

Zeitschrift: Jahrbuch der St. Gallischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft
Herausgeber: St. Gallische Naturwissenschaftliche Gesellschaft
Band: 46 (1905)

Artikel: Der Energiegehalt der "Seiches"
Autor: Emden, R.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-834925>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 26.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

XV.

Der Energiegehalt der „Seiches“.

Von Dr. R. Emden

Privatdozent an der kgl. techn. Hochschule in München.

Das Studium der „Seiches“, der periodischen Seespiegelschwankungen, hat seit Ende des 18. Jahrhunderts, da Vaucher sich mit deren Beobachtung am Genfersee beschäftigte, die Tätigkeit schweizerischer Forscher gefesselt; Untersuchungen an den Seen der Schweiz haben die Kenntnis dieser Gebilde in so hohem Masse gefördert, dass es wohl angebracht erscheint, auch in dieser Festschrift einer schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft auf dieselben zurückzukommen.

I.

Periodische Schwankungen der freien Oberfläche können eintreten, mag das Wasser eine kleine Glasschale oder das Becken eines grossen Sees anfüllen. Stets aber wird von den Kräften, welche dieselben in einer ruhenden Wassermasse erzeugen, eine Menge von Arbeit zu leisten sein, die durch ihre Amplitude bestimmt ist, gleich wie ein ruhendes Pendel einen gewissen Arbeitsaufwand erfordert, um in Schwingungen von gegebener Weite versetzt zu werden. In den bewegten Wassermassen ist eine dem geleisteten Arbeitsaufwande gleiche Energiemenge in doppelter Form

aufgespeichert, als kinetische Energie, herrührend von der Geschwindigkeit der Wasserteilchen, und als potentielle Energie, herrührend von ihrem Abstand von der Gleichgewichtslage. Macht man aber die Annahme, und wir werden sie weiterhin rechtfertigen, dass alle Teilchen synchron schwingen, so lassen sich zwei Zeitmomente herausgreifen, in welchen die Energie nur in einer dieser beiden Formen auftritt. Wie bei einem schwingenden Pendel haben wir es zur Zeit der Maximalamplitude nur mit ruhenden Teilchen, mit potentieller Energie, zur Zeit, da' alle Teilchen die Gleichgewichtslage passieren, nur mit bewegten Teilchen, mit kinetischer Energie zu tun. Jede dieser Energiemengen repräsentiert in diesem Momente den ganzen Arbeitsvorrat. Ist also die Gestalt des Seespiegels zur Zeit der Maximalamplitude bekannt, so lässt sich daraus der Energiegehalt dieses Seiche bestimmen. Diese Rechnung soll im folgenden für einige schematisierte Fälle durchgeführt werden. Wir lernen daraus die Grössenordnung der Energiemengen kennen, mit denen wir es bei diesen periodischen Seespiegelschwankungen zu tun haben.

Wir haben erstens das Gesetz aufzustellen, das potentielle Energie und deformierte Oberfläche verbindet. Errichten wir an einer Stelle der Erdoberfläche, ausgezeichnet durch den Wert der Schwerebeschleunigung, über der Flächeneinheit einen Cylinder von der Höhe h aus Flüssigkeit von der Dichte ρ , so ist, um dessen Höhe um dh zu vermehren, ein Arbeitsaufwand zu leisten; die Flüssigkeitsmenge ρdh muss auf die Höhe h gehoben werden. Dieser Arbeitsaufwand ist $g\rho h dh$. Um die Flüssigkeitssäule von der

Höhe h aufzubauen, ist somit eine Arbeit erforderlich gleich $g\rho\int_0^h h dh = \frac{1}{2} g\rho h^2$. Ist die Gestalt des Seespiegels zur Zeit der Maximalamplitude gegeben, also für jedes Element do desselben die Erhebung h aus der Gleichgewichtslage, so ist die gesuchte Energiemenge E gegeben in der Form

$$E = \frac{1}{2} g\rho \int h^2 do.$$

Das Integral ist auszudehnen über die ganze Oberfläche des Sees. Die Verschiebung h tritt, selbstverständlich, als Quadrat auf; gleiche Depressionen und Elevationen erfordern gleichen Arbeitsaufwand. Wir berechnen das Integral für einige einfache Fälle.

1. Der Seiche finde statt in einem See, dessen Oberfläche die Gestalt eines Rechteckes von den Kantenlängen L und B Meter hat. Wir betrachten bloss die Grundschwingung in Richtung L und geben der Seeoberfläche zur Zeit des Maximalausschlages ein Sinusprofil mit der Maximalamplitude A Meter. Die Seelänge beträgt dann die Hälfte einer ganzen Wellenlänge. Dann beträgt die Seicheenergie in einem Längsstreifen von der Breite eines Meters

$$E' = \frac{1}{2} g\rho \int_x^{x+\frac{\lambda}{2}} A^2 \sin^2 \frac{\pi \tau x}{\lambda} dx = \frac{1}{2} g\rho \frac{\lambda}{4} A^2 = \frac{1}{4} g\rho LA^2$$

und die Gesamtenergie wird

$$E_1 = \frac{1}{4} g\rho L \cdot B \cdot A^2 = \frac{1}{4} g\rho O \cdot A^2 \text{ Tonnenmeter}$$

wenn O die Oberfläche des Sees bezeichnet, und zwar gemessen in Tonnenmeter, da $g\rho OA$ das Gewicht einer Flüssigkeitssäule vom Querschnitt der Seeoberfläche und der Höhe A in Tonnen darstellt.

2. Die Seichebewegung gehe in demselben Becken vor sich, allein zur Zeit des Maximalausschlages bilde die Seeoberfläche eine schiefe Ebene. Die Energie wird etwas kleiner und berechnet sich leicht zu

$$E_2 = \frac{1}{6} g\rho L.B.A^2 = \frac{1}{6} g\rho OA^2 \text{ Tonnenmeter.}$$

3. Da ein See sich oft gegen die Enden verjüngt, werden die unter 1 und 2 berechneten Energiemengen zu gross ausfallen. Wir nähern uns mehr der Wirklichkeit, wenn wir dessen Oberfläche als Ellipse annehmen. Die grosse Achse $2a$ sei gleich der Länge des Sees, die kleine Achse $2b$ sei so bestimmt, dass die Fläche der Ellipse gleich der Seeoberfläche wird. Die Integration ist leicht ausführbar für den Fall, dass die Seeoberfläche in eine schiefe Ebene übergeht, die in einer der beiden Achsenrichtungen abfällt. Wir erhalten

$$E_3 = \frac{1}{2} g\rho \frac{3}{8} \pi ab A^2 = \frac{1}{16} g\rho OA^2.$$

Derselbe Ausdruck gilt für kreisförmige Oberflächen. Ein Sinusprofil würde E_3 um eine Kleinigkeit vergrössern.

In diesen Beispielen ist die Energie dieselbe, ob die Seichebewegung in Richtung der Länge oder Breite des Seebeckens stattfindet. Sie ist proportional der Seeoberfläche und dem Quadrat der Maximalamplitude.

Wir könnten auch noch leicht die Energie berechnen, falls über die Grundschwingungen noch Oberschwingungen gelagert sind. Da die Energie schwingender Systeme stets als homogene quadratische Funktion der allgemeinen Coordinaten dargestellt werden kann, würden ähnlich gebaute Glieder hinzutreten, welche die Quadrate der Amplituden der Oberschwingungen,

sowie die paarweisen Produkte aller Amplituden erhalten würden. Da die Oberschwingung klein gegen die Grundschiwingung, wird die Grössenordnung der berechneten Energie nicht geändert.

Die Oberfläche des Starnbergersees beträgt 55,9 Quadratkilometer. Die grösste Seespiegelschwankung in der Zeit vom 7. Juli bis 7. September 1900 betrug 50 Millimeter, wobei $A = 25$ Millimeter zu setzen ist. Dann ergeben sich die grössten Energiemengen, nach 1, 2 und 3 berechnet:

$$E_1 \text{ max.} = 8,734,000 \text{ Kilogramm-meter}$$

$$E_2 \text{ „} = 5,823,000 \text{ „}$$

$$E_3 \text{ „} = 2,183,000 \text{ „}$$

Die Seespiegelschwankungen betragen in jener Zeit im Mittel etwa 25 Millimeter ($A = 12,5$ Millimeter). Dann erhalten wir

$$E_1 \text{ mittel} = 2,183,000 \text{ Kilogramm-meter}$$

$$E_2 \text{ „} = 1,456,000 \text{ „}$$

$$E_3 \text{ „} = 546,000 \text{ „}$$

Letztere Zahl dürfte die in einer Seicheschwankung des Starnbergersees von mittlerem Betrage enthaltene Energie ziemlich richtig angeben.

Um zu zeigen, von welchem verschwindend geringem Betrage diese Mengen sind im Vergleich zu andern Energiemengen, welche uns die Natur zur Verfügung stellt, betrachten wir einige spezielle Fälle.

Ein Kilogramm Kohle liefert beim Verbrennen 8000 grosse Kalorien, gleichwertig mit 3,392,000 Kilogramm-meter mechanischer Energie. Die grösste der berechneten Energiemengen würde uns schon in $2\frac{1}{2}$ Kilogramm Kohle zur Verfügung stehen; um einen mittleren

Seiche zu erzeugen, würde die Verbrennungswärme von 200 Gramm hinreichen.

Wir nehmen weiter an, über der einen Hälfte des Sees würde ein Regen leichtester Art niedergehen; er soll per Stunde 2 mm Regenhöhe liefern. Die Tropfen sollen mit einer Geschwindigkeit von $4\frac{1}{2}$ m auffallen, was ungefähr einem Durchmesser des Tropfens von 1 mm entspricht. Zu dieser Endgeschwindigkeit gehört im widerstandslosen Raum einer Fallhöhe von 1 m. Jeder Liter Regenwasser gibt durch seinen Aufprall dem See 1 Kilogramm Meter Arbeit ab. In einer Stunde würden der Seehälfte $27,95 \cdot 10^6 \cdot 0,002 \cdot 1$ Tonnenmeter = 55,900,000 Kilogramm Meter Energie zugeführt. Dieser leichte Regen braucht nur 10 Minuten niederzugehen, um dem See die grösste der berechneten Energiemengen zuzuführen; bei der angenommenen unsymmetrischen Beregnung des Sees würde eine Seichebewegung sicherlich eintreten. Um einen Seiche mittlerer Energie zu speisen, brauchte dieser Regen nur 40 Sekunden anzudauern. (In Wirklichkeit müssen die berechneten Zeiten, die unter gleichen Verhältnissen unabhängig von der Grösse der Seeoberfläche sind, erhöht werden, da ein Teil der Fallenergie vermutlich in Wärme umgesetzt wird.)

Nehmen wir ferner an, auf der einen Seehälfte würde das Barometer rasch um $\frac{1}{2}$ mm steigen; dies entspricht einem Überdruck von 6,8 mm Wasser. Diese Seehälfte ist dann mit einem Überdruck von 190,000,000 Kilogramm belastet. Dieser braucht den Wasserspiegel nur um 3 mm niederzudrücken, um dem See die mittlere Seicheenergie mitgeteilt zu haben.

Schliesslich noch ein modernes Beispiel. Einer

Pferdestärke entspricht 75 Kilogramm-meter Arbeitsleistung pro Sekunde. Ein Automobil von 40 P. S. müsste unter voller Beanspruchung seines Motors nur zwei Minuten am Ufer des Starnbergersees dahinfahren; der Motor hat dann dieselbe Arbeit geleistet, die in einem Seiche dieses Sees im Mittel aufgespeichert ist.

Die in Betracht kommenden Energiemengen sind somit verschwindend klein gegenüber denjenigen, die in andern Naturprozessen in Umsatz kommen. Es ist deshalb unnötig, nach einer besonderen Ursache zu forschen, welche diese Seichebewegung hervorbringt. Die dazu nötigen Energiemengen sind in gewaltigem Überschuss in allen Naturvorgängen enthalten, welche Bewegung der Wassermassen eines Sees verursachen können; leichteste Regenfälle, geringe Barometerschwankungen, leise Erzitterungen des Erdbodens, Anprall mässiger Winde auf die Wasseroberfläche reichen dazu aus.

II.

Eine vorhandene Seichebewegung kann verstärkt resp. geschwächt werden dadurch, dass ein neuer Seiche, in gleicher, resp. entgegengesetzter Phase, sich darüber lagert. Treten solche neue, störende Kräfte nicht auf, so wird der Seiche langsam, mit nach bestimmtem Gesetze abnehmender Amplitude erlöschen. Auf welche Weise ist dessen Gehalt an mechanischer Energie erschöpft worden? Zur Beantwortung dieser Frage haben wir mit einigen Worten die Theorie der Wellenbewegung zu streifen.

Das schwierige Problem der Wellenbewegung vereinfacht sich in zwei speziellen, sich entgegengesetzt verhaltenden Fällen. In einem Falle ist die Länge der

sich ausbildenden Welle kleiner gegen die Tiefe des Wassers. Solche Wellen bilden sich aus, wenn der Wind über eine Seeoberfläche hinstreicht. Wie die Theorie und die namentlich auf Messung der Wassertemperatur fussende Beobachtung lehrt, erstreckt sich die Bewegung der Wasserteilchen nur bis in sehr geringe Tiefen. Wir haben es mit einem Oberflächenphänomen zu tun; die Wasser in der Seetiefe bleiben völlig in Ruhe. In den obersten Schichten haben wir es mit Geschwindigkeiten zu tun, die auf kurze Distanz verschiedene, bis Null abnehmende Werte annehmen. Diese Bewegung erlischt durch innere Reibung des Wassers. Je grösser die innere Reibung der Flüssigkeit, desto rascher erlischt die Bewegung, deren mechanische Energie in Wärme umgesetzt wird.

Im zweiten Falle ist die Länge der Wellen gross gegen die Seetiefe. In Bezug auf die Wellenbewegung stellt der See nur eine dünne Flüssigkeitsschicht dar. In der Tiefe herrschen im wesentlichen dieselben horizontalen Geschwindigkeiten wie an der Oberfläche, die ganze Wassermasse rollt gleichsam als Ganzes in dem Seebecken hin und her. Erlischt diese Bewegung, so wird sie nicht aufgezehrt durch innere Reibung, sondern durch Reibung des Wassers am Boden. Es steht ausser allem Zweifel, dass wir in den Seiches eine Wellenbewegung dieser zweiten Art vor uns haben. Die Tiefe eines Sees ist klein gegen dessen Länge, die für die Grundschiwingung gleich einer halben Wellenlänge ist. Die verschiedenen Formeln, welche die Schwingungsdauer einer Seiche bestimmen, können den Erfahrungen befriedigend angepasst werden; sie sind abgeleitet unter der Voraussetzung langer Wellen. In den Seiches be-

wegt sich die Wassermasse als Ganzes; Differentialgeschwindigkeiten im Wasser treten kaum auf. Die Bewegung erlischt nicht durch innere Reibung, sondern durch äussere am Boden. Die Geschwindigkeit des Erlöschens ist nicht mehr geregelt durch die innere Reibung des Wassers, diese fällt aus der Betrachtung ganz heraus, sondern ist lediglich bedingt durch die Beschaffenheit des Seebeckens. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein Seiche erlischt, muss für verschieden gestaltete Seebecken verschieden ausfallen, wobei lokale Unregelmässigkeiten des Seebodens, wie Klippen, Bänke etc. von grösstem Einfluss sein können. Dieses individuelle Verhalten eines Seebeckens kann in Gestalt eines sogenannten logarithmischen Dekrementes numerisch zum Ausdruck gebracht werden. Nimmt man an, dass der hemmende Einfluss des Seebeckens sich geltend macht, wie Reibungswiderstände bei kleinen Schwingungen, so folgt, wie bei diesen, dass die Amplituden aufeinanderfolgender Ausschläge in einem konstanten Verhältnis stehen, dessen Logarithmus man logarithmisches Dekrement nennt. Beobachtet man für die m -Schwingung die Amplitude A_m , für die n -Schwingung die Amplitude mit A_n , so ermittelt sich das logarithmische Dekrement λ zu

$$\lambda = \frac{\log A_m - \log A_n}{m - n}.$$

Aus einigen Seichekurven des Starnbergersees ergab sich für diese λ ungefähr gleich 0,03, d. h. während einer Schwingung vermindert sich die Amplitude um 3% ihres Wertes.

Ein jeder See ist demnach durch zwei Seichekonstante charakterisiert. Die eine Konstante C misst

die Energie E der Seichebewegung der Art, dass man hat

$$E = CA^2.$$

Diese Konstante ist proportional der Seeoberfläche, der Proportionalitätsfaktor ist durch die Gestalt ihres Umrisses bestimmt. Die zweite Konstante λ gibt an, in welchem Masse diese Energie sich erschöpft. λ wird abhängig sein von dem Flächeninhalt der Wandungen des Seebeckens und deren Oberflächenbeschaffenheit. Kann der See auf verschiedene Arten schwingen, so wird er für jede Seicheart seine besonderen Konstanten C und λ besitzen. C kann durch Rechnung, λ durch Beobachtung ermittelt werden.