Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss foresty journal = Journal forestier suisse

Herausgeber: Schweizerischer Forstverein

Band: 39 (1888)

Artikel: Umgehung des Pothenot'schen Problems oder Berechnung eines trigonometrischen Punktes aus drei gegebenen unzugänglichen Punkten

Autor: Wild, M.

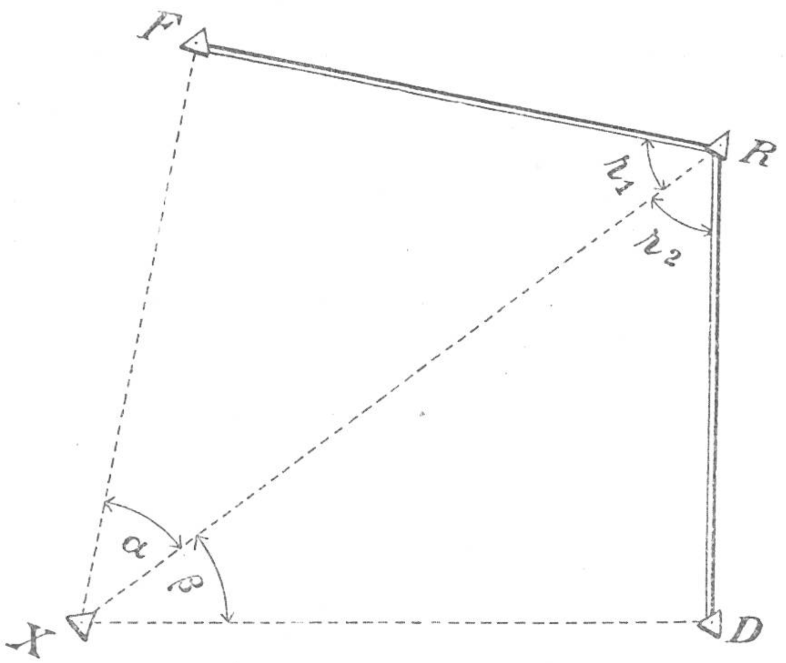
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-763439

Umgehung des Pothenot'schen Problems

oder

Berechnung eines trigonometrischen Punktes aus drei gegebenen unzugänglichen △ Punkten.

Wenn es möglich ist, wird man eine Triangulation immer so eintheilen, dass die Winkel auf den Anschlusspunkten *direkt* gemessen werden können. Es treten aber oft Fälle ein, bei welchen dies nicht angeht, sei es, dass die Anschlusspunkte Kirchthürme oder



sonst unzugängliche Punkte sind, oder dass deren Begehung zu viel Zeit in Anspruch nimmt und sich in gewissen Fällen nicht lohnt. Bei Gebirgsvermessungen kommt es häufig vor, dass man während der Detail-Messungen bald da, bald dort noch einen Punkt schnell bestimmen sollte, um durch ihn einen Anschluss oder eine Kontrolle zu gewinnen oder sogar um schwer zugängliche *Markpunkte* kurzweg *trigonometrisch* zu berechnen, statt auf langen Umwegen mühsam und doch ungenau einzumessen. Für solche Fälle kennt man das *Pothenot'* sche Problem, also dienlich, einen Punkt (vide X in obenstehender Zeichnung) zu bestimmen, indem man *einzig* die Winkel α und β zu messen hat. Von F, R und D sind die *Koordinaten* bekannt, und aus diesen kann man mit Leichtigkeit die Distanzen

FR und RD, sowie auch die Azimuthe dieser Linien und somit den Gesammtwinkel R berechnen.

Aber das Pothenot'sche Problem bedingt eine ziemlich weitläufige, langweilige Rechnerei, und mancher Geometer und Förster hat die Formeln im Laufe der Jahre verschwitzt, man lässt dann Pothenot „Pothenot" sein und hilft sich anderswie. In meiner Praxis hatte ich häufig solche X-Punkte zu bestimmen. Ich benutzte aber eine andere, viel einfachere, kürzere und doch sichere Rechnungsmethode als die Pothenot'sche; da ich nicht weiss, ob diese einfachere Methode andern Orts auch bekannt ist und geübt wird, will ich sie hier kurz erörtern. Sie beruht auf dem System der *Fehlervertheilung.*

In vorliegendem Beispiel sind gemessen die Winkel α und β: $< \alpha = 46^0\,93'\,90''$; $< \beta = 110^0\,58'\,70''$. Der Winkel R und die Distanzen FR und RD können aus den gegebenen Koordinaten berechnet werden. Vom Winkel R ist aber unbekannt, wie viel Grade auf das *obere* und wie viele auf das *untere* Dreieck fallen und die Winkel F und D sind ganz unermittelt. $< R = 93^0\,51'\,76''$; Seite $FR = 424{,}74\,m$ (log 2,628123); Seite $RD = 967{,}56\,m$ (log 2,985678). Was thun, um Winkel F und D zu ermitteln?

Man theilt vom Winkel R jedem Dreick *„ungefähr"* eine Anzahl Grade zu, immerhin so, dass *beide Winkel zusammen* genau $93^0\,51'\,76''$ betragen, z. B. $< r_1 = 60^0$; $< r_2 = 33^0\,51'\,76''$. Jetzt hat man α und r_1, somit ist $< F = 200^0 - (\alpha + r_1) = 93^0\,06'\,10''$.

$$< D = 200^0 - (\beta + r_2) = 55^0\,89'\,54''.$$

Mit diesen Winkeln rechnet man auf's Gerathewohl nach dem Sinussatze die Linie XR zuerst im *obern*, dann im *untern* Dreieck. Selbstverständlich erhält man nicht übereinstimmende Maasse.

Erste Rechnung.

(Die Winkel sind 400theilig.)

Oberes Dreieck (Basis log 2,628123)					Unteres Dreieck (Basis log 2,985678)				
Punkte	Winkel	Log	Diff. 1	Rechnung der Seite XR	Punkte	Winkel	Log	Diff. 1'	Rechnung der Seite XR
F	$93^0\,06'\,10''$	9,997417	7	9,997417	D	$55^0\,89'\,54''$	9,886190	56	9,886190
				2,628123					2,985678
$X (< \alpha)$	$46^0\,93'\,90''$	9,827567	—	0,172433	$X (< \beta)$	$110^0\,58'\,70''$	9,993962	—	0,006038
	compl.	0,172433				compl.	0,006038		
				2,797973					**2,877906**
$R (< r_1)$	60^0 —	—	—	—	$R (< r_2)$	$33^0\,51'\,76''$	—	—	—
	200^0 —					200^0 —			

Die gesuchte Seite hat demnach:

im *obern* Dreieck eine Länge von *log* 2,797973 = (628,02 *m*)

„ *untern* „ „ „ „ „ 2,877906 = (754,93 „)

Die Differenz beträgt 79933

Hieraus ist ersichtlich, dass $< F$ um eine Anzahl Grade zu *klein* und $< D$ um *gleich* viel Grade zu *gross* ist. Diesen Fehler zu ermitteln, summirt man die Differenzen 1 Minute von F und D und dividirt diese Zahl in die gesammte, gefundene Differenz, nämlich

(vide oben) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Diff. } 1' \text{ von } F = 7 \\ \quad „ \quad 1' \quad „ \quad D = 56 \end{array} \right\}$ 63.

Der Fehler beträgt also $\frac{79933}{63} = 1268{,}77$ Minuten. Also um $12^0\,68'\,77''$ muss der Winkel F *vergrössert,* dagegen der Winkel D *verkleinert* werden. Selbstverständlich tritt dieselbe Korrektur auch entsprechend bei r_1 und r_2 ein, doch geschieht dies erst am Schlusse, nachdem die Distanz RX und somit auch die Winkel F und D sicher ermittelt sein werden.

Zweite Rechnung.

Oberes Dreieck (Basis wie oben)					Unteres Dreieck (Basis wie oben)				
Punkte	Winkel	Log	Diff. 1′	Rechnung der Seite XR	Punkte	Winkel	Log	Diff. 1′	Rechnung der Seite XR
F	105°74′87″	9,998225	6	9,998225	D	43°20′77″	9,797810	84	9,797810
		wie oben	...	2,628123			wie oben	...	2,985678
X		wie oben	...	0,172433	X		wie oben	...	0,006038
				2,798781					**2,789526**

Die gesuchte Seite hat diessmal im:

im *obern* Dreieck eine Länge von *log* 2,798781

„ *untern* „ „ „ „ „ 2,789526

Die Differenz beträgt noch 9255

Diessmal sind die Differenzen einer Minute $\left\{ \begin{array}{l} \text{bei } F = (-)6^{*)} \\ \quad „ \quad D = \quad 84 \end{array} \right\}$ 78.

Nunmehr beträgt der Fehler bloss noch: $\frac{9255}{78} = 118{,}60$ Minuten.

Also $1^0\,18'\,60''$ muss jetzt der $< F$ *verkleinert,* dagegen $< D$ *vergrössert* werden.

---

*) F ist diessmal ein Cosinuswinkel, wesshalb die Differenz negativ wirkt.

Dritte Rechnung.

Oberes Dreieck					Unteres Dreieck				
Punkte	Winkel	Log	Diff. 1′	Rechnung der Seite RX	Punkte	Winkel	Log	Diff. 1′	Rechnung der Seite RX
F	104°56′27″	9,998880	4	9,998880	D	44°39′37″	9,807650	82	9,807650
		wie oben	...	2,628123			wie oben	...	2,985678
X		wie oben	...	0,172433	X		wie oben	...	0,006038
				2.799436					**2,799366**

Die gesuchte Seite erhält diessmal:
im *obern* Dreieck eine Länge von *log* 2,799436 = 630,14 *m*;
„ *untern* „ „ „ „ „ 2,799366 = 630,04 „
Differenz 10 *cm*.

Wünscht man die Differenz von 10 *cm* auch noch auszugleichen, so wird die Rechnung noch einmal wiederholt. Die Arbeit ist ja sehr schnell vollzogen, da bei den Wiederholungen stets nur die Logarithmen der beiden Winkel F und D neu aufgeschlagen werden müssen, die übrigen Logarithmen bleiben fortwährend unverändert. Begnügt man sich mit der Genauigkeit der obigen, dritten Rechnung, so erhalten die Dreiecke nun folgende *Winkel:*

$$\left\{\begin{array}{ll} F & = 104^0\,56'\,27'' \\ X(\alpha) & = 46^0\,93'\,90'' \\ R(r_1) & = 48^0\,49'\,83'' \\ \hline & 200^0 \quad — \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ll} D & = 44^0\,39'\,37'' \\ X(\beta) & = 110^0\,58'\,70'' \\ R(r_2) & = 45^0\,01'\,93'' \\ \hline & 200^0 \quad — \end{array}\right.$$

Die *Seite* RX besitzt eine Länge von *630,07 m.*

Das Schlussresultat dieser Rechnung ist genau und müsste mit den direkten Messungen bei einer allfälligen Prüfung übereinstimmen, immerhin ist es eine Hauptsache, auch hier dafür zu sorgen, dass keine Winkel „spitz“ stehen, *namentlich nicht die Winkel bei X* und dass die letztern mit aller Schärfe gemessen werden.

Das Verfahren ist ungemein einfach, in zwei- bis dreimaliger Rechnung ist die Aufgabe fast immer gelöst. Jeder, der ein gewöhnliches Dreieck nach dem Sinussatz berechnen kann, ist im Stande, mit Leichtigkeit auch diese Aufgabe zu lösen, ohne das Pothenot'sche Problem zu Hülfe zu ziehen. *M. Wild,* St. Gallen.