

Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.
Wissenschaftlicher und administrativer Teil = Actes de la Société
Helvétique des Sciences Naturelles. Partie scientifique et administrative
= Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 141 (1961)

Artikel: Eröffnungsansprache und einleitender Vortrag zum Thema

Autor: Schilt, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-90532>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Eröffnungsansprache und einleitender Vortrag zum Thema

Von PD Dr. H. SCHILT, Jahrespräsident (Biel)

Es ist mir eine große Freude, Sie hier im Namen des Jahresvorstandes begrüßen zu dürfen. Die meisten Schweizer Städte sind schon verschiedene Male Tagungsort der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft gewesen, Biel dagegen hat zum ersten Male die Ehre, diese hohe Gesellschaft zu beherbergen. Der Jahresvorstand hofft, daß Sie sich bei uns wohl fühlen und daß Sie während der drei Tage fruchtbare Arbeit leisten können.

Für die Hauptvorträge haben wir das Thema «Symmetrie und Form» gewählt. Man kann sich fragen, ob es in Anbetracht der totalen Bedrohung des Menschen heute sinnvoll ist, über ein solches Thema zu sprechen. Dieses wäre wohl besonders geeignet, wenn es darum ginge, mittelalterliche Bilder und Kirchenfassaden zu besprechen, hat man doch damals zum Entwerfen von Gemälden geometrische Netze benutzt und besonders Wert auf symmetrische Gestaltung eines Gebäudes gelegt.

Symmetrien sind in der modernen Kunst nicht erwünscht, selbst die Motive heutiger Tapeten und Stoffmuster zeichnen sich durch allerniedrigste Symmetrie aus. Obwohl man neuerdings der Form unserer Gebrauchsgegenstände wieder mehr Beachtung schenkt, spielt die Symmetrie doch nicht die Rolle wie noch zur Zeit unserer Urgroßväter. – Selbst in der Wissenschaft scheint die Bedeutung der Symmetrie eine Einbuße erlitten zu haben, wie man aus neueren physikalischen Experimenten schließen kann. Auch wichtige Eigenschaften der festen Körper beruhen auf Fehlordnungen oder im Kristallgitter eingebauten Fremd-atomten. Viele, sogar die meisten Lebewesen, die äußerlich eine symmetrische Form aufweisen, weichen in ihrem Innern wesentlich von dieser Symmetrie ab.

Es wären also wohl genügend Gründe vorhanden, um sich gerade mit dem Asymmetrischen und Formlosen zu beschäftigen. Dennoch haben wir es gewagt, das Thema «Symmetrie und Form» zu wählen; wir glauben, daß der Begriff der Symmetrie auch heute noch einem Licht vergleichbar ist, das ins Unerforschte leuchtet und Erforschtes neu erglänzen läßt. Die Hauptreferate werden uns Wege zum Unbekannten weisen; lassen Sie mich, verehrte Zuhörer, nun Bekanntes mit dem Lichte der Symmetrie beleuchten.

In der Schule haben Sie sich alle einmal mit der Auflösung von quadratischen Gleichungen beschäftigt, oder etwas anders ausgedrückt: Sie haben die Nullstellen einer quadratischen Funktion bestimmt. Diese Funktion wird geometrisch durch eine Parabel dargestellt. Sie erinnern sich, daß diese Aufgabe dann besonders einfach ist, wenn die y -Achse des Koordinatensystems mit der Parabelachse zusammenfällt; das Koordinatensystem hat dann bezüglich der Parabel eine symmetrische Lage. Dieses einfache Beispiel ist für viele erkenntnistheoretische Fragen typisch: Wenn ein Problem eine innere Symmetrie aufweist, so besteht auch zwischen den Lösungen des Problems eine Symmetrie, und das Aufsuchen der Lösungen wird wesentlich erleichtert oder sogar erst ermöglicht dadurch, daß wir unsern Standpunkt und die Lösungsmethode der Symmetrie des Problems anpassen.

Das Wort Symmetrie wird oft nur für die Spiegelbildlichkeit benutzt. Es ist aber zweckmäßig, den Begriff Symmetrie allgemeiner zu fassen. Wir bedienen uns dazu der Vorstellung der Decktransformation. Ein spiegelsymmetrisches Gebilde kommt Punkt für Punkt zur Deckung, wenn jeder Punkt an der Spiegelebene gespiegelt wird. Die Spiegelung ist eine besondere Decktransformation. Andere Decktransformationen sind: Translationen (Schiebungen), Umklappungen, Drehungen um einen ganzzahligen Teil eines Vollwinkels, Gleitspiegelungen und Schraubungen. Geometrische Figuren, z. B. Dreiecke, Tetraeder, Würfel, Ornamente usw., besitzen Decktransformationen. So kann ein gleichseitiges Dreieck auf sechs verschiedene Arten mit sich zur Deckung gebracht werden, nämlich durch Drehungen von 120° und 240° um eine Achse senkrecht zur Dreiecksebene, Spiegelungen an den drei Höhen und ferner, nicht zu vergessen, die identische Transformation E , diejenige, die an der ganzen Figur nichts ändert, z. B. die Drehung um 0° . Ein schiefwinkliges Dreieck gestattet nur die identische Transformation E . Ein gleichschenkliges Dreieck hat zwei Decktransformationen, nämlich E und die Spiegelung an der Höhe über der Basis. Vom mathematischen Standpunkt aus bilden die Decktransformationen einer bestimmten geometrischen Figur eine Gruppe; eine einzelne Transformation ist ein Element dieser Gruppe. Eine Menge von Elementen bilden dann eine Gruppe, wenn sie den vier Gruppenaxiomen genügen:

I. Zwischen je zwei Elementen ist eine Verknüpfung definiert, das Resultat dieser Verknüpfung soll wieder ein Element der Menge sein:

$$A \cdot B = C$$

II. Bei der Verknüpfung von drei Elementen soll es gleichgültig sein, welche zwei man zusammenfaßt: $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

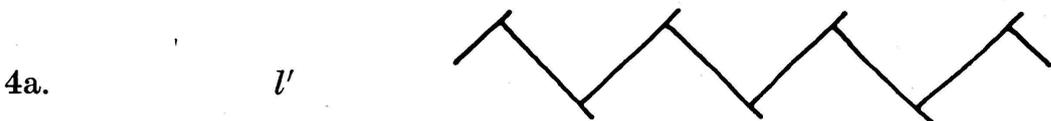
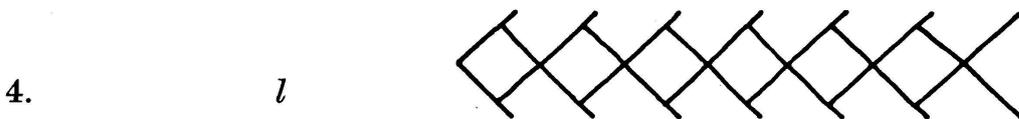
III. Es soll ein Einheitselement E geben: $E \cdot A = A \cdot E = A$

IV. Es soll zu jedem Element A der Menge ein Inverses A^{-1} geben: $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$

Eine wunderschöne Darstellung von Gruppen bilden die Decktransformationen von geometrischen Ornamenten. Es ist eine bemerkenswerte Tatsache, daß es nur eine beschränkte Anzahl Symmetriemöglichkeiten gibt, trotzdem kann jede Symmetriestruktur die Grundlage zu einer beliebigen Anzahl verschiedener Ornamente bilden. Ich versuche, anhand der Streifenornamente Ihnen das Wesentliche zu zeigen. Für den einseitigen Streifen gibt es im ganzen nur sieben verschiedene Symmetrien, für die hier je ein Muster folgt:



1. Die Translation und das Einheitselement allein



2. Die Translation und die 180°-Drehung A um eine senkrechte Achse

3. Die Translation und Spiegelungen q quer zum Streifen

4. Die Translation und Spiegelungen l längs des Streifens

4a. Die Translation und die Gleitspiegelung l' längs des Streifens



5. Die Translation, Drehung A , Spiegelungen q und l

5a. Die Translation, Drehung A , Spiegelung q und Gleitspiegelung l'

Wenn man von den Translationen absieht, besteht die Gruppe der Decktransformationen bei 1 aus E allein, bei 2, 3 und 4 aus den Elementen E und X , wobei $X = A, q$ oder l sein kann und für die Verknüpfung die Tafel

$$\begin{array}{cc} & E X \\ E & E X \\ X & X E \end{array} \text{ gilt } \left(\text{abgekürzt geschrieben: } \begin{array}{cc} E X \\ X E \end{array} \right).$$

Die Decktransformationen von 5 bestehen aus den Elementen E, A, q und l mit der abgekürzten Verknüpfungstafel

$$\begin{array}{cccc} E & A & q & l \\ A & E & l & q \\ q & l & E & A \\ l & q & A & E \end{array}$$

die, wie ersichtlich, in Teile zerfällt, welche je die gleiche Struktur aufweisen wie die vorhergehende Tafel. Dies bedeutet eine innere Verwandtschaft, für die man ebenfalls das Wort Symmetrie benutzen kann. Diese Gruppe heißt Vierergruppe.

Wenn man einen zweiseitigen Streifen betrachtet, entweder indem man ein durchsichtiges Papier vorn und hinten bemalt oder indem man Bandüberdeckungen berücksichtigt, so kommen neben E, A, q und l noch Drehungen Q um eine Querachse, Drehungen L um eine Längsachse, Zentralsymmetrie s und Spiegelungen h an der Streifenebene dazu. Die volle Gruppe wird durch folgende Tafel wieder gegeben:

$$\begin{array}{cccccccc} E & A & Q & L & s & h & l & q \\ A & E & L & Q & h & s & q & l \\ Q & L & E & A & l & q & s & h \\ L & Q & A & E & q & l & h & s \\ s & h & l & q & E & A & Q & L \\ h & s & q & l & A & E & L & Q \\ l & q & s & h & Q & L & E & A \\ q & l & h & s & L & Q & A & E \end{array}$$

Auch diese Gruppe besitzt, wie ersichtlich, innere Symmetrien, sie enthält z.B. die Vierergruppe als Untergruppe.

Wenn man von den Gleitspiegelungen und den Schraubungen absieht, gibt es im ganzen 16 Symmetrietypen für den zweiseitigen Streifen.

Nämlich: eine Gruppe vom Typus E , sieben vom Typus $\begin{smallmatrix} E & X \\ X & E \end{smallmatrix}$ mit $X = A, Q, L, s, h, l$ oder q (Abb. 2, Seite 16), weitere sieben vom Typus der Vierergruppe

$$\begin{array}{cccc} E & X & Y & Z \\ X & E & Z & Y \\ Y & Z & E & X \\ Z & Y & X & E \end{array}$$

wobei für (X, Y) die Elementenpaare $(A, L), (A, l), (A, h), (A, l), (Q, l), (L, q)$ oder (L, h) stehen können (Abb. 3a und 3b, Seiten 17 und 18), und endlich die volle Symmetriegruppe mit A, L und h als erzeugende Elemente (Abb. 4, Seite 18).

Berücksichtigt man auch die Gleitspiegelung und die Schraubungen, so erscheinen die Gruppen, welche L, h oder l enthalten, in doppelter Zahl und diejenigen mit L und h in vierfacher Anzahl, das gibt zusammen 31 verschiedene Symmetrien für den zweiseitigen Streifen.

Zur Übersicht sei angeführt, daß es für

	Klassen	Gruppen
Ornamente auf einer Geraden	2	2
einseitige Streifenornamente	5	7
einseitige Flächenornamente	10	17
zweiseitige Streifenornamente	16	31
zweiseitige Flächenornamente	27	80
im dreidimensionalen Raum	32	230

gibt.

Schneckenhäuser, Blattrispen, Tannzapfen usw. sind auch symmetrische Gebilde, deren Deckoperationen zu den bisherigen noch Streckungen enthalten. Gleich wie bei den Translationen muß man auch bei den Drehstreckungen von den in der Wirklichkeit notwendigen Begrenzungen der Gebilde absehen.

Ähnlich wie die Gruppentheorie eine Ordnung unter den vielen möglichen Ornamenten erzeugt, hat sie in mannigfaltiger Weise ordnende Funktion in der ganzen Naturwissenschaft; ich nenne nur: Spektralordnung, Kristallstrukturlehre, Blüten- und Blattordnungen usw.

Im Anschluß an die mächtigen Erfolge des Newtonschen Gravitationsgesetzes hat man im Anfang des letzten Jahrhunderts die Wirkungen des Magnetismus und der elektrischen Ladungen mit einem ähnlich gebauten Gesetz, dem Coulombschen Gesetz, dargestellt und verstehen wollen. Dabei erhielt man für entsprechende magnetische und elektrische Größen die gleiche geometrische Struktur. Die großartige Theorie von Maxwell, die nun bald hundert Jahre alt ist, hat wohl die Elektrodynamik auf eine ganz neue Grundlage gestellt. Aber erst E. Mach hat darauf aufmerksam gemacht, daß das Magnetfeld nicht die gleiche geometrische Struktur aufweisen kann wie das elektrische Feld. Es gibt viele Möglichkeiten, diesen Sachverhalt einzusehen. Wir benutzen dazu die Vorstellung einer ebenen, polarisierten, elektromagne-

tischen Welle (Licht- oder Radiowelle). Diese besteht aus einem elektrischen Feld E und einem dazu senkrechten magnetischen Vektor B . Wir benutzen ein räumliches, rechtsorientiertes Koordinatensystem und richten es so ein, daß E in der Richtung der y -Achse, B in Richtung der z -Achse zu liegen kommt. Die Gesetze der Physik oder entsprechende Experimente sagen dann, daß die Welle in Richtung der positiven x -Achse fortschreitet. Wird die Welle an einem Spiegel, der normal zur x -Achse steht, reflektiert, so breitet sich die Welle nachher in Richtung der negativen x aus. Soll die gegenseitige Orientierung der Felder E und B sowie die Ausbreitungsrichtung wieder dieselbe sein wie vorher, so müssen sich notwendigerweise E und B verschiedenartig spiegeln. Dadurch wird die früher ohne zureichende Gründe angenommene Gleichheit der geometrischen Strukturen von E und B widerlegt. Die Symmetrie, welche heute die Elektrodynamik beherrscht, ist etwas verborgenerer Art, als man sich das vor hundertfünfzig Jahren vorstellte, sie ist dafür auch umfassender. Magnetische Felder und Wirkungen haben immer eine Beziehung zu bewegten Ladungen oder bewegten elektrischen Feldern; sie können merkwürdigerweise nicht im zweidimensionalen Raum beschrieben werden. Es braucht dazu mindestens drei Dimensionen. Falls man eine zweckmäßige Darstellung der gesamten elektrodynamischen Vorgänge geben will, ist die vierdimensionale Raum-Zeit-Welt notwendig. In dieser werden die elektrischen und magnetischen Felder zu einem neuen Gebilde, dem elektromagnetischen Feldtensor, zusammengefaßt. Erst in dieser Darstellung kommen die physikalisch bedeutsamen Symmetrien der verschiedenen Felder und Größen sinnfällig und der physikalischen Wirklichkeit angemessen zur Geltung. Diese veränderte Auffassung der Elektrodynamik ist die Grundlage einer Symmetrisierung aller räumlich-zeitlichen Vorgänge und bedeutet auch eine Neuorientierung in erkenntnistheoretischer Richtung, so wie es uns die Relativitätstheorie lehrt. Dieses Beispiel zeigt, wie mächtig Symmetrieüberlegungen, d.h. gruppentheoretische Gesichtspunkte, sein können. Ähnliche Beispiele ließen sich aus dem Gebiete der gesamten Physik vorlegen. Weyl hat in seinem wunderschönen Buch über Symmetrie¹ denn auch die Behauptung aufgestellt, daß alle Apriori-Aussagen in der Physik ihren Ursprung in der Symmetrie haben.

Wenn wir das Wort Symmetrie benutzen, denken wir selten an ein Gebiet, in dem es in seiner allgemeinsten Bedeutung gebraucht werden dürfte, die Musik. Ich möchte mich nicht anheischig machen, eine Theorie über musikalische Kunstwerke zu entwickeln. Jedoch gestatten Sie mir, verehrte Zuhörer, Sie auf einige einfache musikalische Phänomene aufmerksam zu machen. Jedermann, auch derjenige, der von sich behauptet, er sei vollständig unmusikalisch, kann beim Anhören eines musikalischen Werkes Motive unterscheiden und feststellen, wie diese wiederholt und abgewandelt, immer wieder erscheinen. Es handelt sich hier offensichtlich um Deckoperationen in zeitlicher Folge. Genau wie beim Betrachten

¹ Weyl: Symmetrie, Birkhäuser (1955), S. 126.

eines geometrischen Ornamentes können wir stets wieder etwas Bekanntes erkennen und, was wesentlich ist, zum voraus seinen Verlauf ahnen. Natürlich beschränkt sich die Musik nicht auf diese Deckoperation, sondern enthält eine Fülle innerer Beziehungen, die durch die Harmonik, den Kontrapunkt, die Klangfarbe der Instrumente, die Dynamik und anderes mehr vermittelt werden. Das Bild von Lohse in «Kunst- und Naturform»² gibt Ihnen eine Ahnung, was ich damit meine. Das Band enthält keine Symmetrien, wie wir sie bei den Bandornamenten gesehen haben, und doch dürften Sie unschwer Form- und Farbbeziehungen finden, die das Band zu einem wohlklingenden Gebilde machen, das durchaus als optische Darstellung einer musikalischen Durchführung gelten darf. Sicher machen innere Beziehungen allein noch kein Kunstwerk aus, andererseits kann aber kein Kunstwerk ohne solche Beziehungen leben.

Es ist bekannt, daß Bach auf die Struktur in seinen Werken größten Wert gelegt hat. So weist der Zürcher Künstler und Musikpädagoge W. Frey darauf hin, daß in Bachs Werken oft einfache Zahlbeziehungen auftreten, die nicht zufällig entstanden sein können, sondern von Bach bewußt eingearbeitet wurden. Dieses Zahlengerüst ist für die meisten Hörer unerkennbar, und wir mögen es als eine barocke Schrulle betrachten; für Bach jedoch war dieses Gerüst etwas Ernstes und ist mit einer Verzierung zu vergleichen, wie sie mittelalterliche Künstler oft an Orten anbrachten, die kaum je ein Mensch zu Gesicht bekommt; diese Verzierungen sind da, allein zur Ehre Gottes. Daneben gibt es Beziehungen zwischen Themen, Harmonien, Tonleitern usw., die für den Hörer erkennbar und künstlerisch bedeutsam sind und die Struktur des musikalischen Werkes wesentlich bestimmen.

Sie werden in einigen Minuten das Werk hören, das Bach der Welt als Vermächtnis hinterlassen hat. Der geniale, jungvollendete W. Graeser hat bekanntlich die durcheinandergeratenen und ungeordnet überlieferten Teile der «Kunst der Fuge» nach inneren Symmetrien geordnet und ihnen damit wieder Gestalt und Form gegeben, eine Form, die trotz neuern Versuchen immer noch überzeugt³. Ich hoffe, daß etwas von der inneren Struktur dieses Werkes Wirklichkeit werde und Ihnen eine Ahnung geben wird von dem ungeheuren Reichtum, der in diesen Fugen eingefangen ist.

Meine Damen und Herren, ich komme zum Schluß. Obwohl durch meine Ausführungen das Thema «Symmetrie und Form» weder aktuell wurde noch erschöpfend zur Geltung kam, hoffe ich doch, Ihnen gezeigt zu haben, wie wesentlich die Symmetrie dazu beiträgt, unser Verständnis für die Werke der Natur und der Kunst zu vergrößern und zu vertiefen; daß es sich trotz allem lohnt, Symmetrien zu untersuchen, die den Formen der Dinge erst eine faßbare Gestalt geben und ohne die unsere Welt einem Chaos gleichen würde.

² Schmidt u. Schenk: Kunst- u. Naturform, Basilius-Press, Basel (1960), S. 77.

³ Bach-Jahrbuch, Ereitkopf & Härtel (1924), S. 1–104.

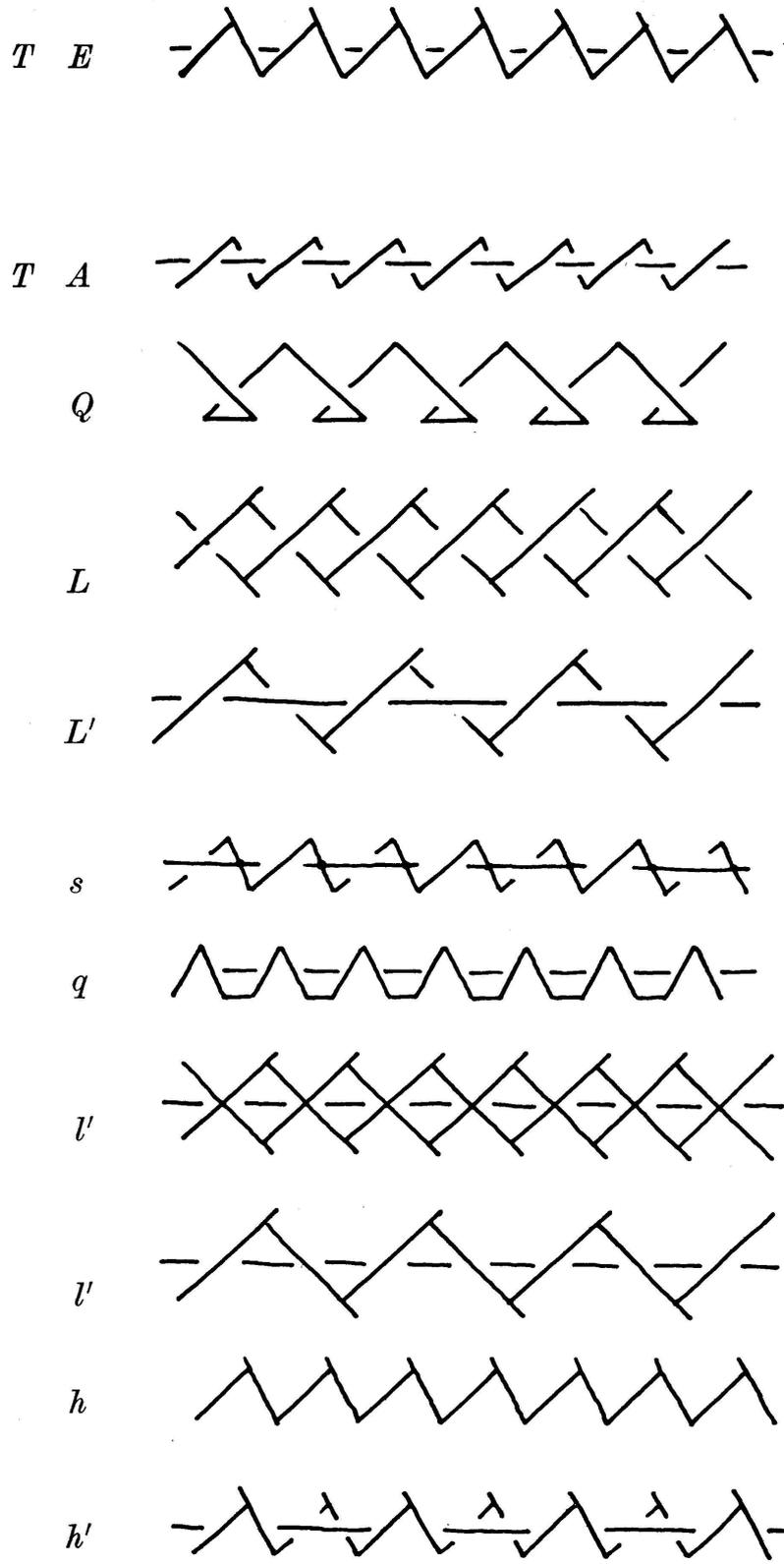


Abbildung 2

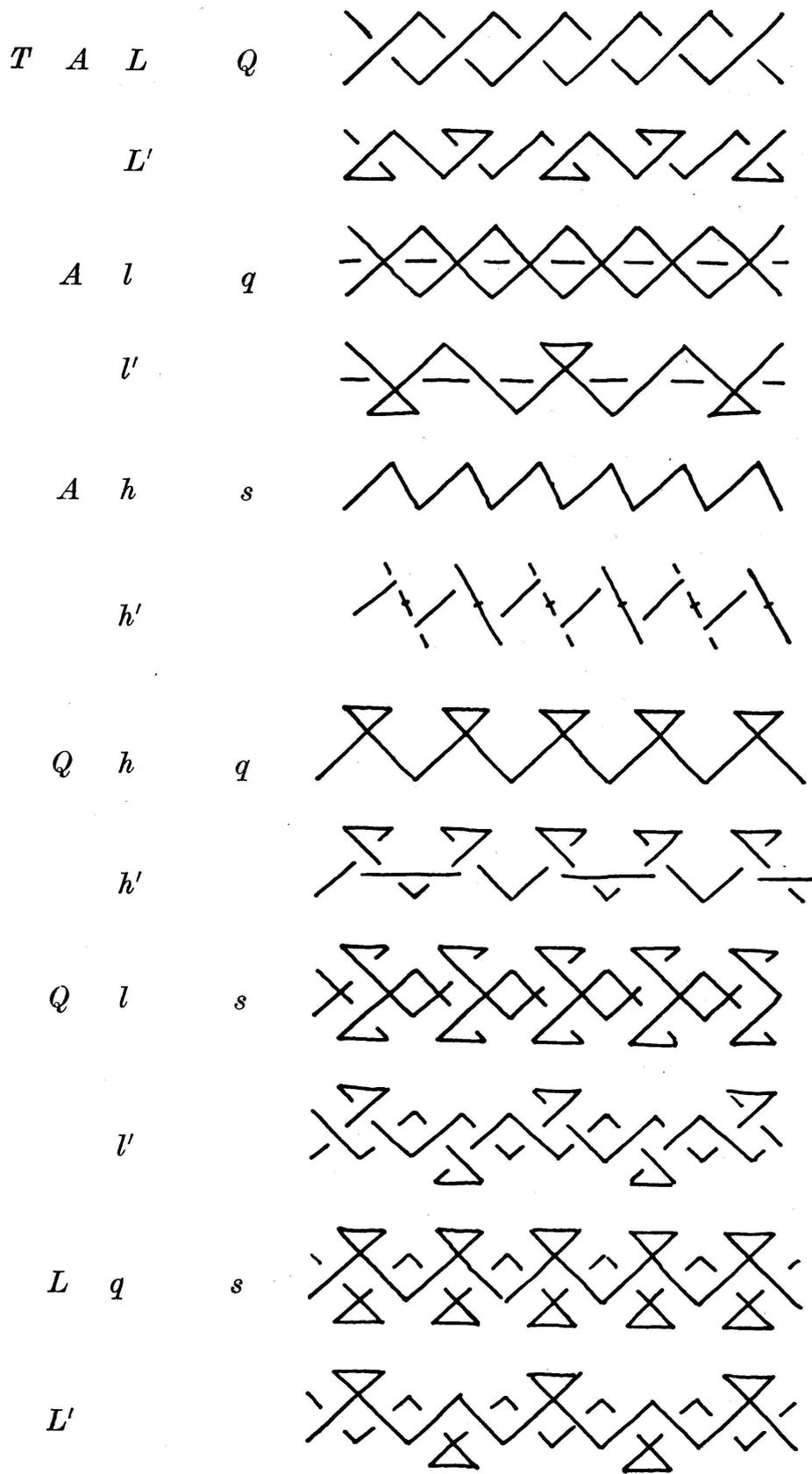


Abbildung 3a

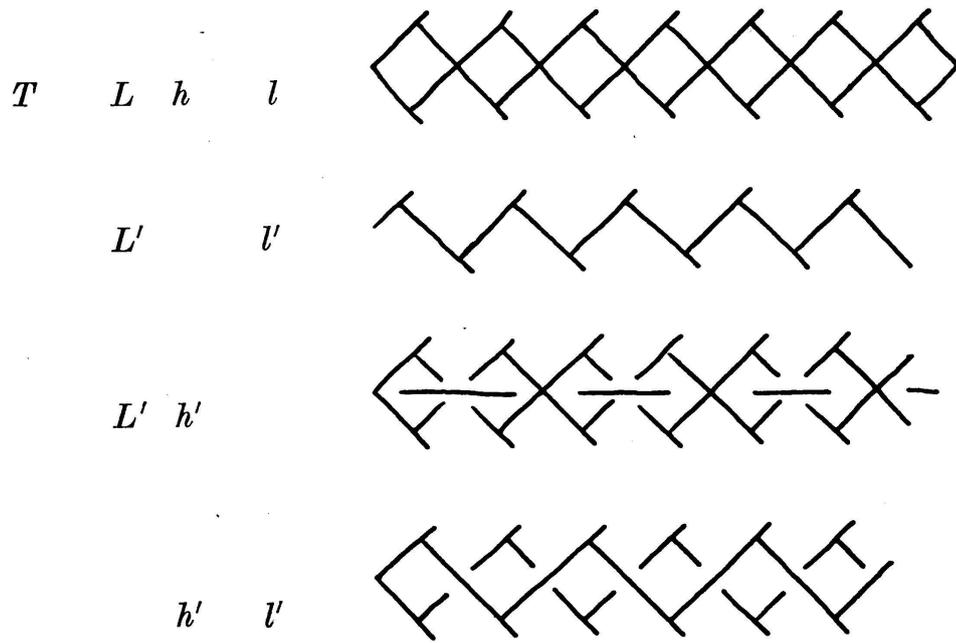


Abbildung 3b

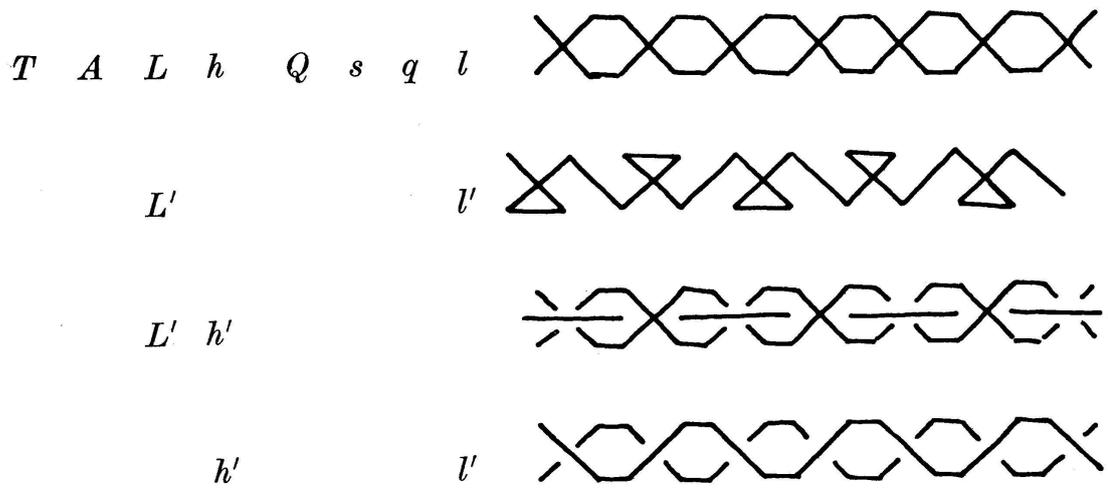


Abbildung 4