)$ bei einem tiefliegenden (a) und einem hochliegenden (b) Gewitterdipol

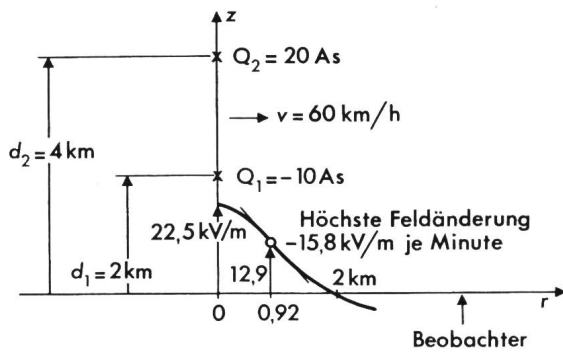


Fig. 6 Bodengefeldstärke $E_{1,2}$ eines tiefliegenden Wolkendipols mit $Q_2/Q_1 = -2$ und $d_1/d_2 = 0,5$

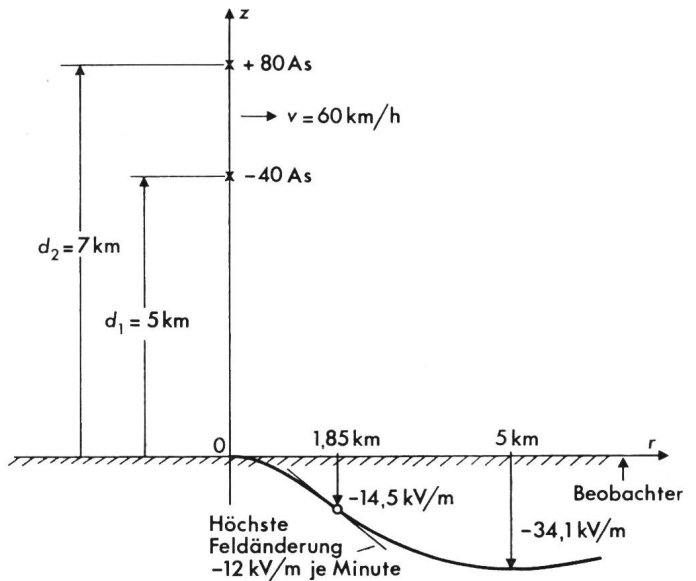


Fig. 7 Bodengefeldstärke $E_{1,2}$ eines hochliegenden Wolkendipols mit $Q_1/Q_2 = -2$ und $d_1/d_2 = 0,71$

Im Beispiel eines hochliegenden Dipols nach Fig. 7 soll im Negativzentrum eine Ladung von -40 As als 5%-Wert [5] angenommen werden, so dass bei unverändertem Ladungsverhältnis eine Positivladung von $+80$ As wirksam sein müsste. In diesem Fall nimmt das Feld von seinem Maximum, das in einer Entfernung von 5 km auftritt, gegen die Dipolachse hin ab und erreicht nach Durchlaufen einer maximalen Feldänderung von -12 kV/m je min den Wert Null. Sofern davon ausgegangen wird, dass bei einer Blitztriggerung möglichst das Ladungszentrum angeschossen werden soll, müsste nunmehr bei der Feldstärke Null die Rakete gestartet werden, also rund 2 Minuten nach Durchlaufen der maximalen Feldänderung. Somit präsentiert sich der Feldverlauf einem Beobachter wie folgt: Schwaches Negativfeld – Feldmaximum – grösste Feldänderung – Nullstelle. Wenngleich diese Feldkonstellation zwar ein starkes Positivfeld in den höher gelegenen Wolkenschichten voraussetzt, so kann ihr Zustandekommen nicht von vorneherein ausgeschlossen werden.

5. Der umgekehrte Rechengang

Abschliessend soll noch die Frage erörtert werden, inwieweit es möglich ist, aus einem beobachteten Feldstärkeverlauf in Verbindung mit dessen grösster Feldänderung auf das Ladungs- und Abstandsverhältnis des Gewitterdipols Rückschlüsse zu ziehen.

Zur Lösung dieser Aufgabe ist von den Gleichungen des Abschnittes 3 auszugehen, die über die r/d_1 -Koordinate des Wendefeldes nach Gl. 6 und über dessen Steilheit nach Gl. 7 Auskunft geben. Der eigentliche Rechengang vollzieht sich dann in der Weise, dass zunächst das Ladungsverhältnis aus Gl. 7 explizit dargestellt und dann in Gl. 6 eingesetzt wird, wonach eine Beziehung entsteht, die sich nach dem Abstandsverhältnis auflösen lässt in der Form:

$$d_1/d_2 = \sqrt{\frac{4 (r_s/d_1)^2 + c - 1}{(r_s/d_1)^2 [4c + 1] - 4 (r_s/d_1)^4}} \quad (10)$$

mit $c = \frac{S_{1,2}}{3 (r_s/d_1)} \sqrt{[1 + (r_s/d_1)^2]^7 + (r_s/d_1)^2 + 1}$

Damit folgt dann für das Ladungsverhältnis:

$$Q_2/Q_1 = - \frac{\sqrt{[1 + (d_1/d_2)^2 (r_s/d_1)^2]^5}}{(d_1/d_2)^4} \left[\frac{S_{1,2}}{3 (r_s/d_1)} + \frac{1}{\sqrt{[1 + (r_s/d_1)^2]^5}} \right] \quad (11)$$

Bei Eingabe von $r_s/d_1 = 0,458$ und $S_{1,2} = -70,2\%$ als Zahlenwerte des Abschnittes 3 folgt

$$c = 0,2148 \quad d_1/d_2 = 0,5 \quad Q_2/Q_1 = -2$$

in Übereinstimmung mit den Ausgangsdaten. Dieser Rechengang setzt allerdings voraus, dass für die Analyse eines konkreten Falles die Steilheit $S_{1,2}$ vorgegeben ist, was jedoch nicht immer erwartet werden kann. Ihre Bestimmung aus der an sich messbaren zeitlichen Feldänderung unter Mitverwendung der Gleichungen (2) und (3) ist auch nicht ohne weiteres möglich, da dazu $E_{1\max}$ und d_1 gleichsam als Eichwerte bekannt sein müssten. Bei dieser Sachlage kann der umgekehrte Rechengang nur Anhaltspunkte zur Dipolgeometrie eines Gewitterfeldes vermitteln.

Literatur

- [1] H. Prinz und M.M. Newman: Über das Triggern von Blitzen aus der Sicht des Schutzes von Flugzeugen. Bericht R-1.14 der 12. Internationalen Blitzschutzkonferenz in Portoroz, 1973.
- [2] R. Fieux et C. Gary: Les études sur la foudre à Electricité de France. La station expérimentale de Saint-Privat-d'Allier. Rev. Gén. Electr. Numéro Spécial 83(1974) juin, p. 5...26.
- [3] F. Ollendorf: Potentialfelder der Elektrotechnik. Berlin, Springer-Verlag, 1932.
- [4] H. Prinz: Die Blitzentladung in Vierparameterdarstellung. Bull. SEV/VSE 68(1977)12, S. 600...603.
- [5] M.A. Uman: Lightning. New York a.o., McGraw-Hill, 1969.

Adresse des Autors

Prof. Dr. Ing., Dr. sc. techn. h.c. Hans Prinz, Hochspannungslaboratorium, TU München, Arcisstrasse 21, D-8 München 2.

Literatur – Bibliographie

538.3 SEV-Nr. A 661

Comprendre et appliquer l'électromagnétisme. La magnétostatique. Cours-exercices. Par J. P. Lonchamp. Collection «Comprendre et appliquer» Vol. 4. Paris, Masson, 1975; 8°, bro., VIII/60 p., fig., tab.

537.3 SEV-Nr. A 662

Comprendre et appliquer l'électrocinétique des courants variables (courants alternatifs). Cours-exercices. Par J. P. Lonchamp. Collection «Comprendre et appliquer» Vol. 10. Paris e.a., Masson, 1976; 8°, VIII/64 p., 108 fig. Prix: bro. fr.fr. 44.-.

Les deux ouvrages font partie d'une série qui couvre l'ensemble d'un cours d'électricité. Dans le cahier n° 4, l'auteur introduit les notions de forces magnétiques, de champ d'induction magnétique, le théorème d'Ampère, la notion de flux magnétique ainsi que le travail d'une force magnétique. Il se restreint à l'étude de phénomènes indépendants du temps.

Dans l'autre cahier, il introduit le phénomène d'induction électromagnétique et étudie ensuite le comportement de circuits passifs simples à une excitation variable. Il termine par l'introduction d'impédances complexes et par le calcul de la puissance en courant alternatif.

Ces deux ouvrages se caractérisent par une présentation claire, concise et complète des problèmes traités; leur utilisation nécessite cependant de bonnes connaissances mathématiques (analyse). Chaque chapitre est accompagné d'exercices et de leur solution.

P. Favre

DK: 398.1(100) : 53.081

SEV-Nr. A 664

Die neuen Einheiten. Von Hans Frost. Berlin, Elitera-Verlag, 1977; 8°, 53 S., Tab. Preis: bro. DM 9.80.

Im Jahr 1970 beschloss die Generalkonferenz für Mass und Gewicht die internationale Einführung eines kohärenten Maßsystems, des Systeme International d'Unités (SI). Nachdem das entsprechende Bundesgesetz verabschiedet worden ist, ist das SI auch in der Schweiz rechtskräftig geworden.

Das Schrifttum über das SI ist recht umfangreich, galt es doch, eine möglichst breite Öffentlichkeit mit den neuen, z. T. auch im Alltag zu verwendenden Einheiten bekannt zu machen. Das vorliegende Büchlein ist für den Praktiker bestimmt. Es enthält eine kurze Darstellung der Grundlagen und des Aufbaues des SI. Der Hauptteil umfasst Tabellen der verbindlichen Einheiten, der ausser Kraft gesetzten Einheiten und der Umrechnungsfaktoren.

Das Verschwinden des Kilopond, der Kalorie, der Pferdestärke und der Atmosphäre betrifft wohl jeden Ingenieur. Ein Blick in die Tabellen zeigt, dass daneben noch viele Einheiten, vor allem die nicht kohärenten, ungültig erklärt worden sind. Auch andere Änderungen müssen berücksichtigt werden, z. B. dass man statt °K nun K oder statt Var nun var schreibt. Das handliche und übersichtlich dargestellte Büchlein kann deshalb als Nachschlagewerk bestens empfohlen werden.

Eb