

Zeitschrift: Schweizerische Lehrerzeitung
Herausgeber: Schweizerischer Lehrerverein
Band: 53 (1908)
Heft: 7

Anhang: Zur Praxis der Volksschule : Beilage zu Nr. 7 der "Schweizerischen Lehrerzeitung" : Beilage zu Nr. 7 der "Schweizerischen Lehrerzeitung", Februar 1908, No. 2

Autor: H.A. / Schellenberger, J. / Sch., H.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zur Praxis der Volksschule.

Beilage zu Nr. 7 der „Schweizerischen Lehrerzeitung“.

1908.

Februar.

№ 2.

Farbige Kreideskizzen.

Am Lehrertag in Schaffhausen befand sich in der Zeichenausstellung eine Gruppe Farbenskizzen, welche Pflanzen, Tiere, Menschen und Landschaften, sowie Situationsbilder zum erzählenden Anschauungsunterricht in einfachen Farbentönen und in grossem Plakatformat zur Darstellung brachten. Diese farbigen Plakatskizzen stammten zum Teil aus der allgemeinen Gewerbeschule Basel, wo für die Lehrerschaft der Volksschule permanente Kurse zur Pflege dieser Skizzierart eingerichtet sind; zum andern Teil kamen sie aus einem Zeichenkurs der pädagogischen Vereinigung der städtischen Lehrer; alle aber waren unter derselben Leitung, unter der Führung des Hrn. Billeter aus Basel entstanden.

Die Skizzen haben sich am Lehrertage und zuvor im Pestalozzianum in Zürich, wo sie während mehreren Wochen ausgestellt waren, eines lebhaften Interesses der Beschauer erfreut. Lehrer der Volksschule, Lehrer vom Fach, Kunstkenner und Behördemitglieder haben ihre Sonde angesetzt und geurteilt, hier gelobt und nicht selten getadelt. Alle aber gingen darin einig, dass in diesen farbigen Skizzen ein neues Mittel auf dem Gebiete der Veranschaulichung aufgetaucht und dieses einer eingehenden Beachtung wohl wert sei.

Wenn diese Skizzen, insbesondere die Art ihrer Herstellung der Mehrzahl der Lehrerschaft unbekannt sind, so haben sie doch bereits ihre Geschichte hinter sich, welche zeigt, dass sie nicht eine einem einzelnen Kopfe entsprungene unreife Idee, sondern das Ergebnis jahrelanger Arbeit in der Schule sind. Ihre Anfänge reichen ins Jahr 1895 zurück. Damals eröffneten die HH. E. Schoch und J. Billeter auf Veranlassung des Erziehungsrates der Stadt Basel an der allgemeinen Gewerbeschule einen Skizzierkurs für Lehrer an der Volksschule, der sich rasch solcher Beliebtheit erfreute, dass er in den darauffolgenden Jahren weitergeführt werden musste und bis heute beibehalten wurde. Im Laufe eines Jahrzehntes entwickelten sich in diesen Lehrerkursen durch den freien Meinungsaustausch der Teilnehmer und Kursleiter einerseits und durch das Verlangen des Kindes und seiner Kritik andererseits zwei Dinge, die von allgemeinem Interesse sind: die Stoffauswahl und die Technik der Darstellung. — Gestützt auf die allerorten bereits wie Pilze aus dem Boden schießenden Reformvorschläge wurde dem ersten Kurse ein Lehrgang¹⁾ zugrunde gelegt, der das Zeichnen von Pflanzen, Tieren und

abgelauchte kleine Kompositionen, Situationsbilder.²⁾ — Neben dieser Entwicklung der Stoffauswahl ging die Ausgestaltung einer neuen Skizzier-Technik einher. Zunächst wurde, der herkömmlichen Bahn folgend, mit Bleistift auf kleines Papierformat gezeichnet und das Übertragen der gewonnenen Skizzen an die Schulwandtafel dem Können jedes einzelnen überlassen. Aber dieses Können reichte zu befriedigenden Resultaten nicht aus. Das Führen der Kreide durch Armbewegungen und das Arbeiten mit grossen, dem Auge ungewohnten Flächen, ver-



Skizze von J. Billeter.

langten nach Anleitung und Übung. Darum kam die Kursleitung, nachdem die Erfahrungen dreier Jahre vor ihr lagen, dazu, das Wandtafelzeichnen ins Programm aufzunehmen, intensiv zu pflegen, und durch den Beizug farbiger Kreiden einzelne Teile der Zeichnung abzutönen und zur Freude der Schüler auszubauen. Allein auch diese Art des Skizzierens vermochte den Kursteilnehmer noch nicht recht zu befriedigen; denn Entwürfe, die er unter Aufwendung von viel Zeit und Mühe hatte an der Wandtafel erstehen lassen, mussten nur zu bald, damit die Tafel für andere Veranschaulichungsoperationen frei wurde, dem Schwamme geopfert werden. Darum erwachte allseits der Wunsch, solche Arbeiten dauernd zu besitzen und ein Mittel ausfindig zu machen, die Skizze nach der Verwendung im Unterrichte aufbewahren und später bei Bedarf wieder gebrauchsfertig hervorholen zu können. Da schaffte die Kursleitung Rat. Sie schob kurzerhand an Stelle der Wandtafel einen grossen Packpapierbogen, kombinierte also zwei Darstellungsmittel auf eine ganz neue Art, und wagte frisch und



Skizze von J. Billeter.

Geräten in Aussicht nahm, dabei die Vorlage verpönte und nur die Natur gelten liess; das Ornament war ganz ausgeschlossen. Bald aber zeigte sich, dass dem Kinde das Tier als solches, das blosses Bild, nicht genügte; es verlangte Handlung und die Herbeziehung des Menschen. So entstanden dem Leben



Skizze von J. Billeter.

keck das Zeichnen mittelst Wandtafelkreiden auf Papier. Mit einem Schlage standen nun Leitung und Kursteilnehmer am Ziel ihrer Wünsche: sie waren imstande, Klassenskizzen zu erstellen, und kannten das Darstellungsmittel, diesen Skizzen dauernde Gestalt zu geben. Es war also nicht allein ein neues Verfahren im skizzierenden Zeichnen gefunden, sondern auch

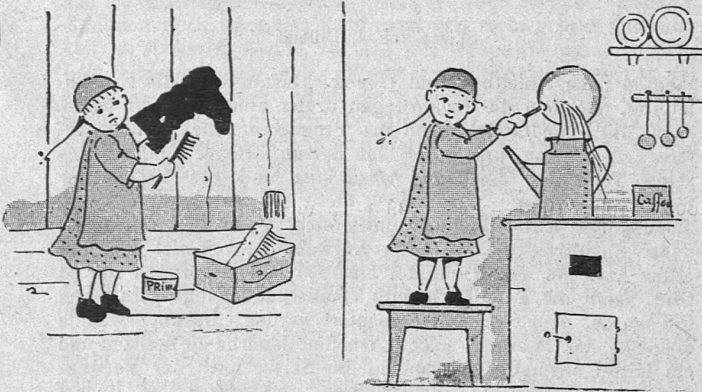
¹⁾ E. Schoch, Lehrer: Skizzen.

J. Billeter, Lehrer: Motive für skizzierendes Zeichnen.

²⁾ J. Billeter, Lehrer: Illustrationen für Wandtafelzeichnungen.

ein neues Hilfsmittel für den Anschauungsunterricht im Werden begriffen.

Und wie macht sich denn diese Kreidetechnik auf Packpapierbogen? Das Zeichenblatt, am besten etwas gekörntes Papier, wird mit Reissnägeln an die schiefstehende Wandtafel oder auf ein Reissbrett, das auf einer Staffelei ruht, festgemacht. Mit einem Stift weicher Lindenkohle werden die Umrisse des Gegenstandes entworfen, wobei Striche, die sich etwa verirren, mit einem weichen Tuchlappen weggeholt werden können. Hierauf erhalten alle Flächen der Skizze eine leichte Lage aus Lindenkohlenschraffen, die durch das Reiben der Finger oder Handballe gleichmässig abgetönt werden. Nun kommt die Kreide, rot, blau, gelb, grün, braun, je nach Erfordernis. Auch sie wird in Schraffen mit bald leichterem, bald stärkerem Drucke, je nach der Abtönung der Fläche, aufgetragen und hernach mit der Hand zerrieben. Weisse Kreide setzt zum Schlusse die Lichter auf, schwarze legt die Schattenpartien ein, und um die Farbtöne dauernd ans Papier zu heften, erhält die Skizze ein Fixierbad, bestehend aus einer Lösung Schellack in denaturiertem Sprit. — Die Zeichnung behält in ihrer Anlage und Ausführung den Charakter der Skizze. Die Umrisse sind skizziert, d. h. rasch und in wenigen Zügen eingetragen, und die Farben sind auch skizziert, d. h. schnell hingeworfen und abgetönt. Zudem ist alles Unwesentliche des Objektes ausgeschaltet und das Charakteristische möglichst gross, wie auf einem Plakat, dargestellt, so dass das Endprodukt dieser neuen Technik am besten unter den Titel „farbige Plakatskizze“ eingestellt wird.



Skizze von J. Billeter.

Diese Kreidemanier auf Packpapierbogen hat gegenüber andern Zeichenverfahren verschiedene Vorteile, die sogar den Aquarellisten, oder den Zeichner mit Kohle oder auf die Wandtafel, für sich einnehmen können. Einmal sind die Mittel, Packpapier und Kreiden, billig zu beschaffen. Dann ist die Technik leicht fasslich und leicht erlernbar; das haben die Erfahrungen in den Lehrerkursen zu Basel und Zürich, in denen Zeichner ganz verschiedener Fertigkeit zusammenkamen, gezeigt. Ein weiterer grosser Vorteil liegt darin, dass die farbigen Kreiden zum sofortigen Gebrauch stets fertig sind, und Vorbereitungen, wie beim Malen mit Wasserfarben, dahinfallen. Zudem gestatten die Kreiden nicht bloss ein ganz beliebiges Unterbrechen der Arbeit, sie erlauben auch ein konstantes Weiterarbeiten, und zwingen nicht, wie nasse Zeichenflächen, zum Pausieren. Noch mehr — sie lassen sich viel rascher anlegen, abtönen und mischen, als beim Aquarellieren, und missträt gelegentlich ein Farbton, so genügt die Zufucht zu Tuchlappen und etwas Knetgummi. Kurz, diese Kreidetechnik ist nicht allein der Wandtafel- und Kohlenskizze überlegen, sie vermag auch die ihr am nächsten stehende Zeichenmanier, das Malen mit Wasserfarben, an Einfachheit und praktischer Durchführbarkeit zu überragen.

In wessen Dienst stellt sich die neue Technik? Begehrt sie ins systematische Schulzeichnen Einlass oder verlangt sie nach einem Herrschaftsrecht im Zeichnen der Sachgebiete? Vorerst wird die Volksschule trotz der heftigen Stösse der letzten Jahre daran festhalten, den Schüler mit der Handhabung eines Darstellungsmittels, des Stiftes, vertraut zu machen;

die neue Kreidetechnik will denn auch nicht vom Schüler erlernt, sondern nur vom Unterrichtenden gehandhabt sein. Sie will mithelfen, farbenfreudige Veranschaulichungsmittel aus den weiten Gebieten des Sachunterrichtes zu erstellen. Sie will bei der Erläuterung der Naturerscheinungen mithelfen, insbesondere die Lebewesen in ihrem anatomischen Bau und ihren Lebensvorgängen darstellen, sich somit einerseits der wissenschaftlichen Tabelle, andererseits dem Situations- und Landschaftsbilde nähern. Dabei stehen dieser farbigen Plakatskizze zwei Dinge fern. Einmal geht sie nicht darauf aus, das auf dem Bildermarkte erschienene Gute zu verdrängen, und zum andern misst sie sich so wenig wie andere Bildwerke das Recht bei, das Naturobjekt und dessen Erscheinung im Unterrichte vollwertig zu ersetzen. Aber eines will sie und leistet damit entschieden dem Lehrer einen wesentlichen Dienst; sie will Lücken, die sich da und dort im Anschauungsmaterial zeigen und die der Lehrer gern ausgefüllt sähe, schliessen helfen und ihr Ziel erst noch auf farbenfreudigem Wege erreichen. — Der Lücken im Anschauungsmaterial sind für den Lehrer, der seinen Schülern jederzeit verständlich sein will, gar manche. So führte mich jeder Herbst in Verlegenheit, wenn der Säemann auf dem Ackerfelde zu besprechen war; der Zufall brachte mich selten — in der Nähe der Stadt — zur Beobachtung in der Natur, und der Bildermarkt hatte kein zweckdienliches Klassenbild. Heute habe ich mit Hilfe der neuen Kreide-Technik die Verlegenheit überwunden und nach einfachem Motive, das ich irgendwo abguckte, ein Klassenbild in farbiger Plakatskizzen-Manier entworfen. Jedes Frühjahr zeichnete ich die Apfelmüte auf die Wandtafel; das nächste Frühjahr wird sie auf einem Packpapierbogen in prangendem Rot, Gelb, Grün und Weiss skizziert, und nach ihr werden nach und nach alle naturgeschichtlichen Skizzen, deren ich mich im Unterrichte bediene, zu Papier gebracht. Mit Hilfe der neuen Zeichenmanier weiss ich nun auch mit den vielen kleinen Kopien stadtzürcherischer Tore und Festungswerke etwas für die Schule Nutzbringendes auszurichten, und manch einfache Tal-silhouette oder Häusertypus, vielleicht auch das alte „Zürifeufi“ oder das „berneroberländer Maitschi“ aus dem geographischen Lexikon der Schweiz werden mit der Zeit in farbiger Plakatskizze erstehen. — Aber auch für die Elementarschule und den Kindergarten ist die Möglichkeit, selbst Klassenbilder zu schaffen, von unschätzbarem Werte. Da ist es besonders das Situationsbild, das einen packenden Moment der Erzählung darstellend, Vorstellungen klären, Sprachübungen herauslocken, gelegentlich in einer Rechenstunde Anschauungsobjekt für die Operationen sein will. Freilich ist nicht jeder Lehrer auch Künstler mit Kombinationsgabe für dieses Gebiet, und darum hat der Begründer dieser Kreide-Technik es unternommen, aus der Fülle seines künstlerischen Könnens Entwürfe zu schaffen, an die anlehnend oder direkt kopierend der Lehrer imstande ist, Erzählungen zu illustrieren. — Aber auch die Wissenschaftler — ich denke an den Geologen, Zoologen, Botaniker — werden mit Vorteil die neue Technik studieren, gibt sie ihnen doch die Möglichkeit in die Hand, mit kleinerem Kraft- und Zeitaufwand als bei jedem andern Verfahren farbige Hilfstabellen zur Veranschaulichung ihrer Forschungsergebnisse zu erstellen.

Das neue Darstellungsverfahren, das Kreidezeichnen auf Papier und sein Produkt, die farbige Plakatskizze, sind einem Bedürfnis der Schule entsprungen. Ein feinsinniger Künstler hat sich ihrer angenommen und sie ausgebaut, und damit der Schule ein neues Hilfsmittel für den Unterricht geschenkt. Die farbige Plakatskizze wird ihren Weg machen! H. A.

Der Mensch soll denken und muss zum Denken und im Denken geführt werden. Aber dieses Denken wird unendlich viel kräftiger, klarer und freudiger werden, wenn wir die Form des Unterrichts, den die Dinge erteilen, weiter, viel weiter in die Schule hinein ausdehnen, als dies bis heute geschieht, wenn wir für die ersten drei oder vier oder fünf Schuljahre alles Theoretisieren an den Nagel hängen und das Kind anschauen und handeln lassen. Und handeln lassen, das verdient besonders betont zu werden. (O. Ernst, des Kindes Freiheit und Freude.)

Examenaufgaben für die Primarschulen des Kantons Zürich 1907.

I. Sprache.

I. Kl. 1. Besprechung: Auf der Wiese; Vogelnest, Ei; Wasser, Brunnen, Schnee, Eis; Christbaum; Bach, Ente, Fischlein; Lampe, Licht, „Räbenlicht“, Feuer, Kaminfeiger; Schwein, Wurst, Strumpf, Schub. 2. *Syllabieren und Lautieren* ein-, zwei- oder mehrsilbiger Wörter, Tabellen von A. Fisler 1–8 oder aus der vorher gemachten Sprachübung. 3. *Lesen* (Rätsel): a) Ich hänge an einem Baume. Ich bin rundlich. Oft habe ich rote Wangen. Meine Haut ist fein. Darin ist saftiges Fleisch. Ich habe ein Kernhäuslein. Das Häuslein hat fünf Stübchen. In jedem Stübchen sind zwei braune Kernlein. Im Herbst bin ich reif. Der Bauer holt mich und meine Brüder vom Baume herunter. Wer bin ich? 4. *Vortragen von Gedichtchen.*

II. Kl. 1. Besprechung: Meine Mütze, mein Hut; Hand; Taschenmesser; Im Walde; Hase und Kaninchen; Tanne, Holzhauer, Förster; Unser Tisch; Bau eines Hauses; Garten; Frühlingsblumen; Unterm Birnbaum; Ziege; Pferd, Wagen, Fuhrmann; Fluss, Brücke; See, Schiff, Fischer. 2. *Syllabieren und Lautieren*, Dehnung und Schärfung, Tabellen von A. Fisler 9–12 oder Auswahl der Wörter aus der vorher gemachten Sprachübung. 3. *Lesen* (Lesestücke aus dem Lesebuch). 4. *Vortrag von Gedichten.*

III. Kl. 1. Besprechung: Wenn der Frühling erwacht; Bidechse; Fliege; Auf der Wiese im Sommer; Erdbeere; Biene; Kohlweissling, Raupe, Kohl; Getreideerde, Mühle; Teich, Frosch, Gans; Weinrebe, Spatz, Fuchs; Auf dem Obst- und Gemüsemarkt; Oehse, Kuh, Milch, Sennhütte, Milchmann; Kaufladen, Krämer, Warenhaus, Wage, Geld; Stadt, Dorf, Strasse, Eisenbahn; Beim Kastanienbrater. 2. *Syllabieren, Buchstabieren.* Auswahl aus der vorher gemachten Sprachübung. 3. *Lesen* (Abschnitte aus dem Lesebuch). 4. *Vortragen von Gedichten.* 5. *Schriftliche Beschäftigung.* Niederschreiben einiger Sätzchen aus der vorher gemachten Sprachübung; Übung in „zusammengesetzten“ Sätzen oder Zeichnen besprochener Gegenstände aus dem Gedächtnis.

II. Rechnen.

I. Kl. Zählen: 1, 2, 3 . . . bis 10 und rückwärts. Zerlegen einiger Grundzahlen. $2+2$; $5+2$; $9+3$; $4+5$; $8+3$; $11+2$; $14+6$; $12+5$; $13+4$. $20-1$; $10-4$; $11-3$; $13-5$; $19-2$; $13-4$; $10-9$; $15-6$. $17+2=20$; $14+2=18$; $16-2=14$; $14-2=8$. $2+3+6$; $18-3-7-5$; $20-4-8$ usw. 1. Walter fängt am Vormittag 8 Fische, am Nachmittag 6. Wie viele Fische sind das zusammen? 2. In der einen Hosentasche hat Hansli 7 Kugeln, in der andern 4. Wie viele Kugeln hat er im ganzen? 3. Heinrich findet 5 Nüsse, Jakob 8. Wie viele haben beide Knaben zusammen? Wie viele hat Jakob mehr? 4. Am Tische sitzen Vater, Mutter, Grossmutter und 5 Kinder. Wie viele Personen sind das? 5. Eine Klasse zählt 11 Schüler; 2 ziehen fort. Wie gross ist die Schülerzahl noch? 6. In einem Körbchen sind 13 Eier; die Mutter braucht 4 zu einem Kuchen. Wie viele Eier bleiben noch? 7. Auf einer Wiese weiden Schafe, 16 alte und 3 junge. Wie viele Schafe sind das zusammen? 8. Karl ist 9 Jahre alt, sein Bruder Otto 5 Jahre älter. Wie alt ist Otto? 9. Ein Bäcker hat im Wagen 15 Brote; er kann 3 auf einmal verkaufen. Wie viele Brote bleiben ihm noch? 10. In einem Stalle befinden sich 8 Kühe, 3 Ziegen und 1 Kalb. Wie viele Haustiere sind das? 11. Auf einem Wagen sind 20 Bierfässchen; 5 werden beim „Löwen“ abgeladen. Wie viele Fässchen bleiben noch auf dem Wagen? 12. Ein Knabe kauft 2 Fünferweggli. Was kosten sie? 13. Am Christbaum brennen 7 weisse und 6 rote Kerzchen. Wie viele Kerzchen im ganzen? 14. Ein Schüler war 1 Woche und 3 Tage krank. Wie viele Tage sind das? 15. Ein Reisender fährt von 8–12 Uhr in der Eisenbahn. Wie viele Stunden sind das? 16. Der Vater zählt die Birnen an zwei Bäumchen; am ersten sind 12, am zweiten 5 weniger. Wie viele Birnen sind am zweiten Bäumchen?

Schriftlich nach Belieben des Lehrers.

II. Kl. Zählen der Zehner bis 100; rückwärts his 0. $27+5$; $58+4$; $89+7$; $44+8$; $91+9$; $72+6$; $66+9$.

$18+2=23$; $63+2=70$; $45+2=53$; $99+2=100$. $100-2$; $53-8$; $91-2$; $45-6$; $77-9$; $71-2=69$; $95-2=87$; $33-2=26$. $10+30$; $20+60$; $40+50$; $30+20$; $20+70$; $60+2=100$; $10+2=90$. $100-2=90$, 10, 30, 80; $12+30$; $44+10$; $58+40$; $91-10$; $63-50$; $49-30$. Zerlegen gemischter Zahlen in Zehner und Einer. Aufzählen der Einmaleinszahlen 3 . . . 30; 4 . . . 40; 5 . . . 50. 3, 5, 7, 9×2 ; 9, 5, 7, 4×4 ; 3, 6, 8, 10×5 ; 2, 4, 9, 5×3 . $8:2$; $20:4$; $15:3$; $10:5$; $21:3$; $14:2$; $40:4$; $50:5$. 1. Ein Brot kostet 70 Rp., 1 l Milch 22 Rp. Was kosten sie zusammen? 2. Von zwei Rosenbäumchen trägt das eine 12, das andere 9 Rosen. Wie viele Rosen haben beide zusammen? 3. Heinrich verspielt von 25 Kugeln 10. Wie viele Kugeln bleiben ihm noch? 4. Ein Senn hat 100 Käse; er verkauft davon einem Händler 40. Wie viele Käse bleiben ihm übrig? 5. Was kosten 10 Postkarten à 5 Rp. und 5 Zweiermarken? 6. Eine Hochzeit zählt 7 Kutschen mit je 2 Pferden. Wie viele Pferde sind im ganzen? 7. Ein Gärtner bringt 70 Kohlköpfe auf den Markt und verkauft alle bis auf 10 Stück. Wie viele hat er verkauft? 8. 5 Kinder stricken Strümpfe. Wie viele Nadeln brauchen sie? 9. Die Mutter kauft ein Pfund Reis für 28 Rp. und ein Pfund Zucker für 30 Rp. Was muss sie zahlen? Was bekommt sie auf 1 Fr. heraus? 10. In einer Bank sitzen 3 Schüler. Wie viele in 5 Bänken? 11. Der Vater schuldet dem Schuster 39 Fr.; er bezahlt ihm mit 1 Fünziger Banknote. Was bekommt er zurück? 12. Zu einem Hemde braucht es 3 m Tuch. Wie viele m braucht man zu 8 Hemden? 13. Ein Pfund Salz kostet 5 Rp. Was kosten 10 Pfund? 14. Wie viele Zehnermarken gibt es für 1 Fr.? Wie viele Fünfermarken für 30 Rp.? 15. Die Mutter setzt 18 Setzlinge in 3 gleiche Reihen. Wie viele Setzlinge kommen auf 1 Reihe? 16. Ein Bauer hat 15 Hühner, 10 Enten und 2 Gänse. Wie viele Hausvögel sind das zusammen?

Schriftlich nach Belieben des Lehrers.

III. Kl. Zählen der Hunderter bis 1000 und rückwärts bis 0. $200+200$ bis 1000; $1000-200$ bis 0; $300+300$; $100+500$; $600+300$. $700-200$; $800-500$; $1000-600$; $800-400$; $1000-900$. $199+2$; $654+7$; $319+9$; $895+6$; $999+2=1000$; $691+2=700$. $188+2=200$; $364+2=400$; $632+2=670$; $875+2=900$. $1000-5$; $801-2$; $303-9$; $700-2=692$; $1000-2=998$. $79+58$; $512+16$; $431+65$; $145+2=190$; $971+2=1000$. $488-13$; $937-29$; $594-2=592$; $678-2=676$. $170+250$; $450+310$; $590+2=680$; $900-670$; $830-2=828$. Zerlegen dreistelliger Zahlen in ihre dekadischen Einheiten. 3×46 ; 4×27 ; 9×15 ; 6×53 Fr.; 5×72 Rp. $12:2$; $30:6$; $18:9$; $64:8$; $37:5$; $13:6$; $80:9$.

1. Lina holt beim Bäcker ein Brot für 85 Rp. und „Tünkli“ für 42 Rp. Was kostet beides zusammen? 2. 1 l Milch kostet 22 Rp. Was kosten 5, 7, 9 l? 3. Anna hat in der Sparkasse 63 Fr., die jüngere Schwester Bertha 38 Fr. Wieviel haben sie zusammen in der Kasse? 4. Ein Metzger kauft 124 Schafe; er gibt einem anderen 50 Stücke. Wie viele bleiben dem ersten noch? 5. Ein Vater verdient in einem Tage 6 Fr. Wieviel verdient er in einer Woche? 6. Wie viele Eier à 9 Rp. gibt es für 1 Fr.? 7. Ein Gärtner verkauft ein Apfelbäumchen für 3 Fr. 60 Rp. und 2 Birnbäumchen für zusammen 6 Fr. 40 Rp. Was erhält er für die Bäumchen? 8. Ein Apfelbaum gab letzten Herbst 9 Ztr. Äpfel. Der Bauer verkaufte den Zentner für 12 Fr. Was löste er im ganzen? 9. Die Mutter verteilt 75 Nüsse unter 3 Kinder. Wie viele trifft es jedem? 10. Eine Frau hausiert mit Eiern. Sie verkauft am Vormittag 108 Stück, am Nachmittag 20 Stück weniger. Wie viele Eier hat sie den ganzen Tag verkauft? 11. Gustav hat in der Schule 2 Scheiben zerbrochen, jede kostet 1 Fr. 70 Rp. Was muss er zahlen? 12. Fritz will einem Schneckenhändler 500 Schnecken liefern; 350 Stücke hat er schon gesammelt. Wie viele fehlen ihm noch? 13. Wie viele Schüblinge à 60 Rp. kannst du für 3 Fr. kaufen? 14. Ein Fuhrmann soll 640 Holzbürden führen. Er kann 80 Stücke auf einmal laden. Wie manchmal muss er fahren? 15. Hans hat 10 l Laubkäfer gesammelt; für den l erhält er 25 Rp. Was bekommt er im ganzen? 16. Wie viele Franken sind 1000 Rappen?



Schriftlich.
 63 + 135 + 48 + 257 + 308 + 4; (815). 126 + 7 + 365 + 79 + 132 + 19; (728). 8 + 130 + 74 + 227 + 63 + 185; (687). Die Posten sind untereinander zu schreiben und zusammenzuzählen. Von der Summe sind die einzelnen Posten wegzuzählen. 3, 7, 8 × 59; 5, 8, 9 × 76 m; 79 Fr.: 3, 5, 6; 98 Kug.: 4, 6, 8, 7.

III. Singen.

Obligatorische Aufgaben. (Gehörübung; an die Wandtafel zu schreiben!)

II. Kl. 1 3 5 5 | 6 6 5 — | 4 4 3 5 | 4 2 3 — | 3 5 8 5 | 6 7 8 6 | 5 6 5 3 | 4 2 1 — || oder 1 3 2 | 3 4 5 | 6 5 3 | 2 — — | 3 4 5 | 6 5 8 | 5 4 2 | 1 — — ||

III. Kl. (In Noten an die Tafel zu schreiben!)

c e f g a | e f d e a g c | g f e d — | e g h c | g a g e | d e f g a h | c h c — || oder c e f | a g c | h c a |

g f e d | e g a | g e g | e g f e d | c — — ||
 Singen einiger Liedchen nach freier Auswahl.

Klassen IV—VI.

I. Sprache.

IV. Kl. 1. *Aufsatz:* Niederschreiben einer behandelten Erzählung unter Änderung der Personal- oder Zeitform. Beschreibung einer Pflanze, eines Tieres, des Schulzimmers, einer Strasse, einer Anhöhe. 2. *Lesen:* Das Reh. — Die Rübenlampe. — Die kleinen Tierfreunde. — Ein Leichenbegängnis auf dem Lande. — Jakob Dubs. — Die Bauern in Koppigen (aus dem Lesebuch). 3. *Sprachlehre:* Im Anschluss an das Gelesene: Dehnung und Schärfung der Selbstlaute, Silbentrennung. Das Tätigkeitswort. Der Satzgegenstand. 4. *Rezitieren.*

V. Kl. 1. *Aufsatz:* Beschreibung eines Gewässers, Tales, Gebirges des Kts. Zürich anhand der Karte oder gedrängte Wiedergabe eines Geschichtsstoffes. Ein Schulausflug. (Kurze Besprechung.) 2. *Lesen:* Der Irrtum. — Wie der Wald erwacht. — Wie die Schwalbe ihr Nest baut. — Die erste Eisenbahn auf Zürcher Boden. — Die Kiburg. — Die Seidenweberei als Hausindustrie (s. Lesebuch). 3. *Sprachlehre:* Die Personalformen des Tätigkeitswortes. Tätige und leidende Form. Die Fallformen des Hauptwortes. Wortbildung durch Zusammensetzung. 4. *Rezitieren.*

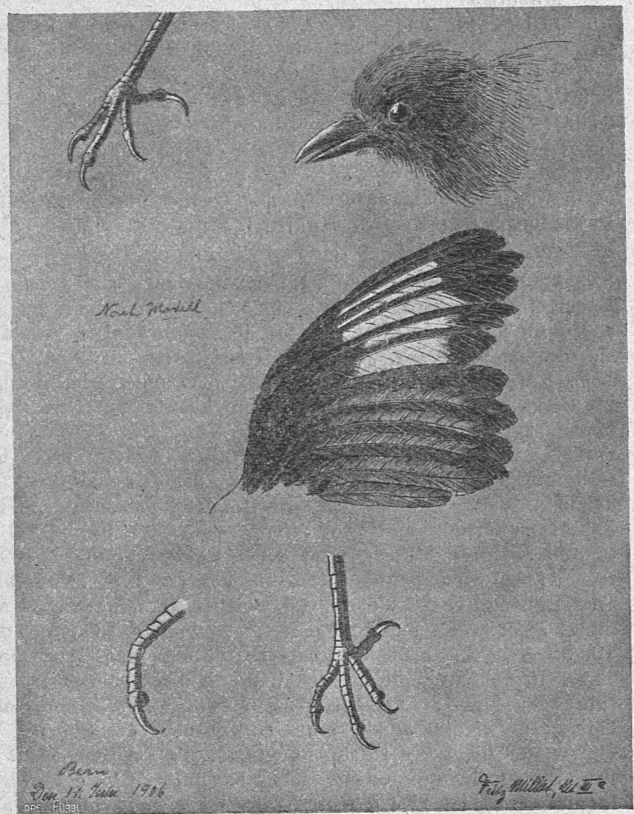
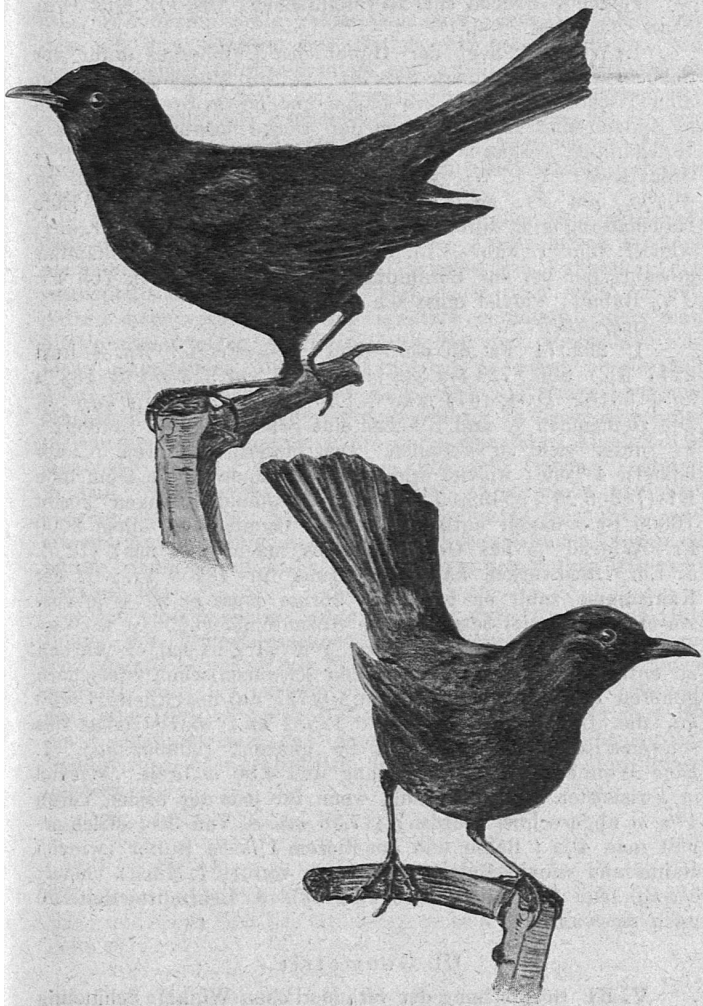
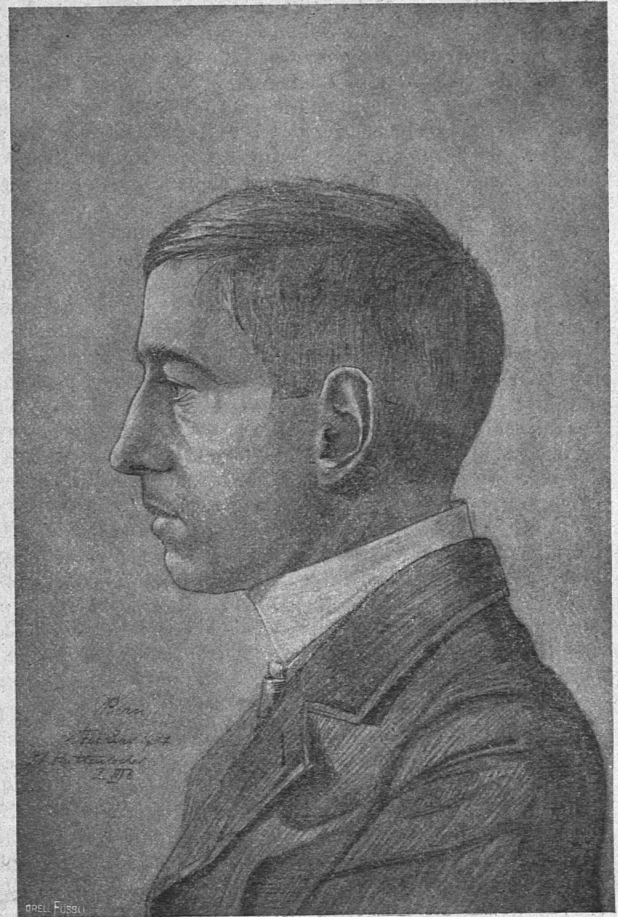
VI. Kl. 1. *Aufsatz:* Wiedergabe des behandelten Lesestoffes. Ein lustiges Erlebnis. Ein betrübendes Ereignis. Ein Sonntagsbericht. Warum ich mich auf den Frühling freue. (Anwendung der deutschen Schrift.) 2. *Lesen:* Lesen des vom Visitator vorgelegten Stoffes; Besprechung und freies Nacherzählen desselben. 3. *Sprachlehre:* Die Bestimmungen. Die Zuschreibung. Wortbildung durch Ableitung. Mundartliche Redensarten. 4. *Rezitieren.*

II. Rechnen:

IV. Kl. Anschreiben folgender Zahlen an die Wandtafel nach Diktat: 1250, 7208, 2049, 4007, 9099, 10000.

Mündlich:

354 + 200 = ? 500 + 278 = ? 410 + 350 = ? 328 + 170 = ? 154 + 216 = ? 427 - 290 = ? 745 + 180 = ? 970 + 400 = ? 3600 + 1200 = ? 4500 + 1500 = ? 7380 + ? = 8000. 3500 + ? = 4000. 43 hl 30 l + 50 hl = ? 4 kg 720 gr + ? = 5 kg. 6 Fr. 20 Rp. + ? = 8 Fr. 720 - 300, 800 - 158, 470 - 220, 895 - 360, 779 - 254, 550 - 132, 410 - 230, 1500 - 600, 2400 - 1400, 5600 - 1200. 900 - ? = 700. 1200 - ? = 900. 9000 - 4000 - 1100 - ? = 2000. 6 m 50 cm - 2 m. 18 g - 25 kg. 7 Fr. 40 Rp. - 1 Fr. 40 Rp. 3 · 40, 5 · 50, 6 · 70, 9 · 40, 7 · 80, 8 · 30, 7 · 60, 2 · 90, 3 · 48, 6 · 120, 10 · 74, 20 · 36, 3 · 240 g, 2 · 150 Rp., 5 · 230 m, 7 · 140 l. 56 : 7, 72 : 9, 84 : 3, 100 : 5, 210 : 3, 360 : 6,



560 : 8, 300 : 10, 84 : 12, 105 : 15, 400 : 25, 720 : 24, 200 : 25.
18 Fr. 50 Rp. : 5. 8 km 400 m : 7. 17 m 20 cm : 4. 36 hl
40 l : 7.

1. Ein Weinhändler verkauft 265 l roten und 370 l weissen Wein; wie viele hl und l im ganzen? 2. Eine Hausfrau erhält von ihrem Manne monatlich 115 Fr. für die Haushaltung. Nun gibt sie in einem Monat 97 Fr. aus. Wieviel hat sie erübrigt? 3. Ein Fuhrmann bringt einem Spezereihändler 8 q 40 kg Zucker und 2 q 60 kg Kaffee. Wieviel im ganzen? Wieviel wird die Fracht betragen, wenn der Fuhrmann für einen q 65 Rp. verlangt? 4. Welchen Lohn hat ein Seidenweber zu beziehen, der im Tage 10 Stunden arbeitet und in einer Stunde 45 Rp. verdient? Wieviel verdient er in einer Woche? In 2, 4, 8 Wochen? 5. Wo stehen die Zeiger einer Uhr, wenn vom Tage 15 Std. 40 Min. verflossen sind? 6. Ein Krämer verkauft eine Kiste Seife zu 63 Fr. 50 Rp. Sie hat ihn 12 Fr. 30 Rp. weniger gekostet. Was hat er also dafür bezahlt? 7. Mein Nachbar kauft ein Pferd für 900 Fr. und bezahlt beim Abschluss des Handels 32 Napoleons; wieviel ist er noch schuldig? 8. Ein Fussgänger legt in 1 Stunde 5 km zurück; wieviel mal schneller bewegt sich ein Velofahrer, der in derselben Zeit 20 km weit kommt? 9. Ein Sessel kostet 6 Fr. 50 Rp.; wieviel ist für ein Dutzend solcher Sessel zu bezahlen? 10. Ein Beamter hat eine Jahresbesoldung von 3360 Fr. Wieviel verdient er im Vierteljahr? Wieviel beträgt sein monatliches Einkommen? 11. Eine Marktfrau verkauft 60 kg Kirschen, das kg zu 25 Rp. Wieviel löst sie? 12. Wieviel Gläser zu 3 dl können aus einem Fässchen, das 21 l Bier enthält, gefüllt werden?

Schriftlich:

1. $4125 + 2037 + 1829 + 346$ (Summierung in stehender Reihe). (8337). 2. Von der Summe die einzelnen Posten wegzählen! 3. $572 \text{ q } 19 \text{ kg} + 2347 \text{ q } 34 \text{ kg} + 904 \text{ q } 4 \text{ kg} + 4213 \text{ q } 98 \text{ kg} + 48 \text{ q } 75 \text{ kg}$ (8086 q 30 kg). 4. 9784 Fr. 20 Rp. — 1357 Fr. 40 Rp. — 2898 Fr. 90 Rp. — 3349 Fr. 50 Rp. (2178 Fr. 40 Rp.). 5. $49 \cdot 157 \text{ m}$. (7693 m). $73 \cdot 98 \text{ Tg}$. (7154 Tg). 6. 8673 kg : 21 = ? (413 kg). $9248 \text{ l} : 39 \text{ l} = ?$ ($237 + 5 \text{ l}$ Rest.) 7. Lehrmittel Seite 56 nach Auswahl.

V. Kl. Anschreiben folgender Zahlen an die Wandtafel nach Diktat: 11254, 16370, 25409, 31075, 40926, 80009.

Mündlich:

$170 + 290, 285 + 76, 474 + 165, 629 + 97, 940 - 270, 872 - 490, 638 - 73, 915 - 68, 4 \cdot 94, 7 \cdot 63, 8 \cdot 75, 2 \cdot 365, 4 \cdot 259, 6 \cdot 324, 216 : 24, 600 : 25, 4800 : 12, 9170 : 70, 8560 : 80, \frac{2}{6} + \frac{3}{6}, \frac{4}{20} + \frac{19}{20}, 6\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}, 24\frac{8}{12} + 15\frac{2}{12}, 37\frac{1}{5} + ? = 40, 76\frac{2}{8} + ? = 100, \frac{8}{9} - \frac{2}{9}, \frac{36}{40} - \frac{12}{40}, 5 - \frac{2}{3}, 7 - 2\frac{3}{5}, 18\frac{8}{20} - 4\frac{3}{20}, \frac{57}{10} - 3\frac{9}{10}, 5 \cdot \frac{1}{2}, \text{Fr. } 4 \cdot 3\frac{3}{4} \text{ l}, 7 \cdot 4\frac{3}{5} \text{ hl}, 2 \cdot 5 \text{ q } 8\frac{1}{2} \text{ kg}, \frac{63}{20} \text{ q} : 9, \frac{16}{10} \text{ kg} : 8, 208\frac{4}{12} \text{ l} : 25, \frac{2}{3} \text{ Jahr} = ? \text{ Monate}, \frac{5}{6} \text{ Tag} = ? \text{ Stunden}, \frac{3}{4} \text{ Dutzend} = ? \text{ Stück} ? 3\frac{3}{4} \text{ Fr.} = ? \text{ Rp.}, 5\frac{3}{12} \text{ Stunden} = ? \text{ Min.}, 18\frac{7}{10} \text{ m} = ? \text{ cm}.$

1. Eine Ziegelei liefert nacheinander 1850 und 3430 Backsteine; wieviel im ganzen? 2. Der Vater ist 52 Jahre 4 Monate alt, die Mutter 4 Jahre 6 Monate jünger, wie alt ist sie demnach? 3. Was kosten 1 kg Butter zu $\frac{29}{10}$ Fr. und 1 kg Käse zu $\frac{22}{10}$ Fr. zusammen? Wieviel erhalte ich auf 20 Fr. zurück? 4. 1000 Zigarren kosten 85 Fr.; wieviel kosten 200 Stück? 5. Aus einem Fass, das $16\frac{8}{10}$ hl Wein enthält, verkauft man den vierten Teil; wieviel Wein bleibt noch übrig? 6. 7 Arbeiter beziehen zusammen 29 Fr. 40 Rp. Taglohn. Wieviel muss man 3 Arbeitern geben? 7. Wieviel Jahreszins erhält man zu $3\frac{1}{2}\%$ von 200 Fr., 1000 Fr.? 8. 300 Soldaten brauchten in einer Gefechtsübung 14700 Patronen; wie viele Schüsse gab ein Mann ab? 9. Wieviel hat eine Lokomotive zu ziehen, an welcher 10 Güterwagen angehängt sind, wenn jeder 29 q wiegt und 35 q Kohlen enthält? 10. 20 Arbeiter brauchen zur Erstellung eines Dammes 75 Tage. In welcher Zeit hätten 10 Mann dieselbe Arbeit ausgeführt? 30 Mann? 11. Die grösste Schussweite einer Kanone beträgt 6 km 500 m, die eines Gewehres 3 km 800 m. Wieviel weiter fliegt die Kanonenkugel als die Gewehrkugel? 12. Ein Bienenzüchter gewann in einem Jahr $10\frac{3}{4}$ q Honig, im folgenden Jahre $2\frac{2}{4}$ q mehr; wieviel also in beiden Jahren zusammen? 13. Lehrmittel Seite 56 nach Auswahl.

Schriftlich:

1. $37 \cdot 13 \text{ kg } 840 \text{ g}$. ($512 \text{ kg } 80 \text{ g}$) $64 \cdot 52$ Jahre 13 Wochen. (3344 Jahre.) 2. $3924 \text{ km } 643 \text{ m} : 97$. ($40 \text{ km } 460 \text{ m}, 32 \text{ m R.}$) 41931 Fr. 48 Rp. : 38. (1103 Fr. 46 Rp.). 3. $124\frac{6}{20} + 218\frac{9}{20} + 356\frac{15}{20} + 673\frac{10}{20}$. (1373.) 4. $4\frac{1}{2} \text{ hl}$ Seewein kosteten 180 Fr.; was musste man also für 50 l bezahlen? $1\frac{1}{2} \text{ hl}$? (20 Fr., 60 Fr.). 5. In welcher Zeit durchfliegt eine Schwalbe die Strecke von $5\frac{2}{5} \text{ km}$, wenn sie in einer Sekunde 20 m weit kommt? ($4\frac{1}{2}$ Min.) 6. 500 Fr. Kapital bringen $17\frac{1}{2}$ Fr. Zins; wie viel beträgt der Zins von 100 Fr.? ($3\frac{1}{2}$ Fr.) 7. In einer Buchbinderei werden täglich 1250 Hefte fertiggestellt; wieviel in 3 Wochen? (22500.) 8. Wieviel Pakete gibt dies, wenn eines 25 Hefte enthält? (900.) 9. Beim Graben eines Brunnens fanden sich folgende Erdschichten vor: $\frac{4}{5} \text{ m}$ Ackererde, $1\frac{3}{5} \text{ m}$ Lehm, $3\frac{2}{5} \text{ m}$ Geröll, $1\frac{4}{5} \text{ m}$ fester Stein. Wie tief wurde der Brunnen. ($7\frac{3}{5} \text{ m}$.) 10. Lehrmittel Seite 43 nach Auswahl.

VI. Kl. Anschreiben folgender Zahlen an die Wandtafel nach Diktat: 1002, 24035, 10406, 420365, 700008, 1205004.

Mündlich:

$273 + 124, 348 + 84, 579 - 194, 924 - 68, 717 - 89, 9 \cdot 76, 4 \cdot 139, 6 \cdot 257, 8 \cdot 137, 5 \cdot 198, 7 \cdot 379, 3200 : 80, 9100 : 70, 4 \text{ km } 800 \text{ m} : 12, 9 \text{ km } 600 \text{ m} : 25.$

In gewöhnlicher Bruchform zu schreiben: 0,5, 3,75, 8,014, 0,003, 24,0406.

Als Dezimalbrüche zu schreiben: $640 \text{ g} = ? \text{ kg}$. $74 \text{ l} = ? \text{ hl}$. $6 \text{ dm} = ? \text{ m}$. $495 \text{ Rp.} = ? \text{ Fr.}$ $721 \text{ kg} = ? \text{ q}$. $6 \text{ l } 4 \text{ dl} = ? \text{ hl}$. $4 \text{ dm } 7 \text{ cm } 3 \text{ mm} = ? \text{ m}$. $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}, \frac{1}{2} + \frac{1}{6}, \frac{2}{5} + \frac{1}{10}, \frac{1}{3} + \frac{3}{9}, \frac{5}{12} + \frac{16}{24}, \frac{50}{80} + \frac{10}{20}, \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{1}{5} - \frac{1}{10}, \frac{3}{4} - \frac{3}{8}, 12\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}, 28\frac{5}{8} - 14\frac{3}{4}, 0,1 + 0,4, 0,2 + 0,07, 0,025 + 0,003, 6,03 + 1,004 + ? = 10, 0,8 - 0,6, 1,6 - 0,7, 6,4 - 2,1, 18,45 - 12,23, 7 - 0,004, 7 \cdot 0,3; 8 \cdot 1,5; 5 \cdot 2,4; 3 \cdot 1,8; 6 \cdot 2,5, 0,14 : 7, 4,14 : 6, 0,86 : 2, 2,7 : 9, 19,456 : 8.$

Folgende Brüche sind zu vereinfachen: $\frac{4}{12}, \frac{6}{9}, \frac{8}{10}, \frac{12}{20}, \frac{20}{30}, \frac{15}{55}, \frac{24}{36}, \frac{36}{81}$.

1. Wie tief liegt der Gipfel des Uetliberges unter der Schneegrenze? (Uetliberg 873 m). 2. Ein Mädchen fertigt eine Tischdecke von 95 cm Länge und 68 cm Breite. Wieviel m Spitzen sind zum Einfassen der Decke notwendig? 3. Ein Holzhändler verkauft von 40 Ster Holz 15,5 Ster und $18\frac{1}{4}$ Ster; Rest = ? 4. Wie viel Zins bringen 800 Fr. Kapital zu $4\frac{1}{4}\%$, 550 Fr. zu 4% , 1000 Fr. zu $3,75\%$. 5. Eine Haushaltung gibt durchschnittlich in einem Tage $\frac{4}{5}$ Fr. aus; wieviel vom 1. Juni — 15. September? 6. Der Buchhändler gewährt mir bei der Bezahlung einer Rechnung von 165 Fr. 3% Rabatt; wieviel muss ich noch bezahlen?

Schriftlich:

1. $292574 \text{ Fr. } 85 \text{ Rp.} : 4956 = (59 \text{ Fr. } 03 \text{ Rp.} + \text{Rest } 2217 \text{ Rp.})$ $806 \cdot 724 \text{ km } 586 \text{ m}$ ($584016 \text{ km } 316 \text{ m}$). 2. $132\frac{2}{4} \text{ kg} + 351\frac{2}{5} \text{ kg} + 1674\frac{1}{2} \text{ kg} + 850\frac{7}{16} \text{ kg}$ ($3008\frac{11}{16} \text{ kg}$). 3. Die Gemeinden A und B haben eine Schenkung von 133859,25 Fr. unter sich zu verteilen. Der erstern gebühren 5, der letztern 4 Teile; wieviel erhält die Gemeinde A, die Gemeinde B? (74366,25; 59493,00.) 4. Ein Automobillastwagen kostet 16000 Fr.; davon entfallen auf die Gummireifen allein 2000 Fr. Wieviel % des Gesamtbetrages macht dies aus? (12,5). 5. Ein Handwerker kauft ein Haus für 18750 Fr.; $\frac{1}{3}$ der Kaufsumme zahlt er bar. Das übrige muss er zu 4% verzinsen. a) Wieviel beträgt seine Anzahlung? (6250). b) Wieviel bleibt er schuldig? (12500). Wieviel Zins hat er jährlich zu entrichten? (500). 6. Von den schweizerischen Gletschern gehören zum Gebiet der Rhone 103727 ha, des Rheins 75050 ha, des Inn 18250 ha, des Po 12582 ha; wieviel misst das schweizerische Gletschergebiet im ganzen? (209609 ha). 7. Eine Wohnstube ist $5,57 \text{ m}$ lang und $4,86 \text{ m}$ breit. Wieviel m Fussleisten sind notwendig, wenn für jede der beiden Türen $1\frac{3}{4} \text{ m}$ abgerechnet werden? (17,36 m). 8. Von 30 l Milch erhält man $4\frac{4}{5} \text{ l}$ Rahm und aus diesem $1\frac{1}{5} \text{ kg}$ Butter; wieviel Rahm und wieviel Butter erhält man von 10 l Milch? ($13\frac{5}{5} \text{ l}; \frac{2}{5} \text{ kg}$), von 1 hl Milch? (16 l; 4 kg). 9. Lehrmittel Seite 59 nach Auswahl.

III. Geometrie.

V. Kl. Besprechung der veränderlichen Winkel; Schätzung

und Messung derselben. Konstruktion gleichschenkliger oder rechtwinkliger Dreiecke; Besprechung derselben.

VI. Kl. Das Rhomboid; Besprechung. Lösen einiger Konstruktionsaufgaben im Lehrmittel. Die Flächenmasse.

IV. Realien.

IV. Kl. Stoff freigestellt.

V. Kl. Geographie: Die Ufer des Zürichsees. — Sihl- und Seetal. — Der Heimatbezirk. — Der Uetliberg. — Die letztjährige Schulreise. — Beschäftigung der Bewohner des Kantons Zürich. *Geschichte:* Das Rittertum. — Die Städte. — Wie das Volk die Entstehung der Eidgenossenschaft erzählt. — Der Eintritt Luzerns in den Bund. — Die Schlacht bei Laupen. — Der Bund der 8 alten Orte.

VI. Kl. Geographie: Die Linth. — Der Jura. — Das Wallis und der Simplon. — Der Kanton Graubünden. — Reise von Basel nach Chiasso. — Die hauptsächlichsten Industriezweige der Schweiz. *Geschichte:* Die Freiheitskämpfe der Appenzeller. — Die 3 Bünde in Rhätien. — Die Zeit der Burgunderkriege. — Nikolaus von der Flüe. — Basel und Schaffhausen treten in den Bund. — Die Mailänderzüge.

V. Gesang.

IV. — VI. Kl. Freier Vortrag der obligatorischen Lieder: Naturfreuden. — Gugglied. — Mein Vaterland. Oder gemeinsam mit den Klassen VII und VIII: Gruss ans Vaterland. — Abend am See.



Mathematische Trugschlüsse.

Errare humanum est, sed perseverare in errore stultum est. Wir dürfen ruhig behaupten, dass schon ein jeder, der sich mit dem Studium der Mathematik beschäftigt hat, am Schlusse seiner Untersuchungen zu unrichtigen Resultaten gelangt ist. Wir wollen hier von jenen Fehlern absehen, die man schlechthin als Rechenfehler zu bezeichnen pflegt. Wir fassen diejenigen paradoxen Resultate ins Auge, deren Widersinnigkeit scheinbar fest in den unumstösslichen Wahrheiten der Mathematik selbst begründet erscheint.

Man geht gewöhnlich nicht fehl, wenn man behauptet, dass die Ursache eines jeden solchen Fehlschlusses in einer mangelhaften, ungenügenden und unzulässigen Auffassung der mathematischen Grundbegriffe liegt; dass man recht oft von Sätzen mehr verlangt, als sie eigentlich enthalten, indem man die Voraussetzungen, an die sie geknüpft sind, übersieht. Für einen angehenden Mathematiker wird es daher unerlässlich sein, wenn er sich mit den Elementen und Grundlagen der Mathematik aufs innigste vertraut macht. In dieser Beziehung bietet ihm die „Enzyklopädie“ der elementaren Algebra und Analysis“ von H. Weber und J. Wellstein (Verlag Teubner, 2. Aufl., 1906) sowie H. Burkhardts „Algebraische Analysis“ (Verlag Veit & Cie., Leipzig, 1903) die beste Gelegenheit, eine strenge Entwicklung der logischen Voraussetzung kennen zu lernen, ohne die ein fruchtbares Studium der Mathematik nicht denkbar ist.

An einigen Beispielen wollen wir nun verschiedene Gattungen von Trugschlüssen zeigen und daraufhin untersuchen, wo eigentlich der Fehlschluss liegt. Es sei gleich anfangs erwähnt, dass die meisten Fehler dadurch zustande kommen, dass eine Division durch Null ausgeführt wird, oder dass bei einer Quadratwurzel das doppelte Vorzeichen nicht berücksichtigt wird, oder schliesslich, dass man mit divergenten Reihen operiert.

Beispiel 1. Es ist

$$5 > 3 \quad (1)$$

wobei das Zeichen $>$ „grösser als“ bedeutet. Nach dem Grundsatz „Ungleiches um Gleiches vermindert gibt Ungleiches, und zwar dort das Grössere, wo es früher war“, folgt aus Zeile (1):

$$5-6 > 3-6 \quad (2)$$

reduziert folgt hieraus:

$$(-1) > (-3) \quad (3)$$

Aus Zeile (3) folgt nun aber nach dem Grundsatz: „Gleiches mit Ungleichem multipliziert gibt Ungleiches, und zwar gehört zu dem grössern Faktor das grössere Produkt“:

$$(-1) \cdot (-4) > (-3) \cdot (-4) \quad (4)$$

Nach der Regel: „minus mal minus gibt plus“ (siehe Burkhardt, § 4, p. 9) folgt aus der Zeile (4):

$$4 > 12 \quad (5)$$

ein Paradoxon, wie man es sich nicht drastischer wünschen kann.

Der Trugschluss beginnt mit der Zeile (4), denn aus dem Monotoniegesetz der Multiplikation negativer Zahlen, angewandt auf das algebraische Grösser- oder Kleinersein, folgt (s. B.* § 12, p. 25):

wenn $a > b$, so ist $a \cdot c > b \cdot c$, sowie nur c positiv ist, wenn $a > b$, so ist $a \cdot c < b \cdot c$, sowie nur c negativ ist. Somit schliessen wir aus (3):

$$\begin{aligned} (-1) &> (-3) \\ (-1) \cdot (-4) &< (-3) \cdot (-4) \\ 4 &< 12 \end{aligned}$$

ein Resultat, das, wenn auch trivial, allein richtig ist.

Beispiel 2. In der Wurzellehre lernt man den Satz kennen:

$$\sqrt[m]{a^m} = a,$$

ferner setzt man fest, um die allgemeine Gültigkeit der fundamentalen Gleichung $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ darzutun, $a^0 = 1$ (siehe Weber-Wellstein § 19, p. 59–60):

Es ist somit:

$$3^0 = 1 \quad (1)$$

ferner ebenso

$$18^0 = 1 \quad (2)$$

somit

$$3^0 = 18^0 \quad (3)$$

nach dem Grundsatz: „Sind zwei Grössen einer und derselben dritten Grösse gleich, so sind sie untereinander gleich“.

Nach dem oben erwähnten Satze ist also:

$$\sqrt[0]{3^0} = 3 \text{ und } \sqrt[0]{18^0} = 18,$$

d. h. aus (3) folgt das absurde Resultat:

$$3 = 18 \quad (4)$$

oder allgemein gefasst: Alle Zahlen sind einander gleich. Der

Fehlschluss steckt offenbar in der Annahme, dass $\sqrt[0]{3^0} = 3$

ist. Es ist $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$. In unserm Fall ist sowohl $m = 0$ als auch $n = 0$, d. h. wir kommen auf die Frage, was wir unter dem Zeichen $\frac{0}{0}$ zu verstehen haben. Die Mathematik nennt nun den Wert $\frac{0}{0}$ einen unbestimmten Wert, denn es gibt unendlich viele Zahlen, die mit 0 multipliziert 0 ergeben, was wir doch, gemäss der Definition der Division, verlangen müssen. Wir sind also durch Annahme eines bestimmten Wertes einer

unbestimmten Form, indem wir $3^{\frac{0}{0}} = 3$ und $18^{\frac{0}{0}} = 18$ angenommen haben, zu dem widersinnigen Resultat $3 = 18$ gelangt.

Beispiel 3. Führen wir die Division $1:(1+x)$ aus, so erhalten wir die folgende unendliche Reihe:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - + \dots \text{ in inf.} \quad (1)$$

Zum gleichen Resultat gelangen wir, wenn wir die folgende Überlegung machen: Es gilt nach Newton die folgende Entwicklung:

$$(2) \quad (1+x)^m = 1 + \left[\binom{m}{1} \right] mx + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \dots \text{ in inf.}$$

Setzen wir in (2) $m = -1$ so folgt:

$$(3) \quad (1+x)^{-1} = \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - + \dots \text{ in inf.}$$

was offensichtlich mit (1) übereinstimmt (siehe B. § 69, p. 146; W.-W. § 128, p. 442).

Wir treffen nun die folgende Annahme: es sei x eine ganze positive Zahl und grösser als 1, d. h. wir verstehen unter der Grösse x eine der Zahlen 2, 3, 4, 5 ... Die rechte Seite unserer Entwicklung (1) oder (3) ist dann nichts anderes, als die algebraische Summe von ganzen Zahlen, die offenbar wieder eine ganze Zahl ist. Die linke Seite aber wird ein Stammbruch, d. h. wir haben gezeigt: ein Stammbruch ist gleich einer ganzen Zahl.

Der Trugschluss hat seinen Ursprung in folgendem Umstande: Die Entwicklung:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - + \dots \text{ in inf.}$$

hat zunächst gar keine Bedeutung, da wir auf der rechten Seite die algebraische Summe einer unendlich grossen Anzahl von Gliedern zu bilden haben. Nun kommt es aber sehr oft vor, dass eine solche unendliche Reihe einem ganz bestimmten endlichen Grenzwert sich nähert, und es wird in den Elementen der Analysis gezeigt, unter welchen Bedingungen eine unendliche Reihe konvergiert, d. h. eben eine endliche Grenze besitzt. Nur mit konvergenten Reihen beschäftigt sich der Mathematiker. — Die Konvergenz der obigen Entwicklung ist an die folgende Bedingung geknüpft: Unsere Reihe konvergiert nur dann, wenn $|x| < 1$. Ob die Reihe auch für die Werte $x = 1$ und $x = -1$ konvergiert, wollen wir hier nicht untersuchen (siehe B. § 69, p. 148). Mit unserer Annahme $x > 1$ haben wir also direkt gegen diese Bedingung verstossen, d. h. wir haben mit einer nicht konvergierenden (divergenten) Reihe operiert, wodurch wir zu einem falschen Resultat gekommen sind.

Johann Viola bringt in seinen mathematischen Sophismen (Verl. C. Gerolds Sohn, Wien, 1865, 2. Aufl.) das folgende amüsante Geschichtchen: Bekanntlich vergeht der Jugend die Zeit viel zu langsam, während dem Alter die Jahre unerwünscht schnell dahinfliegen. Mathematisch sei diese Tatsache auch wohl begründet, pflegte Professor Knar scherzweise zu sagen:

Mit dem 30. Jahre hat man $\frac{1}{30}$ seines Lebens, mit dem 40.

$\frac{1}{40}$, mit dem 50. $\frac{1}{50}$ seines Lebens vorüber; da nun aber

$$\frac{1}{30} > \frac{1}{40} > \frac{1}{50} > \frac{1}{60}$$

ist, so ist klar bewiesen, dass unsere letzten Lebensjahre kürzer sind als die ersten.

In der Zeitschrift für Mathematik und Physik gibt O. Schlömilch (Bd. 13, p. 162) folgendes geometrisches Paradoxon, das wir hiermit einem grössern Kreise bekannt geben möchten (siehe nebenstehende Fig.):

Man zeichne auf Karton die Figur eines Schachbrettes und zerschneide sie hierauf in die vier Stücke A, B, C, D , wie in der Fig. a angedeutet ist. Dann setze man diese Stücke zu einem Rechteck zusammen, wie in Fig. b gezeigt ist.

Das Quadrat besitzt $8 \cdot 8 = 64$ Felder, indessen das inhaltsgleiche Rechteck $5 \cdot 13 = 65$ Felder besitzt, d. h. ein Schachbrett besitzt sowohl 64 als auch 65 Felder. Wo liegt der Fehler?

J. Schollenberger, stud. math.



Vom didaktischen Materialismus.

Ein Frühjahrsgespräch von H. Sch.

„... 7 · 8 = 56, 7 × 8 = 56 ...“

„Jetzt hör' aber endlich auf mit deinem Gesurr,“ sprach die Mutter ärgerlich, „du kannst ja dein Einmaleins, wozu denn dieses Geleier! Du denkst dir ja doch nichts dabei!“

„Unser Lehrer sagt, es müsse vorwärts und rückwärts gehen. Jetzt kann ich's; nur dies 56 wollte mir nicht in den Kopf.“

„Gut, so nimm den Hut und geh' hinaus an die Sonne!“

Als der Knabe draussen war, sagte ich zu meiner Frau: „Du hättest ihn nicht tadeln sollen, er traf unbewusst das Richtige. Erst kommt das Verstehen, dann das gedankenvolle Einüben; soll aber etwas sitzen, so muss die Maschine so ge-

stellt sein, dass — wenn die Rädlein 7 und 8 nur erzittern, das Rad 56 einschnappt. Nur das gibt Sicherheit und Schnelligkeit!“

„Dagegen habe ich nichts; aber seit meiner Oberschulzeit hasse ich dieses gedankenlose Plappern. Unser Lehrer war ein guter Herr; aber er hatte wahrscheinlich zu viel Arbeit und darum nicht immer Zeit, uns alles so recht verständlich zu machen. Doch es musste gewusst sein, sonst wurde er aufgeregt und das Meerrohr ging um. Besonders Geographie und Geschichte wurden uns zur Qual. Hiess es Vilmergerkrieg, so musste man anfangen: Im schwyzerischen Dorfe Arth, hiess es der Einbruch der Franzosen, so tönte es im Chor: Im Jahre 1789 oder 98. — Was mich die zwei Zahlen ärgerten, bald sollte es die eine, bald die andere sein! — In der Geographie von Europa war's am schlimmsten. Da musste man „die Karte im Kopf haben“ und die Namen auswendig wissen. Die Karte aber bekamen wir selten zu sehen. Das weisse Meer, die Nordsee, der baltische und der finnische Busen — so ging es los, dann kamen die Halbinseln, dann Berge und Ströme. Hätt' ich den Anfang, ich wollte sie dir alle am Schnürlein herzählen.“

Ich sagte: „Wolga? Rhein?“ Es war nicht das Rechte. „Petchora?“ Und nun rasselte das Räderwerk ab, ich hatte kaum Zeit in Gedanken zu folgen.

„Arno, Biber (!) Po! und Etsch. Die Donau fliesst ins schwarze Meer.“ Und die Uhr stand. — Ich werde mich hüten, je wieder Petchora zu sagen!

Ganz erstaunt über die Gelehrsamkeit meiner Frau, holte ich die Karte und fragte nach wo? und wie?

Da lachte sie mich aus: „Geh', du Schulmeister.“ Sie wusste lediglich die Namen. Von geographischen Verhältnissen hatten sie wenig gelernt, und diese waren darum bald wieder dunkel geworden in ihrem Gedächtnis.

Es ist seltsam, wie sich das mechanische Lernen — vergleiche das oben angeführte Beispiel — seine Arbeit durch Einschmuggelung eines albernen Rhythmus zu erleichtern sucht. Dieser ist das trabende Ross und kutschiert gar oft ruhig über den Inhalt hinweg. Die abenteuerlichsten Sprünge macht er beim verständnislosen Lernen und Aufsagen von Gedichten. Ich hatte einen Kollegen, der pflegte zu deklamieren:

Liebster Jesu, wir sind hier . . . und seine Schüler rezitierten:

Blümlein weiss und rot und blau . . .

Warum sich darum über die dynamischen Ungereimtheiten der Kinder aufhalten! Was sie verstanden haben und mit richtigem Bewusstsein lernen, werden sie nicht falsch betonen. Es gibt übrigens auch in jedem Lesebuche Dichtungen, die dem Rhythmus zum Opfer fielen und ruhig weiter laufen, trotzdem sie nichts zu sagen wissen.

Nach dieser Abschweifung noch einmal zurück zum Thema.

Im Konfirmandenunterricht fiel uns als erste Aufgabe zu, die Bücher der heil. Schrift auswendig zu lernen. Der Geistliche diktierte uns eine hübsch gereimte Anweisung, und ich darf sagen, ich gab mir ordentliche Mühe, die Sache hinter mich zu bringen und brannte fast darauf, meinen Eifer zu zeigen.

„Du!“ Und ich schoss los: „... Philemon und Petri zwei.“

Endlich schliesst die Offenbarung die gesamte Litanei.“

Ein Lachen sprang auf in den Bänken, und unsanft fuhr der Pfarrer mich an: „Ich will dich lehren, mit der heiligen Schrift deinen Spott treiben!“ Wie ein begossener Pudel stand ich da und wusste mir die Sache gar nicht zu erklären. Im Gefühle meiner Unschuld wollte ich diese Behandlung nicht stillschweigend hinnehmen und — wurde vor die Türe gesetzt. Erst nachträglich klärten meine Kameraden mich auf. Ich hatte im Eifer einen falschen Schlussvers gemacht; denn es hiess:

... endlich schliesst die Offenbarung das gesamte Bibelbuch, Mensch, gebrauche, was du liesest, dir zum Segen, nicht zum Fluch!“

Ja, ja! Meine Frau hat recht in ihrer Abneigung gegen das Einpauken. Lieber nichts auswendiglernen, als Unverständenes oder tote Namen!

H. Sch.

