

Zeitschrift: Schweizerische Lehrerzeitung

Herausgeber: Schweizerischer Lehrerverein

Band: 47 (1902)

Heft: 7

Anhang: Zur Praxis der Volksschule : Beilage zu Nr. 7 der „Schweizerischen Lehrerzeitung“ 15. Februar 1902, Nr. 2

Autor: Segenreich

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zur Praxis der Volksschule.

Beilage zu Nr. 7 der „Schweizerischen Lehrerzeitung“.

1902.

15. Februar

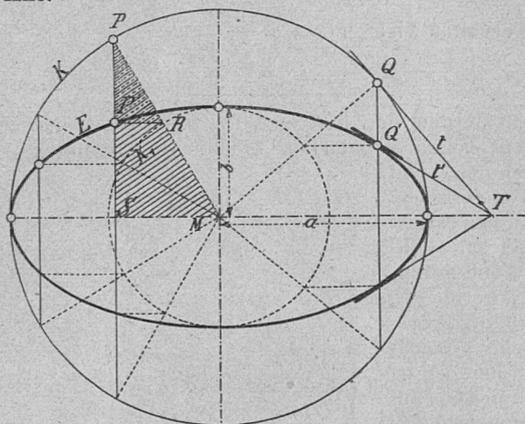
№ 2.

Behandlung der Ellipse an Sekundar- und gewerblichen Fortbildungsschulen.

Von Gust. Frauenfelder.

Die Behandlung der Ellipse an Sekundar- und gewerblichen Fortbildungsschulen ist keine leichte Aufgabe; denn einerseits ist die Lehre der Kegelschnitte (Ellipse, Hyperbel, Parabel) so ausgedehnt, dass hierfür an genannten Schulen die nötige Zeit mangelt und auch die Schüler nicht mit hinlänglichen Vorkenntnissen ausgerüstet sind; andererseits gilt fürs geometrische Zeichnen: *Der Schüler soll nicht nur wissen, wie man konstruiert, sondern auch stets, warum die angegebene Konstruktion zu einer richtigen Lösung führt*; blosses Zeichnen nach Rezept ist verwerflich. Und doch zeichnet man an allen gewerblichen Fortbildungsschulen und auch an vielen Sekundarschulen Ellipsen. Dazu nötigt einmal das häufige Vorkommen dieser Kurve; vor allem aber ist es das Projektionszeichnen, diese an den Sekundarschulen immer mehr gepflegte, die Raumvorstellung so ungemein fördernde Disziplin, die zur Besprechung der Ellipse zwingt. Unter den etlichen Dutzenden von Ellipsenkonstruktionen sind nur wenige, die an Sekundar- und gewerblichen Fortbildungsschulen erklärt und gezeichnet werden können; zwei derselben will ich näher ausführen.

1. Im Projektionszeichnen bringen wir den Schülern zum Bewusstsein, dass eine Strecke, eine allseitig begrenzte Fläche gleich ihrer Projektion ist, wenn sie der Projektionsebene parallel ist, dass aber ihre Projektion sich verkleinert, wenn der Neigungswinkel zur Projektionsebene wächst. Liegt ein Rechteck so, dass die als Länge bezeichnete Seite der Projektionsebene parallel ist, so wird nur die Breite verkürzt und die Rechteckfläche verhält sich zu ihrer Projektion, wie die Breite des Rechtecks zu deren Projektion. Drehen wir einen anfänglich in der Projektionsebene liegenden Kreis um einen seiner Durchmesser, so bleibt dieser unverändert, während der zu ihm senkrecht stehende Durchmesser die stärkste Verkürzung erleidet; alle zu letzterm parallelen Sehnen werden in demselben Verhältnis gekürzt. Die durch Projektion des Kreises entstandene Kurve ist eine Ellipse; der unverkürzte Durchmesser heisst grosse Axe, der dazu senkrechte ist die kleine Axe.



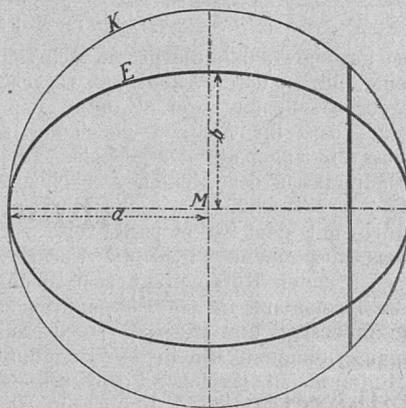
Um also aus dem Kreis K vom Radius a eine Ellipse von den Halbaxen a und b zu erhalten, haben wir alle zu b parallelen Kreissehnen im Verhältnis a : b zu kürzen; dies ist am einfachsten dadurch zu bewerkstelligen, dass wir den Kreis K₁ über der kleinen Axe b ziehen. Aus dem Kreisunkt P erhalten wir den Ellipsenpunkt P', indem wir durch R, als Schnittpunkt von PM mit K₁, eine Parallele zu a ziehen; denn $PS : P'S = PM : RM$; also $PS : P'S = a : b$

Dies ist die einfachste, von den Schülern am leichtesten zu verstehende Ellipsenkonstruktion.

An den gewerblichen Fortbildungsschulen kann man unter Umständen noch einen Schritt weiter gehen und auch die Tangenten in die gefundenen Ellipsenpunkte konstruieren. Während wir nämlich den Kreis K um die Axe a aus der Projektionsebene herausdrehen, bis seine Projektion zur Ellipse E geworden ist, bleiben die Punkte der Axe, also auch der Punkt T der Kreistangente t in Q, fest. Kommt Q nach Q', so wird t zu t' und da t in Q zwei aufeinanderfolgende Kreispunkte enthält, muss auch t' in Q zwei aufeinanderfolgende Ellipsenpunkte enthalten, d. h. t' ist Ellipsentangente in Q'.

Es ist nicht schwer, mit den Schülern die Formel zur Berechnung der *Ellipsenfläche* abzuleiten. Ziehen wir zwei sehr nahe zu b parallele Sehnen, so können wir die zwischen ihnen liegenden Kreis- resp. Ellipsenflächenstücke als Rechtecke betrachten, wenn wir nur die Sehnen hinlänglich nahe genug ziehen. Der Kreisflächenstreifen verhält sich zum Ellipsenflächenstreifen, wie a : b, und da dieses Verhältnis sich nicht ändert, wenn das Sehnenpaar parallel zu sich selbst verschoben wird, so gilt:

$$\begin{aligned} K : E &= a : b \\ a \cdot E &= b \cdot K = ba^2\pi \\ E &= ab\pi \end{aligned}$$



Indessen darf der praktische Wert dieser Formel für Leute mit blosser Volksschulbildung nicht überschätzt werden, da nur in einer kleinen Zahl von Berufsarten die Fläche einer Ellipse zu berechnen ist.

Ganz wertlos und verwerflich ist es aber, an genannten Schulen den Umfang einer Ellipse berechnen zu wollen, abgesehen davon, dass hierfür keine geschlossene Formel existiert.*

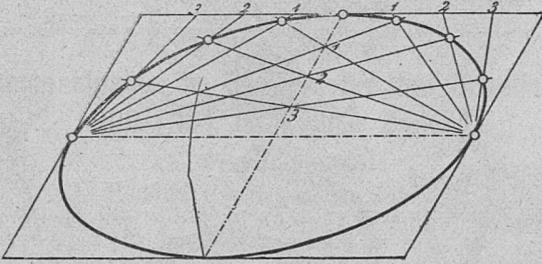
2. Häufig wird die Ellipse als der Ort eines Punktes definiert, dessen Abstände von zwei festen Punkten, den Brennpunkten, eine gegebene Strecke zur Summe haben. Jeder Lehrer an Sekundar- und Gewerbeschulen, der die Ellipse behandelt und zeichnen lässt, sollte diese Entstehung der Kurve veranschaulichen. Befestigt er auf der Rückseite eines grösseren Reissbrettes ein Blatt Papier, schlägt zwei durch eine dünne Schnur verbundene Nägel ein, so dass ihr Abstand kleiner als

*) Der Ellipsenumfang kann mathematisch nur durch elliptische Integrale gegeben werden. Die in einigen Lehrmitteln (Ebnetzer, Stöcklin) gebrauchte Näherungsformel $U = (a + b)\pi$ gibt zu ungenaue Ergebnisse; nicht viel besser ist die von Hrn. Rorschach benützte Näherungsformel $U = \pi \sqrt{2(a^2 + b^2)}$. Die Fehler sind um so beträchtlicher, je grösser das Verhältnis $\frac{a}{b}$ ist, und zwar gibt die erste Formel zu wenig, die zweite zu

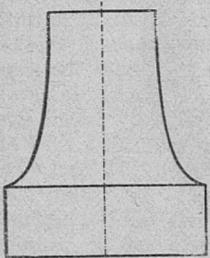
viel; für $\frac{a}{b} = 5$ gibt $(a + b)\pi$ einen Fehlbetrag von ca. $\frac{U}{10}$ und $\pi \sqrt{2(a^2 + b^2)}$ einen Überschuss von ca. $\frac{U}{13}$. Brauchbare Resultate erhielte man erst durch die von Prof. J. Camus in Turin gegebene, mir durch Hrn. Gewerbeschuldirektor Roner in Zürich mitgeteilte Näherungsformel: $\frac{1}{4} U = \frac{(a-b)^2 + ab\pi}{a + b}$.

Die maximale Abweichung ergibt sich für $\frac{a}{b}$ (annäh.) = 7, indem hier die Formel $\frac{1}{158}$ des Umfanges zu viel liefert; für $\frac{a}{b} = 2$ ist der Überschuss noch $\frac{U}{431}$, während für dieses Axenverhältnis die erste Formel über $\frac{U}{37}$ zu wenig und die zweite ca. $\frac{U}{39}$ zu viel gibt. In Schlömilchs Logarithmentafeln findet der Leser die Länge von Ellipsenquadranten.

Ellipsendarstellung völlig klar ist. Zunächst ist zu beweisen; dass die Konstruktion für den Kreis gilt; $AMB \cong CDE$; $u = u'$, $u' + v = 90^\circ$; $u + v = 90^\circ$; $w = 90^\circ$; also liegt P auf K; nun



erkennen die Schüler, dass die Konstruktion auch für die aus dem Kreis durch Projektion entstandene Ellipse Gültigkeit haben muss.



Zum Schlusse erwähne ich noch eine einfache Konstruktion von *Parabelbogen*, die ihrer Schönheit wegen in der Praxis vielfache Anwendung finden und deshalb an gewerblichen Fortbildungsschulen zu zeichnen sind. Zu diesem Zwecke definieren wir die Parabel als eine Kurve, deren Tangenten auf irgend zwei derselben ähnliche Punktreihen bestimmen. Sollen A und B durch einen Parabelbogen verbunden werden, der in A und B die Geraden a und b zu Tangenten hat, so teilen wir a und b in je dieselbe Anzahl gleicher Teile, nummerieren die Punkte, wie dies in der

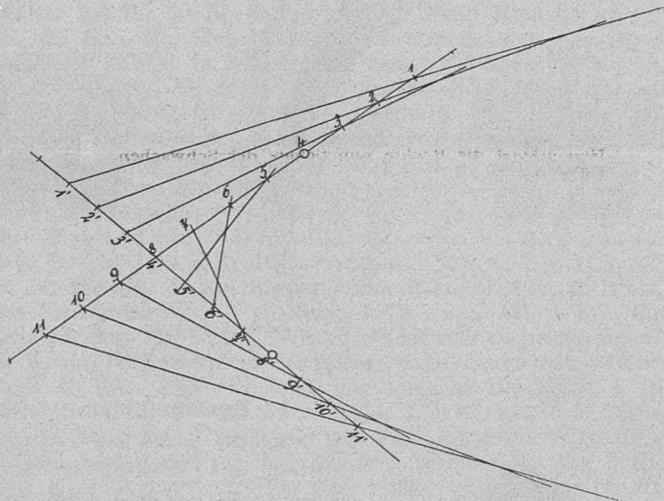
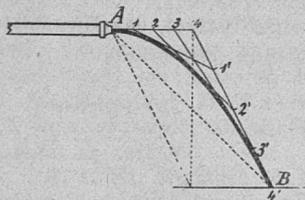
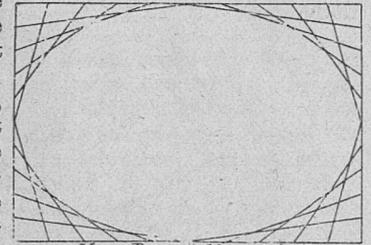


Fig. angegeben ist und verbinden die entsprechenden Teilpunkte; je grösser die Zahl der Teile ist, um so deutlicher entsteht die Kurve, *eingehüllt von ihren Tangenten*, vor unserem Auge. Tragen wir auf beiden Geraden über A und C, resp. über B und C hinaus unendlich viele Teile ab, so ergibt sich, dass die Tangenten allmählig die Richtung der Diagonale CD des durch ABCD bestimmten Parallelogramms annehmen, dass sich also die Kurve allmählig zu beiden



Seiten in der Richtung jener Diagonale erstreckt. Diese Konstruktion kann auch im Physikunterricht verwendet werden.

Fällt das aus der Brunnenröhre fließende Wasser bei B auf, so ist AB die eine Diagonale des Parallelogramms, die andere gibt die Richtung an, die das fallende Wasser schliesslich annimmt. Dadurch ist die Parabel bestimmt, und die Kurve kann gezeichnet werden.



Vier Parabelbögen.

Nun wissen wir auch, dass die von Delabar (Heft I. Fig. 87 a) angegebene Ellipsenkonstruktion Näherungskonstruktion ist; sie liefert eine aus vier Parabelbögen zusammengesetzte Kurve.

Aus unsern Erörterungen ergibt sich zur Genüge, wie vorsichtig der Lehrer in der Auswahl geometrischer Konstruktionen vorgehen soll, will er nicht nur Hand und Auge seiner Schüler üben, sondern auch deren Verstand schärfen und ihnen überdies Brauchbares auf den Lebensweg mitgeben.



Etudes et Esquisses.

Le corps humain.

I.

La tête.

Quelles sont les parties principales du corps humain? (la tête, le tronc et les membres).

Comment nomme-t-on l'ensemble des os qui forment la boîte osseuse de la tête? (le crâne).

Que renferme-t-il? (le cerveau).

Il est le siège de quoi? (de l'intelligence).

Qu'est-ce qui garnit la peau du crâne? (les cheveux).

De quelle couleur sont-ils? (noirs, bruns, blonds, châtiens, roux).

Comment deviennent-ils quand on vieillit? (ils grisonnent).

Et encore plus tard? (ils blanchissent).

Que dit-on des cheveux qui se roulent en forme d'anneaux? (on dit qu'ils bouclent).

Chez qui le font-ils souvent naturellement? (chez les enfants).

Comment nomme-t-on quelques cheveux roulés ensemble de cette façon? (une boucle de cheveux).

Quand on n'a plus beaucoup de cheveux, on commence à devenir quoi? (chauve).

Quel est le nom de la partie antérieure de la tête de l'homme? (la face ou le visage).

Qu'entend-on par le teint d'une personne? (le coloris naturel de son visage).

Comment est-il? (frais, brun, hâlé, jaune, plombé, pâle).

Quelles sont les différentes parties du visage? (le front, les tempes, les yeux, le nez, les joues, les oreilles, la bouche, le menton).

Le front est considéré comme le siège de quoi? (de la pensée et du sentiment).

Où sont les tempes? (entre le coin de l'œil et le haut de l'oreille).

Pourquoi un coup sur une tempe est-il souvent mortel? (parce que le crâne est très mince à cet endroit).

Les yeux sont l'organe de quoi? (de la vue).

Que dit-on d'une personne qui a perdu un œil? (qu'elle est borgne).

Et quand une personne ne voit pas du tout? (elle est aveugle; elle est affligée de cécité).

Comment appelle-t-on un médecin qui a pour spécialité de s'occuper des maladies de l'œil? (un oculiste).

Comme l'œil est très délicat, il est protégé par quoi? (par les sourcils et les cils).

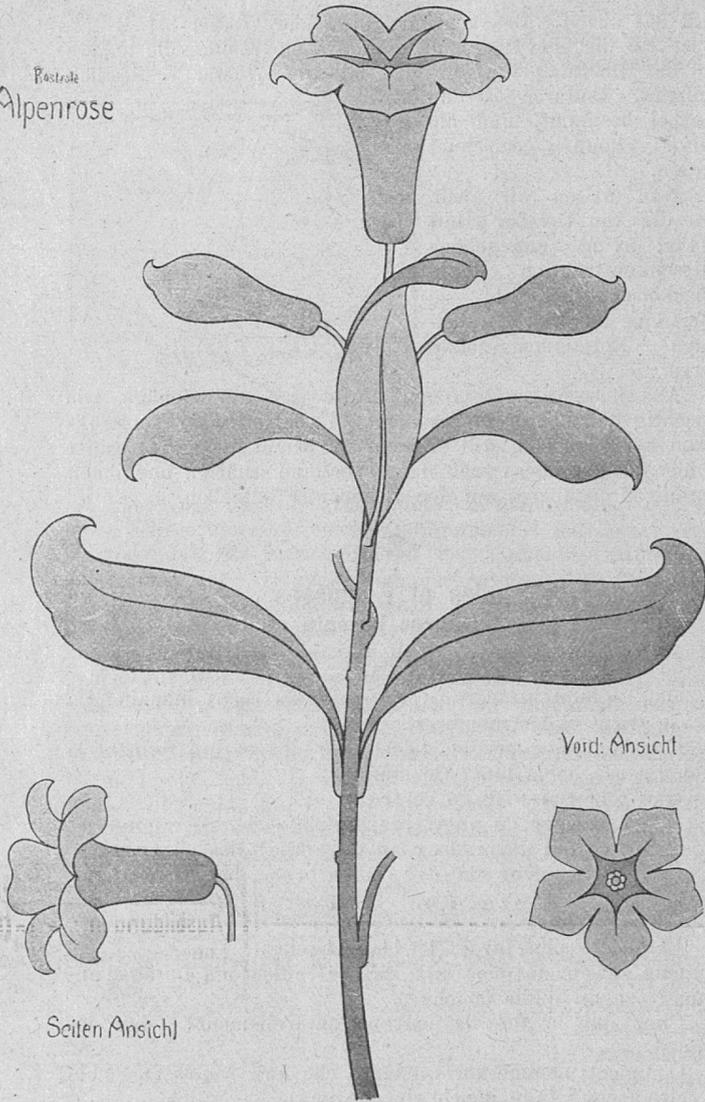
Comment s'appelle la membrane mobile qui recouvre l'œil quand il se ferme? (la paupière).

Quand par exemple ferme-t-on les yeux? (pour dormir).
(à suivre.)



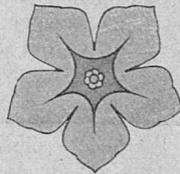
Stilisierte Pflanzenmotive.

Alpenrose

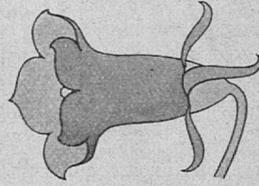


Seiten Ansicht

Vord. Ansicht

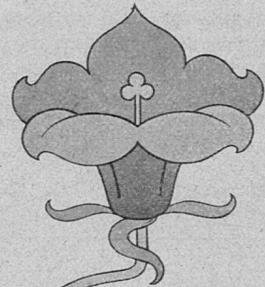
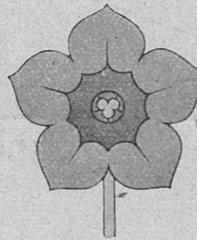


Glockenblume



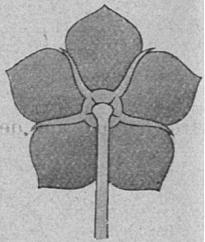
Seiten Ansicht

Vord. Ansicht



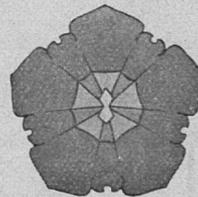
Knospe

Hint Ansicht

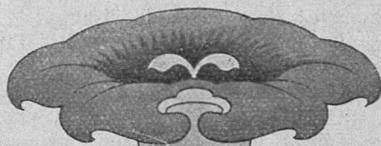
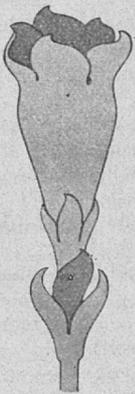


Enzian

Vord. Ansicht



Knospe



1. **Enzian.** Blüte violett (Ultramarin und Karmin) und blau (Ultram. mit Preussischblau und Karmin), Blätter dunkelgrün und hellgrün (Preussischblau und Indischgelb).

2. **Glockenblume.** Blüte violett (hell und dunkel), Blätter hell- und dunkelgrün, Stil blassgrün.

3. **Alpenrose.** Blüte rot (Krapplack oder Karmin), Blütenröhre etwas dunkler, Blätter grün (Preussischblau, Indischgelb und Indigo), das Mittelblatt gelbbraun, Stil bräunlich.

Segenreich.