

Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft =
Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della
Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 93 (1910)

Autor: [s.n.]

Vereinsnachrichten: Mathematische Sektion

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 26.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

VI.

Mathematische Sektion

zugleich Versammlung der Schweizerischen Mathematischen
Gesellschaft.

Sitzung: Dienstag, den 6. September 1910.

Präsident: Herr Prof. Dr. R. Fueter, Basel.

Sekretär: „ Prof. Dr. M. Grossmann, Zürich.

1. Herr Prof. Dr. *M. Grossmann*, Zürich, gibt die Lösung eines *geometrischen Problems der Photogrammetrie*. In dem Berichte, den Herr *Finsterwalder* der deutschen Mathematiker-Vereinigung über die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie erstattet hat, findet sich der Satz bewiesen, dass ein Objekt bis auf den Massstab eindeutig bestimmt sei, wenn man von ihm vier Photographien kennt. Die wirkliche Rekonstruktion scheitert aber an der Undurchführbarkeit der Aufgabe, eine Ebene zu finden, die aus vier Linienpaaren acht Punkte eines Kegelschnittes herauschneidet. Es wird auf rein-geometrischem Wege gezeigt, dass die ∞^2 Ebenen, die aus drei Linienpaaren einen Kegelschnitt schneiden, eine Fläche 5. Klasse umhüllen, und dass die ∞^1 Ebenen, die aus den drei Linienpaaren und der siebenten Geraden Punkte eines Kegelschnittes schneiden, eine developpable Fläche 19. Klasse bilden. Die gesuchten Ebenen, deren Schnittpunkte mit allen acht Geraden auf einem Kegelschnitt liegen, ergeben sich als die gemeinsamen Tangentialebenen dieser Developpabeln und einer Fläche 5. Klasse. Ihre Zahl ist, nach

Abzug uneigentlicher Lösungen, 56. Damit ist nachgewiesen, dass die Vermutung des Herrn *Finsterwalder*, es werde kaum gelingen, eine taugliche Konstruktion zu finden, begründet ist.

Diskussion: Die Herren *Kollros*, *Fueter*.

2. Herr Prof. Dr. *R. Fueter*, Basel, spricht über *Einteilungsprinzipien der algebraischen Zahlen und Ideale*. Jede Zahl α , die einer algebraischen Gleichung mit rationalen Koeffizienten $f(\alpha) = 0$ genügt, heisst algebraisch. Dieselben bilden eine abzählbare Menge. Aus denselben werden Bereiche nach folgenden Prinzipien gebildet:

I. Bereiche, deren Zahlen sich durch Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division reproduzieren. Dieselben heissen *Körper*. Ist ein solcher gegeben, so bilden seine *Unterkörper* ebenfalls Bereiche derselben Eigenschaft. Für die Körper gilt der Satz, dass sie immer durch die rationalen Funktionen mit rationalen Koeffizienten *einer* Zahl, der „erzeugenden Zahl“, bestimmt sind.

II. Bereiche, deren Zahlen in bezug auf Addition, Subtraktion und Multiplikation reproduziert werden. Dieselben heissen *Ringe* oder *Ordnungen*. Die wichtigsten Ringe sind alle *ganzen Zahlen* eines Körpers.

III. Bereiche, deren Zahlen sich in bezug auf Addition und Subtraktion reproduzieren. Dieselben heissen nach *Dedekind*: *Moduls*.

IV. Bereiche, deren Zahlen sich durch Multiplikation und Division reproduzieren. Dieselben heissen nach *Weber*: *Zahlgruppen*, nach *Fueter*: *Strahlen*. Ein Strahl enthält immer die Einheit.

Um Beispiele von solchen Bereichen zu erhalten, bedient man sich vor allem der *Kongruenz*. Dieselbe ist hiezu auch für gebrochene Zahlen zu definieren. Der Modul heisst *Führer* des Bereiches. Die beiden wichtigsten Erzeugungsarten sind dann: 1. Der Bereich aller kon-

gruente Zahlen; 2. der Bereich aller Zahlen, die den Zahlen eines Unterkörpers kongruent sind.

Die *Ideale* sind ebenfalls Bereiche von algebraischen Zahlen, die sowohl unter II. wie III. fallen. Sie spielen aber eine besondere Rolle, da sie weder durch II. noch III. charakterisiert werden können. Zwei Ideale heissen äquivalent, wenn ihr Quotient eine Körperzahl ist. Setzt man aber weiter voraus, dass diese Zahl einem gegebenen Strahl angehören muss, so werden damit alle Ideale in Strahlklassen eingeteilt. *Jedem Strahl entspricht somit eine Strahlklasseneinteilung.* Zahlreiche Beispiele erläutern das Vorgetragene.

Diskussion: Herren Prof. *Weber, Speiser.*

3. Herr Prof. Dr. *F. Prášíl*, Zürich, erläutert *graphische Methoden zur Behandlung hydrotechnischer Probleme.*

Der Vortragende charakterisiert an Beispielen aus dem hydraulischen Gebiete der technischen Wissenschaften die Richtungen graphischer Berechnungs- und Untersuchungsmethoden unter besonderem Hinweis auf deren mathematische Grundlagen und Einteilung in vier Problemkategorien.

- I. Graphische Integration und Verarbeitung von Messungsergebnissen.
- II. Graphische Darstellung des Inhaltes empirischer Formeln.
- III. Graphische Behandlung hydraulischer Probleme.
- IV. Graphische Behandlung hydrodynamischer Probleme.

Für die Kategorien I.—III. waren bereits bekannte Beispiele ausgewählt und zwar: Ad. I. Die graphische Verarbeitung einer mittelst hydrometrischer Flügel durchgeführten Wassermessung.

Ad. II. Darstellung des Inhaltes der *Ganguillet-Kutter'schen* Formel für die Bestimmung der mittleren

Geschwindigkeiten in Flüssen und Kanälen (siehe Jahrg. 1869 der Zschr. d. öst. Ing. u. Arch.-Ver.).

Ad. III. *a)* „Graphische Theorie der Turbinen und Kreiselpumpen“ von Prof. *G. Hermann* in Aachen, zuerst veröffentlicht bei Neubearbeitung von Weissbach's Ingenieur- und Maschinenmechanik, dann 1887 als Monographie; *b)* „Graphische Lösung von hydraulischen Aufgaben“ von Ing. *O. Spiess-Faesch* in Basel, veröffentlicht im Jahrg. 1887 von Schillings Journ. für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung; *c)* graphische Darstellung der Wasserspiegelsbewegung in Wasserschlässern, vom Vortragenden veröffentlicht im Bd. LII der Schweiz. Bauztg. im Artikel „Wasserschlossprobleme“.

Ad. IV. Als hydrodynamische werden solche Probleme bezeichnet, welche die detaillierte Bestimmung des Bewegungszustandes strömender Flüssigkeiten zum Ziele haben; die Behandlung solcher Probleme hat in der technischen Literatur erst in jüngster Zeit eine regere Entwicklung genommen. Die exakte Hydrodynamik gibt die theoretischen Grundlagen; für eine praktische Verwendung derselben durch den konstruierenden oder untersuchenden Ingenieur erscheint die Ermittlung graphischer Methoden angezeigt. Holz Müller's „Ingenieur-Mathematik“ enthält bezügliche Anregungen. Im Bd. LII der Schweiz. Bauzeitung erörtert der Vortragende in der Studie „Zur Geometrie der konformen Abbildung von Schaufelrissen“ ein Hilfsmittel zur Darstellung von Strömungsbildern auf Rotationsflächen.

Für den weiteren Ausbau graphischer Methoden zur Behandlung hydrodynamischer Probleme werden folgende allgemeine Eigenschaften ebener, orthogonaler Trajektorien als geeignet angeführt:

1. Die Gesamtheit ebener orthogonaler Trajektorien kann in Kategorien unterteilt werden, die sich durch eine in die Differentialgleichungen eintretende Funktion unterscheiden, indem in

$$\frac{\delta \varphi}{\delta x} = + \mu \frac{\delta \psi}{\delta y} \dots (a_1); \quad \frac{\delta \varphi}{\delta y} = - \mu \frac{\delta \psi}{\delta x} \dots (a_2)$$

oder in

$$\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\delta \mu}{\delta x} \cdot \frac{\delta \varphi}{\delta x} + \frac{\delta \mu}{\delta y} \cdot \frac{\delta \varphi}{\delta y} \right) = 0, \dots (b_1)$$

$$\frac{\delta^2 \psi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \psi}{\delta y^2} - \frac{1}{\mu} \left(\frac{\delta \mu}{\delta x} \cdot \frac{\delta \psi}{\delta x} + \frac{\delta \mu}{\delta y} \cdot \frac{\delta \psi}{\delta y} \right) = 0, \dots (b_2)$$

φ und ψ die Trajektorienfunktionen und μ die Kategorienfunktion bedeuten.

2. Durch jedes Trajektorienpaar wird die Koordinatenebene in elementare krummlinige Rechtecke unterteilt, deren Seitenverhältnis dann durch die Funktion μ bestimmt ist, wenn die Differenzen der Parameterwerte beider Kurvenscharen sowohl unter- als auch gegeneinander gleich gross sind; hieraus folgt weiter, dass die Diagonalen der Rechtecke wieder zwei Kurvenscharen bilden, deren Neigung gegen die φ - resp. ψ -Kurven ebenfalls durch μ bestimmt ist. Diese Eigenschaften ergeben sich aus der Beziehung zwischen $\frac{\delta \varphi}{\delta s_\psi}$ und $\frac{\delta \psi}{\delta s_\varphi}$ im Grenzfall $\frac{\Delta \psi}{\Delta \varphi} = 1$; ds_ψ und ds_φ sind die Längendifferentiale der ψ - und φ -Kurven.

3. Die Krümmungsradien (resp. Krümmungsmasse) der φ - und ψ -Kurven sind durch folgende zur graphischen Darstellung geeignete Formeln bestimmt:

$$\frac{1}{\varrho_\varphi} = - \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{ds_\psi} - \frac{1}{M} \frac{dM}{ds_\psi} \dots (d_1); \quad \frac{1}{\varrho_\psi} = + \frac{1}{M} \frac{dM}{ds_\varphi} \dots (d_2)$$

mit

$$M = \sqrt{\left(\frac{\delta \varphi}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta \varphi}{\delta y}\right)^2} = \frac{1}{\mu} \sqrt{\left(\frac{\delta \psi}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta \psi}{\delta y}\right)^2}$$

Sind μ und M , wie praktischen Fällen entsprechend, als Funktionen von s_ψ und s_φ bekannt, so wird z. B. ϱ_ψ durch die Subtangente der auf s_φ aufgetragenen M -Kurve erhalten.

4. Es bestehen zwischen den Kurvenscharen verschiedener Kategorien Verwandtschaften, welche dem Zwecke der graphischen Darstellung dienlich sind; bestimmt man z. B. zwei Funktionen φ und ψ derart, dass die ψ -Kurven der Form nach mit den μ -Kurven übereinstimmen, dass also $\psi = f(\mu)$ wird, so geben die Diagonalkurven zu φ , ψ Schablonen zur Einzeichnung von Diagonalelementen anderer Trajektorien derselben Kategorie. — Die Benutzung dieser Eigenschaften wurde an zwei Beispielen erläutert.

Der Uebergang zu den hydrodynamischen Problemen ist durch die erste Eigenschaft gegeben. Den Differentialgleichungen *a)* und *b)* entsprechen potentielle Schichtenbewegungen mit ebener Mittelfläche und nach $\sigma = \varepsilon \mu$ veränderlicher Schichtstärke; ε hat die Dimension einer unendlich kleinen Länge. Durch konforme Abbildung der ebenen auf die krumme Mittelfläche einer Schicht, deren Stärke in konform zugeordneten Punkten gleich derjenigen der Schicht mit ebener Mittelfläche ist, erhält man potentielle Bewegungsformen in gekrümmten Schichten und hiemit den Uebergang für die Darstellung dreidimensionaler Potentialbewegungen.

Diskussion: Herren Prof. *Fueter*, *Grossmann*.

4. Herr Prof. Dr. *O. Spiess*, Basel, entwickelt *geometrische Betrachtungen*. Bewegt sich eine gerade Strecke so, dass sie beständig in eine Erzeugende einer Regelfläche fällt und dass ihr Mittelpunkt zugleich die Striktionslinie dieser Fläche durchläuft, so beschreiben ihre Endpunkte Kurven mit gleicher Bogenlänge. Der Ort der Mittelpunkte heisst *Gleitkurve*, die von den Enden erzeugten Linien heissen „*kolligierte Endkurven*“. Sind die Gleitkurven und die sphärische Indikatrix der Regelfläche algebraisch, so sind auch die beiden Endkurven algebraisch und umgekehrt. Man sucht nun alle kolligierten Kurven zu finden, die 1. auf gegebenen Flächen liegen, oder 2. unter sich kongruent resp. symmetrisch sind, oder die 3. in eine einzige (ana-

lytisch monogene) Kurve zusammenfallen. Diese letzteren, „Z-Kurven“ genannten Linien besitzen eine Sehne, deren zugehöriger Bogen konstant ist. Ist er z. B. gleich dem halben Umfange, so ist die betreffende Z-Kurve die Randkurve eines Möbius'schen Blattes. Der Spezialfall der ebenen Z-Kurven führt auf eine merkwürdige Funktionalgleichung.

Diese Betrachtungen lassen sich erweitern, indem man die „aequolong“-bewegte Strecke eine zweifach unendliche Mannigfaltigkeit von Lagen durchlaufen lässt. Die zugehörigen Geraden bilden dann eine sog. isotrope Kongruenz und die von den Enden der Strecke erzeugten „kolligierten Endflächen“ sind auf einander abwickelbar. Besonders interessant sind wieder die Fälle, in denen die beiden Flächen kongruent oder symmetrisch sind oder in eine einzige „Z-Fläche“ zusammenfallen. Spezielle Z-Flächen erhält man z. B., wenn man als Ort der Streckenmittelpunkte eine einseitige Fläche nimmt.

Diskussion: Herren *Grossmann*, *Meissner*, *Fueter*.

5. An Stelle des am Erscheinen verhinderten Herrn Prof. Dr. *Mirimanoff*, Genf, trägt, nach einer kurzen Einleitung durch den Vorsitzenden, Herr Prof. Dr. *Fehr* die Entwicklungen des Abwesenden vor, betitelt: *Sur le dernier théorème de Fermat*.

Supposons que l'équation de Fermat

$$x^p + y^p + z^p = 0,$$

p étant un nombre premier supérieur à 2, soit possible en nombres entiers x, y, z premiers à p et soit τ l'un des six rapports $\frac{x}{y}, \frac{z}{y}, \frac{x}{z}, \frac{y}{x}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x}$. Dans une note insérée aux „Comptes Rendus“ du 24 janvier j'ai montré que τ vérifie un système de congruences dont les plus simples fournissent les conditions $q(2) \equiv 0$ (criterium de M. *Wieferich*) et $q(3) \equiv 0$, $q(m)$ désignant le quotient de Fermat $\frac{m^{p-1} - 1}{p}$. D'autres conditions se rattachant aussi au criterium de *Wieferich* ont

été données par M. *Frobenius* dans les Ber. Akad. Berlin du 24 février. Mais voici un critère un peu différent qu'on obtient à l'aide de considérations analogues. Désignons par $\varphi_{p-1}(t)$ le polynome $t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots - \frac{t^{p-1}}{p-1}$, qu'on peut écrire aussi $\frac{(1+t)^p - 1 - t^p}{p}$. On sait que $\varphi_{p-1}(t)$ s'annule pour $t = \tau$ (propriété déjà utilisée par *Legendre*); la congruence $\varphi_{p-1}(t) \equiv 0$ admet donc les six racines $t = \frac{x}{y}$, etc. Mais il y a plus, et c'est là le résultat que je voulais indiquer: cette congruence admet aussi les racines $t = -\tau$ et $t = -\tau^2$. Je tiens encore à faire remarquer que les critères précédemment rappelés expriment des propriétés particulières du polynome $\varphi_{p-1}(t)$. Les conditions $q(2) \equiv 0$, $q(3) \equiv 0$ reviennent en effet à celle-ci: La congruence $\varphi_{p-1}(t) \equiv 0$ admet les racines 1 et 2.

Des résultats analogues et la théorie détaillée de la méthode dont je me suis servi dans ces recherches paraîtront prochainement dans le Journ f. r. u. a. Math.

6. Herr Prof. Dr. *E. Meissner*, Zürich, spricht über eine durch ein reguläres Tetraëder nicht stützbar Fläche. Die Theorie der Stützung untersucht u. a., wann ein konvexer Körper mit der Oberfläche F durch Stützebenen festgeklemmt wird. Weist die Fläche F gewisse Besonderheiten auf, so tritt dieser Fall überhaupt nie ein. So gestattet z. B. eine gestützte Rotationsfläche stets noch die Drehungen um ihre Achse, die gestützte Kugel sogar noch eine dreiparametrische Schar von Bewegungen, die Drehungen um ihr Zentrum. Diese Eigenschaft ist nicht der Kugel allein eigentümlich. Eine Fläche konstanter Breite ist im Inneren des umschriebenen Würfels ebenfalls mit drei Freiheitsgraden beweglich. Man wird allgemein die Flächen aufsuchen, denen ein stützendes reguläres Polyëder nur drei Freiheitsgrade raubt.

Ist das Polyöder ein Tetraëder, so muss die Fläche F eine dreiparametrische Schar von Bewegungen so ausführen können, dass sie dabei stets die vier Seitenflächen eines regulären starren Tetraëders berührt.

Dies ist der Fall, wenn alle ihr umschriebenen regulären Tetraëder kongruent sind. Eine solche Fläche soll hier angegeben werden.

Seien ξ, η, ζ die Richtungskosinusse des Lotes vom Fixpunkte O auf eine Tangentialebene von F , und sei $p = p(\xi, \eta, \zeta)$ die Länge dieses Lotes. Dann muss diese für die Fläche charakteristische Funktion der Gleichung

$$(1) \quad \sum_{i=1}^4 p(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = k = \text{konstant}$$

genügen. Hierbei bedeuten (ξ_i, η_i, ζ_i) , $i = 1, 2, 3, 4$ irgend vier gleiche Winkel miteinander bildende Richtungen.

Eine spezielle einfache Lösung der Funktionalgleichung (1) liefert jede Funktion zweiten Grades in (ξ, η, ζ) . Orientiert man das Koordinatensystem nach dem „Mittelpunkt“ und den „Hauptaxen“ der Fläche, so kann man setzen

$$(2) \quad p(\xi, \eta, \zeta) = A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2.$$

Die linke Seite von (1) wird

$$A \sum_{i=1}^4 \xi_i^2 + B \sum_{i=1}^4 \eta_i^2 + C \sum_{i=1}^4 \zeta_i^2,$$

und die hier auftretenden Summen haben alle den Wert $\frac{4}{3}$, sind also konstant. Man kann sie nämlich als Trägheitsmomente eines Massensystems auffassen, dessen Zentrallipsoid aus Symmetriegründen eine Kugel sein muss. Damit aber wird der Ausdruck (1) $\frac{4}{3}(A + B + C) = h$.

Die durch den Ansatz (2) dargestellte Fläche F liefert somit eine Lösung. Sie ist konvex, wenn $A \geq B \geq C \geq \frac{A}{2} > 0$ vorausgesetzt wird. Sie gleicht dann einem dreiaxigen Ellipsoid. Bezüglich der drei Koordinatenebenen ist sie symmetrisch. Ihre Hauptschnitte, sowie alle ihre Profile

sind Ovale, deren sämtliche umschriebenen gleichseitigen Dreiecke kongruent sind. Die Fläche F wird von einer einparametrischen Schar von Kurven 4. Ordnung überdeckt, die sich nicht schneiden. Eine davon degeneriert in ein Ellipsenpaar. Es gibt zwei Ebenenstellungen, auf die sich die Fläche als Kreis (vom Radius B) projiziert. Alle der Fläche umschriebenen rechtwinkligen Parallelepipede haben dieselbe totale Kantenlänge. Endlich ist die Fläche F bezüglich des Ellipsoïdes

$$\frac{x^2}{\sqrt{A}} + \frac{y^2}{\sqrt{B}} + \frac{z^2}{\sqrt{C}} - 1 = 0$$

polarreziprok zur *Fresnel'schen Elastizitätsfläche*¹⁾

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = \frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} + \frac{z^2}{C};$$

sonach ist F von der 4. Klasse.

Diskussion: Herren Prof. *Spiess*, *Fueter*.

7. M. le prof. *H. Fehr*, Genève, fait des communications sur *l'Etat actuel des travaux de la Commission internationale de l'enseignement mathématique et de sa Sous-commission suisse*.

Après avoir rappelé brièvement le but et l'organisation de la Commission chargée par le 4^{ème} Congrès international des mathématiciens (Rome 1908) de *faire une étude d'ensemble des tendances modernes de l'enseignement mathématique dans les divers pays*, M. Fehr, qui est à la fois secrétaire-général de la Commission et président de la Sous-commission suisse, donne un aperçu de l'état actuel des travaux.

L'enquête s'étend sur tout l'enseignement mathématique, depuis la première initiation, jusqu'aux études universitaires, et porte non seulement sur l'enseignement de culture générale, mais aussi sur les écoles techniques et professionnelles des divers ordres. Elle se justifie par le fait

¹⁾ Diese Bemerkung verdanke ich Herrn Prof. *Geiser* (Zürich).

que l'enseignement des mathématiques prend aujourd'hui un caractère nouveau en raison du développement considérable des diverses disciplines scientifiques qui, pour la plupart, demandent aux mathématiques de leur fournir un instrument auxiliaire de plus en plus indispensable. Le travail de la Commission est appelé à coordonner et à faire connaître les efforts que font les professeurs et les savants pour que l'enseignement réponde aux exigences modernes. Dans chaque pays des Sous-commissions ont été constituées pour élaborer des rapports suivant le plan général établi par le Comité central dans son „Rapport préliminaire“, qui a été traduit dans les principales langues. De nombreux rapports sont déjà terminés et ont été présentés à la réunion que la Commission a tenue à Bruxelles le 9 et 10 août 1910. M. Fehr présente ces publications et les met en circulation.

Il donne quelques indications sur le plan adopté en Allemagne, en France, etc. et dont on trouve le détail dans „*l'Enseignement mathématique*“ qui est l'organe officiel de la Commission.

Passant ensuite à la Suisse, il faut ressortir les difficultés nombreuses que rencontre la Sous-commission par le fait de la diversité des organisations cantonales. Le travail a été réparti entre plusieurs comités. Leur étude est basée

1^o Sur l'étude comparée des programmes, plans d'études et autres documents fournis par les institutions.

2^o Sur les réponses aux questionnaires adressées aux directeurs et aux professeurs.

3^o Eventuellement sur des visites aux établissements.

Les rapports sont répartis comme suit :

Enseignement primaire : par M. Stoecklin, Liestal (Bâle).

Ecoles moyennes élémentaires (Mittelschulen) : par M. Badertscher (Berne).

Enseignement secondaire supérieur : par M. Brandenberger (Zurich).

Ecoles supérieures de jeunes filles : par M. Gubler (Zurich).

Enseignement technique moyen: par M. *Crelier* (Bienne),
avec la collaboration de MM. *Stiner* (Winterthur) et
Lalive (La-Chaux-de-Fonds).

Ecoles de Commerce et d'administration, etc.: par M. *Morf*
(Lausanne).

*Séminaires, Ecoles normales d'instituteurs et institutrices
primaires*: par M. *Scherrer* (Küsnacht).

Enseignement universitaire: par M. *Graf* (Berne).

Enseignement technique supérieur: par M. *Grossmann*
(Zurich).

En outre, bien qu'il s'agisse pas d'établissements officiels, la Sous-commission a estimé qu'il serait utile d'avoir un exposé de l'enseignement mathématique dans les écoles nouvelles dites „*Landerziehungsheime*“, créés tout d'abord en Allemagne et dont on trouve aujourd'hui plusieurs établissements similaires en Suisse. Le rapport a été confié à M. *Matter* (Frauenfeld).

Ces rapports sont publiés avec le concours de la Confédération et des principaux cantons sous le titre: „*L'Enseignement mathématique en Suisse, rapports de la Sous-commission suisse, publiés sous la direction de M. H. Fehr.*“ Un premier fascicule a paru en janvier 1909; il contient, avec une courte introduction, un extrait du „Rapport préliminaire“ (en allemand et en français), la liste des membres de la Commission internationale et de la Sous-commission suisse, les circulaires et les questionnaires adressés aux directeurs et aux professeurs.

8. Herr Prof. Dr. *F. Rudio*, Zürich, macht *Mitteilungen über die Herausgabe der Werke Leonhard Eulers*. Nachdem am 6. September 1909 in Lausanne einstimmig beschlossen worden war, die Herausgabe der Werke Leonhard Eulers zu unternehmen und zwar in der Originalsprache, wurde das grosse Werk sofort in Angriff genommen. Im Dezember 1909 wurde der Vortragende zusammen mit den Herren Prof. *A. Krazer* und Prof. *P. Stäckel*

in Karlsruhe mit der Durchführung des Unternehmens betraut. Das Redaktionskomitee arbeitete sofort einen Redaktionsplan aus, unternahm eine sorgfältige Revision des Stäckelschen Verteilungsplanes und liess es sich angelegen sein, für die 44 Bände geeignete Herausgeber zu gewinnen. Alle diese Arbeiten sind jetzt erledigt. Der erste Band, die Algebra, ist dank der Mühewaltung des herausgebenden Herrn Prof. *Weber* in Strassburg und der Firma *B. G. Teubner*, die den Druck besorgt, soweit gediehen, dass um die Jahreswende der fertige Band vorliegen wird. Auch die Mechanik und die Dioptrik werden zu Anfang 1911 erscheinen können. Am Schlusse des Jahres werden wohl 5 Bände vorliegen. Nachdem von *Eneström* ein vollständiges Verzeichnis der Werke Eulers verfertigt war, erhielt die Kommission von der Petersburger Akademie die Zusicherung, dass ihr alle Eulerschen Manuskripte zugesandt werden würden. Die Sammlung umfasst 165 Faszikel, unter denen, wie die erste, noch nicht definitive Durchsicht ergibt, eine ganze Reihe neuer, noch nicht bekannter Arbeiten Eulers sich befinden. Es sind auch eine grössere Anzahl Summarien darunter, Referate Eulers, von seiner Hand geschrieben, über eigene Arbeiten und über Arbeiten anderer, von deren Existenz bis jetzt nichts bekannt war; ferner findet sich darunter eine grosse Zahl bisher unbekannter Briefe Eulers. Da von diesen die Originale nicht in die Druckerei gegeben werden können, wird alles doppelt photographiert; das eine Exemplar kommt ins Archiv, das andere zur Druckerei. So wird mit der Zeit eine Art Eulermuseum entstehen, als dessen zukünftiger Sitz sich die Universitätsbibliothek von Basel am besten eignen dürfte.

Der erste Band wird neben der Algebra die Lobrede von *Nikl. Fuss* auf Euler enthalten, und zwar in der Fassung, wie sie in Basel zum Druck kam, nicht wie sie in Petersburg gehalten wurde. Ebenso wird der *Mechel'sche* Stich, nach dem Gemälde von *Handmann* aus dem Jahre

1750, den Band zieren. Es soll auch überhaupt je der erste Band einer Serie ein Bild Eulers enthalten: so die Mechanik den *Weber*'schen Stich resp. eine Heliogravüre danach. Von diesem Stiche, so wie von einem zweiten nach dem Bilde von *Darbes*, spezieller wohl nach dem Kupferstiche von *Küttner* (1780), auf Stahl gestochen etwa um die Mitte des letzten Jahrhunderts, sind von Petersburg nach Zürich die Originalplatten gesandt worden. Mit einer Bitte um Mit-hilfe beim Aufsuchen und Aufspüren von noch unbekanntem, vielleicht in Privatbesitz sich befindenden Briefen von Euler, schliesst der Vortragende seine interessanten Mitteilungen.

Anschliessend erzählt Herr Prof. *Fehr* (Genf) von der Auffindung des *Darbes*'schen Gemäldes von Euler in Genf. Das Bild, das aus einem Petersburger Nachlass nach Genf gekommen war, war dort lange im Verborgenen mit weniger wertvollen Kunstschatzen zusammen aufbewahrt worden und ist nun seiner Unbeachtetheit entrissen. Prof. *Fehr* weist eine Photographie des Bildes vor, die einen interessanten Vergleich mit dem von privater Seite vorgelegten alten *Küttner*'schen Stiche vom Jahre 1780 und dem erlaubt, welcher von der oben erwähnten, von der Petersburger Akademie zum Abdruck geliehenen Platte erhalten ist.

9. Herr Dr. *R. Laemmel*, Zürich, spricht über *Mathematik und Biologie*. Der Vortragende verzichtet im Hinblick auf eine demnächst erscheinende Publikation auf ein Referat für die Verhandlungen.
